J'apprends les maths

CE2
Cycle 3

LIVRE DU MAÎTRE

Sous la direction de
RÉMI BRISSIAUD
Maître de conférences à l'université de Cergy-Pontoise
(IUFM de Versailles)

FRANÇOIS LELIÈVRE
Professeur des écoles

ANDRÉ OUZOULIAS
Professeur à l'IUFM de Versailles
(université de Cergy-Pontoise)

PIERRE CLERC
Instituteur

RETZ
www.editions-retz.com
9 bis, rue Abel Hovelacque
75013 Paris

Sommaire

ISBN : 978-2-7256-3297-1

Direction éditoriale : Sylvie Cuchin
Correction : Gérard Tassi
Maquette : Anne-Danielle Naname
Mise en page : Françoise Nolibois
Illustrations : Guillaume Trannoy
Photos : Shutterstock

N° de projet : 10201034
Dépôt légal : avril 2014
Achevé d'imprimer en France en avril 2014
sur les presses de l'imprimerie Jouve, 53100 Mayenne.

MIXTE
Papier issu de sources responsables
FSC® C022030

Présentation

Cette édition de *J'apprends les maths CE2* est la quatrième. Les choix pédagogiques fondamentaux de la collection, tels qu'ils étaient exposés dans la première édition de ce *Livre du maître* (1996), se sont trouvé confortés par les recherches récentes : l'importance du calcul mental pour comprendre les opérations, l'importance de savoir que 342, par exemple, c'est 34 dizaines et 2 unités, l'attention portée aux dysfonctionnements résultant de l'interprétation d'un mot dans son sens quotidien et non dans son sens mathématique, etc.

Pour autant, la recherche continue et il est possible aujourd'hui de présenter ces choix pédagogiques d'une manière qui rend mieux compte de leur cohérence. On sait depuis longtemps, par exemple, que le calcul mental est une sorte de passeport pour une scolarité réussie, mais les raisons en sont mieux connues aujourd'hui, et il était important de les rapporter ici*. La partie de cette présentation qui concerne les apprentissages numériques a donc été entièrement réécrite.

La présentation comporte maintenant trois chapitres :

Le premier s'intitule : « *Progresser en arithmétique élémentaire : le calcul mental pour résoudre des problèmes, comprendre et mémoriser* ». Il permet de comprendre pourquoi le calcul mental est le moteur du progrès.

Le deuxième s'intitule : « *De l'étude scientifique du progrès à l'élaboration d'une progression : l'exemple de la division* ». Il explicite la façon dont les pédagogues peuvent s'appuyer sur l'étude expérimentale de la résolution des problèmes de division pour construire une progression pédagogique concernant cette opération.

Le troisième, consacré à la géométrie et à la mesure, figurait déjà dans la précédente édition.

Rémi Brissiaud

* On en trouve une présentation plus théorique dans deux textes :

Brissiaud, R. (2002), Psychologie et didactique : choisir des problèmes qui favorisent la conceptualisation des opérations arithmétiques, *in* J. Bideaud & H. Lehalle (Eds), *Traité des sciences cognitives – Le développement des activités numériques chez l'enfant*, 265-291, Paris, Hermes.

Brissiaud, R. & Sander, E. (2010). Arithmetic Word Problem Solving : a Situation Strategy First Framework. *Developmental Science*, 13 (1), 92-107.

