001_179088 3/11/03 10:41 Page 1

BTS
industriel

Mathématiques

Spécialités du groupement A

Hugues COLLET
Professeur au lycée Jean HANZELET (PONT-À-MOUSSON)
Bernard GIRARD
Professeur au lycée Jules HAAG (BESANÇON)
Claude PERRIER
Professeur au lycée Jules HAAG (BESANÇON)

NATHAN
TECHNIQUE

PP_179088 Page 2 Lundi, 3. novembre 2003 10:28 10

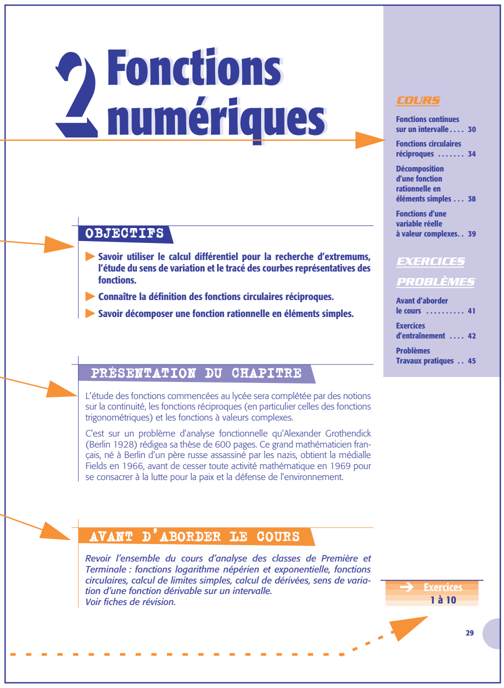
Présentation

Structure type d'un chapitre

La page d'ouverture

comporte :

- un mini-sommaire
- les objectifs du chapitre conformes au programme
- une présentation du chapitre
- le bilan des connaissances antérieures nécessaires, avec renvoi à des exercices



2 Fonctions numériques

COURS

EXERCICES

PROBLÈMES

OBJECTIFS

- Savoir utiliser le calcul différentiel pour la recherche d'extremums, l'étude du sens de variation et le tracé des courbes représentatives des fonctions.
- Connaître la définition des fonctions circulaires réciproques.
- Savoir décomposer une fonction rationnelle en éléments simples.

PRÉSENTATION DU CHAPITRE

L'étude des fonctions commencées au lycée sera complétée par des notions sur la continuité, les fonctions réciproques (en particulier celles des fonctions trigonométriques) et les fonctions à valeurs complexes.

C'est sur un problème d'analyse fonctionnelle qu'Alexander Grothendick (Berlin 1928) rédigea sa thèse de 600 pages. Ce grand mathématicien français, né à Berlin d'un père russe assassiné par les nazis, obtient la médialle Fields en 1966, avant de cesser toute activité mathématique en 1969 pour se consacrer à la lutte pour la paix et la défense de l'environnement.

AVANT D'ABORDER LE COURS

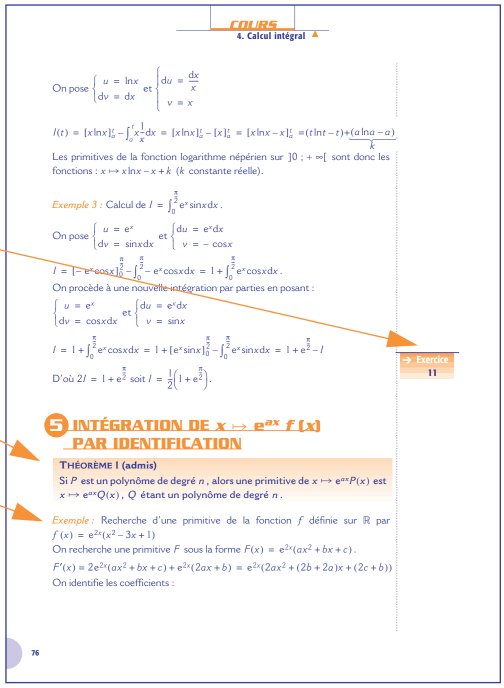
Revoir l'ensemble du cours d'analyse des classes de Première et Terminale : fonctions logarithme népérien et exponentielle, fonctions circulaires, calcul de limites simples, calcul de dérivées, sens de variation d'une fonction dérivable sur un intervalle.
Voir fiches de révision.

→ Exercices 1 à 10

29

La partie « Cours »

- renvoie à des exercices d'entraînement
- met en évidence les définitions et théorèmes
- amène les notions nouvelles par des exemples



COURS
4. Calcul intégral

On pose $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases}$ et $\begin{cases} du = \dfrac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$

$I(t) = [x\ln x]_a^t - \int_a^t x\frac{1}{x}dx = [x\ln x]_a^t - [x]_a^t = [x\ln x - x]_a^t = (t\ln t - t) + \underbrace{(a\ln a - a)}_{k}$

Les primitives de la fonction logarithme népérien sur $]0\,;+\infty[$ sont donc les fonctions : $x \mapsto x\ln x - x + k$ (k constante réelle).

Exemple 3 : Calcul de $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\,dx$.