Objectifs

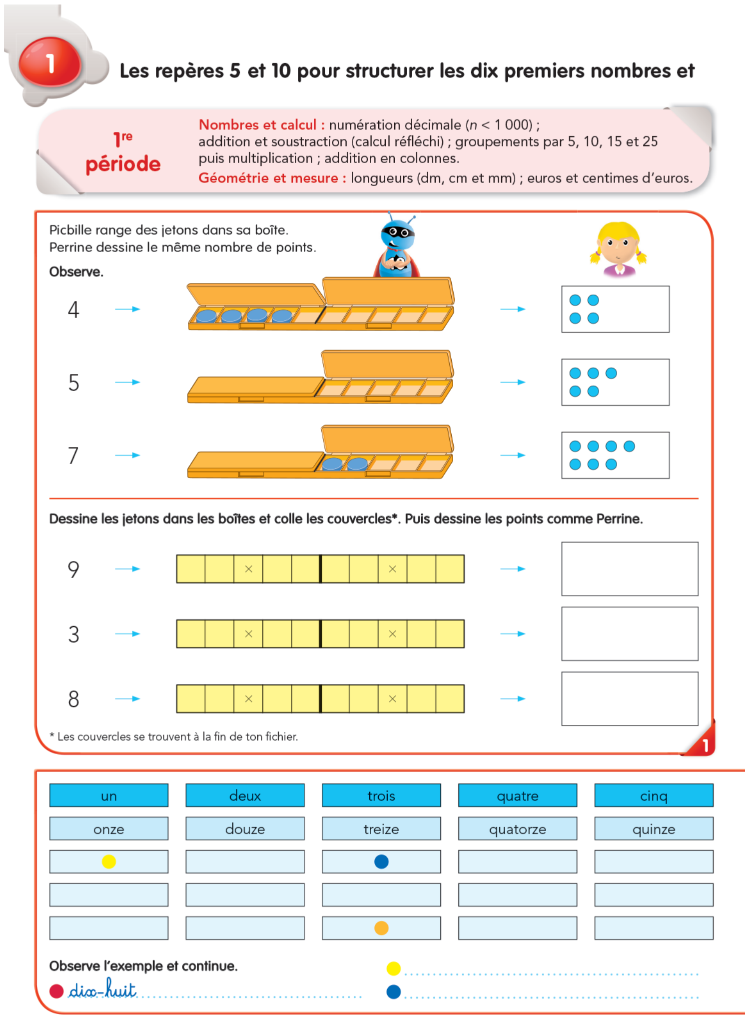
Dans les activités 1 et 2, les élèves qui n'ont pas utilisé *J'apprends les maths* au cycle 2 découvrent la structure d'un matériel, la « boîte de Picbille », qui sera utilisé tout au long de l'année pour faciliter l'apprentissage du calcul et de la numération décimale. Cette boîte est formée de 2 compartiments de 5 cases qu'on remplit de gauche à droite ; dès qu'un compartiment est plein, on le referme avec son couvercle (le matériel pédagogique correspondant, qui est utilisé avec des jetons, est diffusé par Retz). Les élèves disposent, à la fin de leur fichier, de « couvercles » autocollants qui permettent de simuler ces actions en les collant sur les dessins de boîtes de leur fichier. Ces élèves découvrent aussi une seconde sorte de représentation, les nombres « comme Perrine », qui favorise la compréhension du fait qu'il existe deux sortes de nombres : ceux qui sont pairs et peuvent se concevoir sous la forme $n + n$, et ceux qui sont impairs et peuvent se concevoir sous la forme $n + n + 1$.
Pour les élèves qui connaissent déjà ces deux modes de figuration, il s'agit évidemment d'une révision.
Pour revoir les compléments à 10 (*cf.* activités 2 et 3) qui jouent un rôle décisif dans de nombreux calculs, la boîte de Picbille est particulièrement adaptée. En effet, quand, dans cette boîte, il y a 7 jetons par exemple, les 3 cases qui restent vides représentent ce complément. Les élèves sont amenés à se représenter mentalement cette structure dans une activité de « visualisation mentale par reconstitution de la vision d'autrui » : l'enseignant met 7 jetons dans une boîte qu'il tient devant lui de sorte que les élèves ne puissent en voir le contenu, et il interroge sur le nombre de cases vides ; pour permettre aux élèves de vérifier aussitôt leur anticipation, il suffit que l'enseignant incline la boîte et rende ainsi visible son contenu.

Dans l'activité 4, les élèves revoient l'écriture littérale des premiers nombres. Une liste de référence comportant le lexique de base leur permet d'écrire sans erreur tout nombre jusqu'à « cinquante-neuf ». En fait, il s'agit surtout de consolider la lecture de ces nombres lorsqu'ils sont écrits « en lettres », car nous proposons ensuite régulièrement, à partir de la séquence 5, des exercices de calcul où les nombres sont donnés sous forme littérale (voir justifications dans les objectifs de la séquence 5).

Activités — Séquence 1

1. La boîte de Picbille et les nombres « comme Perrine »

Si les élèves connaissent déjà la boîte de Picbille et les nombres « comme Perrine », la séquence peut commencer directement



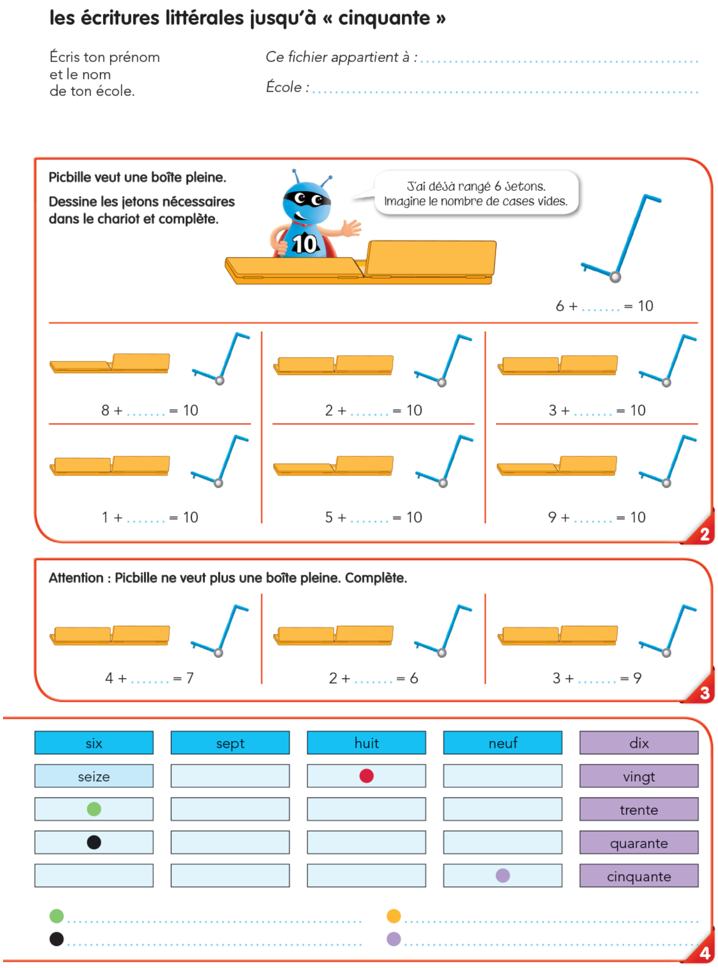
sur le fichier. L'activité préliminaire décrite ci-après est plutôt destinée à des classes dont les élèves ou une partie significative d'entre eux découvriraient ces modes de figuration au CE2. Dans ce dernier cas, la séquence peut déborder un peu de l'horaire moyen d'une séquence quotidienne de maths.

Activités préliminaires

Il s'agit de consolider la structuration des premiers nombres en utilisant, d'une part, les repères 5 et 10 et, d'autre part, en distinguant les nombres pairs et impairs.

1. L'enseignant montre très brièvement des doigts, de sorte que les élèves n'ont pas le temps de les compter. Pour 7 par exemple, il lève les 5 doigts de sa main droite (ainsi, pour les élèves, le groupement de 5 se trouve sur leur gauche) et le pouce et l'index de sa main gauche. Les élèves écrivent ce nombre sur leur ardoise. Au-dessus de 5, on fait justifier avec la décomposition $5 + n$.

2. L'enseignant utilise maintenant une boîte de Picbille et des jetons. Il en fait d'abord décrire la structure et fait formuler la règle de « remplissage » :
– chaque compartiment comporte 5 cases et est muni d'un couvercle ;
– on remplit la boîte de gauche à droite ;
– quand il y a 5 jetons dans un compartiment, on peut le refermer avec son couvercle ;
– au-dessus de 5, on fait remarquer que le nombre total de jetons (ceux qu'on voit et ceux qu'on ne voit pas) s'obtient en utilisant la décomposition $5 + n$, comme avec les doigts.


les écritures littérales jusqu'à « cinquante »

Écris ton prénom et le nom de ton école. Ce fichier appartient à : ....
École : ....