On pose $\begin{cases} u = e^x \\ dv = \sin x\,dx \end{cases}$ et $\begin{cases} du = e^x dx \\ v = -\cos x \end{cases}$

$I = [-e^x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -e^x\cos x\,dx = 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x\,dx$.

On procède à une nouvelle intégration par parties en posant :

$\begin{cases} u = e^x \\ dv = \cos x\,dx \end{cases}$ et $\begin{cases} du = e^x dx \\ v = \sin x \end{cases}$

$I = 1 + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\cos x\,dx = 1 + [e^x \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\,dx = 1 + e^{\frac{\pi}{2}} - I$

D'où $2I = 1 + e^{\frac{\pi}{2}}$ soit $I = \frac{1}{2}\left(1 + e^{\frac{\pi}{2}}\right)$.

→ Exercice 11

5 INTÉGRATION DE $x \mapsto e^{ax} f(x)$ PAR IDENTIFICATION

Théorème 1 (admis)
Si P est un polynôme de degré n, alors une primitive de $x \mapsto e^{ax}P(x)$ est $x \mapsto e^{ax}Q(x)$, Q étant un polynôme de degré n.

Exemple : Recherche d'une primitive de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{2x}(x^2 - 3x + 1)$
On recherche une primitive F sous la forme $F(x) = e^{2x}(ax^2 + bx + c)$.
$F'(x) = 2e^{2x}(ax^2 + bx + c) + e^{2x}(2ax + b) = e^{2x}(2ax^2 + (2b + 2a)x + (2c + b))$
On identifie les coefficients :

76

Iconographie : Maryse HUBERT
Conception maquette : Studio BOSSON
Coordination artistique : Evelyn AUDUREAU
Couverture : Claude LIEBER

Édition : Clarisse DARRAS
Fabrication : Jean-Marie JOUS/Pascal MEGRET
Mise en pages – Schémas : DESK

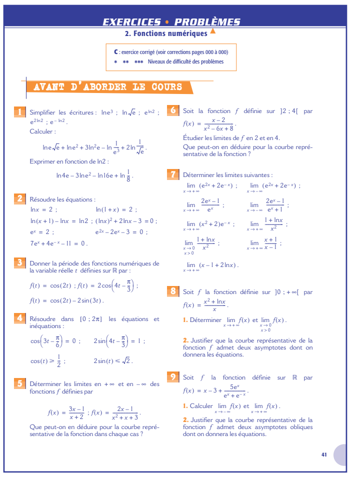
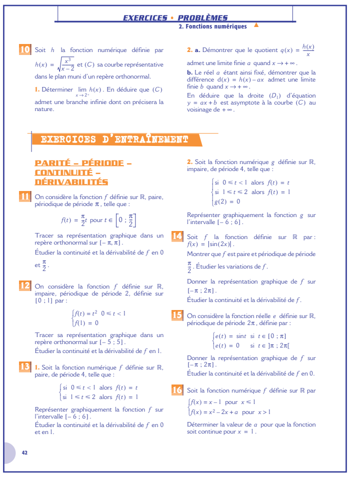
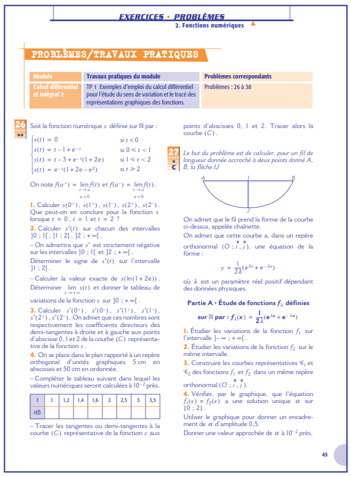
© Nathan / VUEF 2002
ISBN 2-09-179088-5

PP_179088 Page 3 Lundi, 3. novembre 2003 10:28 10

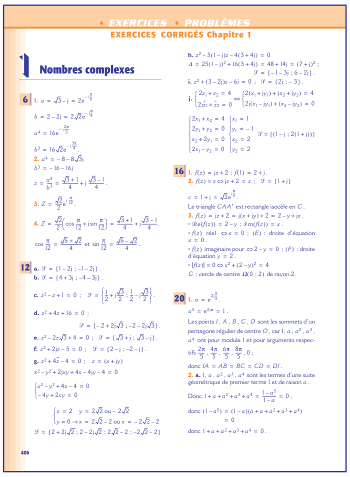
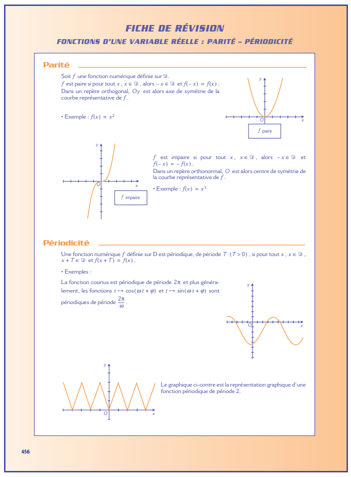
de l'ouvrage

La partie « Exercices et Problèmes »

est partagée en trois rubriques :