Picbille veut une boîte pleine.
Dessine les jetons nécessaires dans le chariot et complète.

6 + ... = 10

8 + ... = 10 | 2 + ... = 10 | 3 + ... = 10

1 + ... = 10 | 5 + ... = 10 | 9 + ... = 10

2

Attention : Picbille ne veut plus une boîte pleine. Complète.

4 + ... = 7 | 2 + ... = 6 | 3 + ... = 9

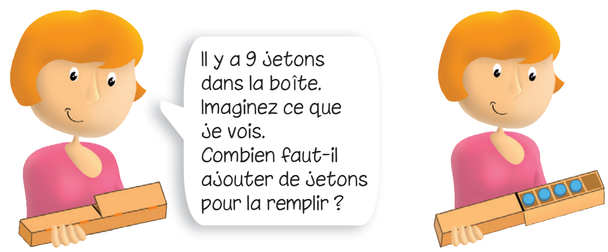
3

six	sept	huit	neuf	dix
seize		●		vingt
●				trente
●				quarante
			●	cinquante

● .... ● ....
● .... ● ....

4

le voir. Il énonce qu'il a mis 9 jetons dans la boîte et demande combien de cases sont vides (les élèves écrivent ce nombre sur leur ardoise). Pour la vérification, il lui suffit d'incliner la boîte vers les élèves, à ± 60° (*cf.* illustration). Il poursuit de la même façon, dans l'ordre décroissant jusqu'à 0.
Puis l'enseignant propose divers cas dans le désordre.



Anticipation Vérification

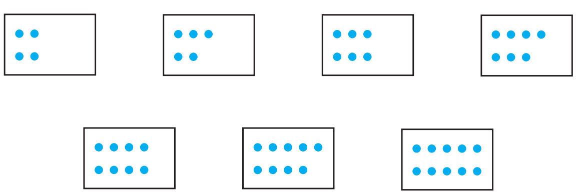
Remarque : comment disposer les jetons ?
Pour que les cases vides soient à droite des élèves, comme sur le fichier, l'enseignant a dû, lui, les remplir à l'inverse de l'habitude, c'est-à-dire de sa droite vers sa gauche, comme on le voit sur l'illustration.

Activité sur le fichier
Les élèves travaillent individuellement : on les invite à compléter d'abord l'égalité en évoquant le scénario précédent, puis à dessiner les jetons qui représentent le complément dans le chariot. Les cas où le nombre de jetons rangés dans la boîte est < 5 se remarquent au fait que les deux couvercles sont ouverts. Pour aider les élèves dans ces cas plus difficiles, on peut questionner ainsi : « *Combien de cases sont vides dans le premier compartiment ? et dans le second ?* »

4. Écritures littérales des nombres
Il s'agit d'amener les élèves à comprendre la structure de la liste de référence et à pouvoir s'en servir pour lire des nombres en cas de difficulté. On s'intéresse d'abord aux nombres écrits en lettres sur le fichier :
- Sur la 1re ligne sont rangés les nombres de « un » à « dix ». Cette 1re ligne correspond aux nombres de « 1 » à « 10 » « écrits en chiffres ».
- Sur la 2e ligne, on voit les écritures des nombres de « onze » à « vingt », mais les nombres qui correspondent à 17, 18 et 19 ne sont pas écrits. Pourquoi ? On fait formuler que ces trois nombres s'écrivent avec « dix », qui est donné en haut de la colonne de droite, et les nombres « sept », « huit » et « neuf » qui sont écrits dans les cases juste au-dessus des cases vides.
- *Pourquoi les nombres des lignes suivantes ne sont-ils pas écrits ? Que devrait-on écrire sur la 1re étiquette de chaque ligne ? Dispose-t-on des mots nécessaires ? et sur la suivante ?… et sur l'avant-dernière ?* On prend conscience qu'avec les étiquettes « dix », « vingt », « trente », etc. de la dernière colonne (sur fond violet) et celles de la 1re ligne (sur fond bleu foncé), on a tous les mots nécessaires.

On peut conclure en se demandant si on pourrait aussi écrire en lettres des nombres comme 51, 56, 59, et anticiper ce qu'on écrirait sous « cinquante ».
Les élèves poursuivent individuellement sur le fichier.

3. L'enseignant montre très brièvement des cartons où figurent des points « comme Perrine » comme ci-dessous. Les élèves écrivent le nombre correspondant sur leur ardoise. Là encore, on fait justifier le résultat en disant par exemple que « c'est 6, parce que c'est 3 plus 3 » ou « c'est 7 parce que c'est 6 plus 1 ou encore 4 plus 3 ».



Activités sur le fichier
Les élèves retrouvent deux des figurations utilisées au CP et au CE1 (ou dans les activités préliminaires). Ils poursuivent individuellement : dessin des jetons, collage des couvercles autocollants, puis dessin des collections « comme Perrine ».

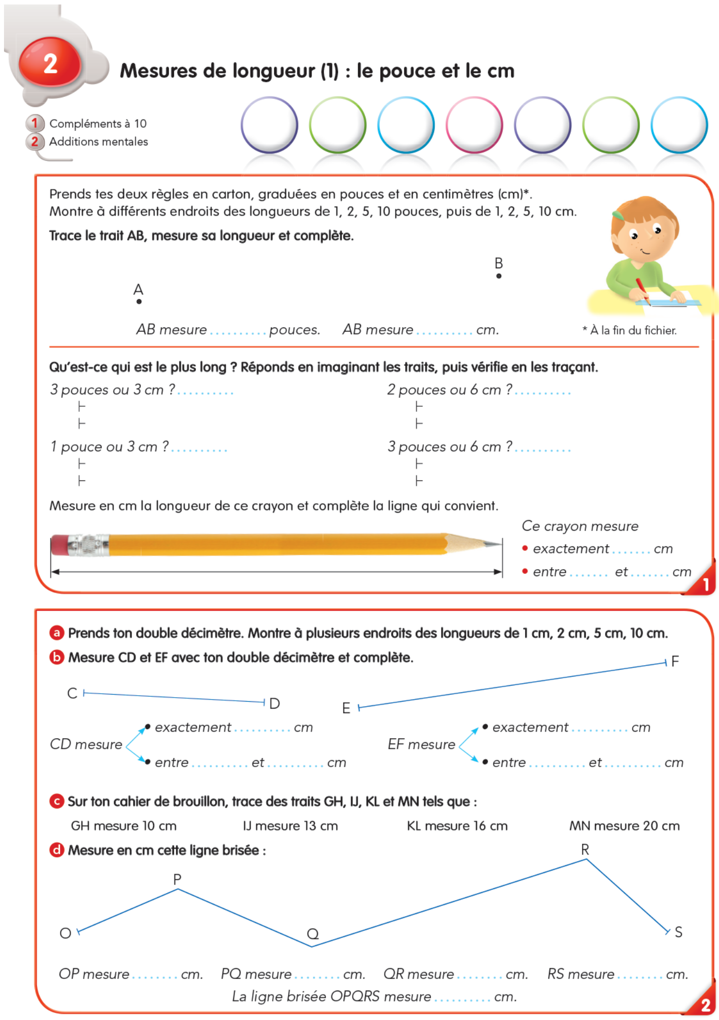
2. Les compléments à 10
Activité préliminaire : visualisation mentale par reconstitution de la vision d'autrui
Il s'agit d'amener les élèves à s'appuyer sur l'évocation mentale de la structure de la boîte pour trouver le complément à 10 de tout nombre < 10, quand ce calcul fait encore problème.

L'enseignant a déposé 9 jetons dans la boîte. Il tient la boîte comme Picbille sur le fichier (*cf.* illustration), de sorte que les enfants ne puissent en voir le contenu alors que lui peut

Objectifs

Au début du CE2, certains élèves ont encore besoin d'approfondir leur compréhension de la mesure en cm. C'est pourquoi, dans la séquence 2, on fait d'abord utiliser deux règles en carton qui se trouvent à la fin du fichier. La première règle est graduée en pouces. Les élèves comprennent alors facilement que mesurer une longueur en pouces revient à comparer cette longueur avec celle de plusieurs pouces qu'on a reportés ou « mis bout à bout ». Ils comprennent alors facilement ce que veut dire : « ce trait est long comme (ou mesure) 3 pouces ». L'autre règle est graduée en cm et les cm apparaissent comme les longueurs de petites bandes mises bout à bout. L'objectif est que les élèves comprennent la mesure en cm sur le modèle de la mesure en pouces (activité 1), et qu'ils se servent de leur règle en carton graduée en cm comme modèle pour interpréter le double décimètre (activité 2).