Avant d'aborder le cours	Exercices d'entraînement	Problèmes/ Travaux pratiques
		

En fin d'ouvrage

Les corrigés des problèmes notés **C**	Les fiches de révision, de compléments de cours et de synthèse
	

SOMMAIRE

AVANT-PROPOS

« Dans une montre, l'étude du rouage ressort de la cinématique, l'étude des oscillations du balancier nous fait pénétrer dans le calcul intégral. Son voisin, le spiral, avec de mystérieuses courbes terminales, nous plonge dans la géométrie infinitésimale. Le balancier nous met aux prises avec la théorie mathématique de l'élasticité. L'étude de l'échappement fait intervenir la théorie des chocs et celle des frottements. Dans l'horlogerie électrique, nous rencontrons, entre autres problèmes, celui de la synchronisation qui nous met au contact avec les séries de Fourier ».

Si ce texte de Jules Haag (1882-1953), agrégé de mathématiques, puis directeur de l'institut de Chronométrie de Besançon (aujourd'hui École Nationale Supérieure de Micro Mécanique) n'est plus scientifiquement d'actualité puisque la montre à quartz à détrôné la montre classique à spiral et balancier, il reste très pertinent en montrant bien l'importance de l'outil mathématique dans la technologie et donc dans la formation des techniciens supérieurs.

Cet ouvrage de mathématiques a pour seule ambition d'être un outil efficace au service des étudiants techniciens du groupement A.

Le **cours** est conforme au nouveau programme de ces sections paru en 2001.

Les **exercices** sont classés en trois rubriques :

- « Avant de commencer » : des exercices qui reprennent les notions acquises dans les classes précédentes ;
- « Exercices d'entraînement » : des exercices qui permettent de contrôler au fur et à mesure de l'avancement du cours, l'acquisition des connaissances du nouveau chapitre ;
- « Problèmes/Travaux pratiques » : des exercices et des problèmes souvent extraits des épreuves de B.T.S., qui permettent de préparer au mieux l'examen.

N.B. : Les algorithmes demandés dans certains exercices sont à l'intention des étudiants de la section IRIS (Ex I.I.).

Les **fiches** en fin d'ouvrage complètent le cours :

- 4 fiches de révision sur les fonctions d'une variable réelle ;
- 8 fiches de compléments de cours pour les 2 chapitres du programme « Fonctions de 2 ou 3 variables » et « Calcul vectoriel » dont, « aucune connaissance n'est exigible dans le cadre du programme de mathématiques » ;
- Les fiches de synthèse des chapitres 7, 8 et 9.

Le **formulaire** du B.T.S.

Les auteurs

Programmes des 6 sections du groupement A

	CIRA	Électro-nique	Électro-techni-que	Génie Optique	IRIS (Ex II)	TPIL
Chap. 1 : Nombres complexes	X	X	X	X (6)	X	X
Chap. 2 : Fonctions d'une variable réelle	X	X	X	X	X	X
Chap. 3 : Suites numériques		X	X	X (7)	X	
Chap. 4 : Calcul intégral	X (1)	X (3)	X (3)	X	X	X
Chap. 5 : Développements limités		X	X	X	X	X
Chap. 6 : Équations différentielles	X	X	X	X	X	X
Chap. 7 : Séries numériques et séries de Fourier	X (2)	X	X	X	X	X (8)
Chap. 8 : Transformation de Laplace	X	X	X (5)	X	X	X
Chap. 9 : Transformation en z	X	X				X
Chap. 10 : Courbes planes	X	X	X	X	X	X
Chap. 11 : Calcul matriciel			X	X	X	
Chap. 12 : Modélisation géométrique					X	
Chap. 13 : Statistiques descriptives				X		
Chap. 14 : Probabilités		X	X	X	X	X
Chap. 15 : Variables aléatoires discrètes		X (4)	X (4)	X (4)	X (4)	X
Chap. 16 : Variables aléatoires continues		X (4)	X (4)	X (4)	X (4)	X
Chap. 17 : Estimation Statistique inférentielle						X
Fiches cours : fonctions à 2 ou 3 variables		X	X	X	X	X
Fiches cours : calcul vectoriel		X	X		X	X

(1) à l'exception des paragraphes **9** (intégration numérique) et **10** (calculs d'aires et de volumes).

(2) à l'exception du paragraphe **1** partie 4 (séries alternées et séries absolument convergentes) et de l'utilisation du développement en série de Fourier d'une fonction périodique pour calculer la somme d'une série numérique.

(3) à l'exception du paragraphe **10** partie 2 (calculs de volumes).

(4) à l'exception de tout ce qui concerne la somme ou la différence de variables aléatoires.

(5) à l'exception de tout ce qui concerne les fonctions de transfert et le calcul opérationnel, en particulier le paragraphe **8** partie 2.

(6) à l'exception du dernier paragraphe (transformations géométriques).

(7) à l'exception du paragraphe **5** (suites récurrentes linéaires d'ordre 2).

(8) à l'exception du paragraphe **1** partie 4 (séries alternées et séries absolument convergentes), des exercices sur les séries numériques et de l'utilisation du développement en série de Fourier d'une fonction périodique pour calculer la somme d'une série numérique.