Dans la sq 3, les élèves revoient le calcul des soustractions qui sont dites « élémentaires » parce qu'elles servent dans la soustraction en colonnes (le grand nombre est inférieur à 20 et le résultat inférieur à 10). Dans cette 1re séquence, on se limite au cas où l'on « retire peu » (13 – 4, par exemple) et les soustractions correspondantes se calculent par retraits successifs (13 – 3 – 1). Cependant, ce retrait peut s'effectuer de deux façons différentes : 1 à 1 (il s'agit d'un comptage à rebours) ou en s'appuyant sur les repères 5 et 10. C'est cette dernière stratégie qui est privilégiée. Le cas des soustractions où l'on « retire beaucoup » (13 – 9, par exemple) sera abordé dans la séquence 8. Ces soustractions se calculent plutôt par compléments successifs (9 + ? = 13).


2 Mesures de longueur (1) : le pouce et le cm

1 Compléments à 10
2 Additions mentales

Prends tes deux règles en carton, graduées en pouces et en centimètres (cm)*.
Montre à différents endroits des longueurs de 1, 2, 5, 10 pouces, puis de 1, 2, 5, 10 cm.
Trace le trait AB, mesure sa longueur et complète.

AB mesure .... pouces. AB mesure .... cm. * À la fin du fichier.

Qu'est-ce qui est le plus long ? Réponds en imaginant les traits, puis vérifie en les traçant.
3 pouces ou 3 cm ? .... 2 pouces ou 6 cm ? ....
1 pouce ou 3 cm ? .... 3 pouces ou 6 cm ? ....

Mesure en cm la longueur de ce crayon et complète la ligne qui convient.
Ce crayon mesure
• exactement .... cm
• entre .... et .... cm

a Prends ton double décimètre. Montre à plusieurs endroits des longueurs de 1 cm, 2 cm, 5 cm, 10 cm.
b Mesure CD et EF avec ton double décimètre et complète.
CD mesure • exactement .... cm • entre .... et .... cm
EF mesure • exactement .... cm • entre .... et .... cm
c Sur ton cahier de brouillon, trace des traits GH, IJ, KL et MN tels que :
GH mesure 10 cm IJ mesure 13 cm KL mesure 16 cm MN mesure 20 cm
d Mesure en cm cette ligne brisée :
OP mesure .... cm. PQ mesure .... cm. QR mesure .... cm. RS mesure .... cm.
La ligne brisée OPQRS mesure .... cm.

luer les acquis des élèves dans le répertoire additif de base. C'est dans les séquences suivantes qu'on reverra les principales stratégies de calcul :

– le « retour aux 5 » (5 + 7 = 5 + 5 + 2) ;
– le « retour aux doubles » (7 + 8 = 7 + 7 + 1) ;
– le « passage de la dizaine » (9 + 6 = 9 + 1 + 5).

Voir commentaires de ces activités dans les sq 4 à 8.

1 et 2. Mesure en pouces et en cm

Activités préliminaires avec les règles en carton

On s'intéresse d'abord à la règle graduée en pouces. À quoi peut-elle servir ? La discussion permet de comprendre qu'on peut utiliser des parties du corps pour mesurer des longueurs (largeur du pouce, empan entre les extrémités du pouce et du majeur, pied, avant-bras ou « coudée », etc.). On utilise alors le procédé du report. L'enseignant peut demander aux élèves de mesurer ainsi avec leur propre pouce la longueur de divers objets. On dira par exemple que tel crayon « *est long comme 6 pouces de Lucie* » ou « *mesure 6 pouces de Lucie* » (il est très utile d'employer ces deux expressions comme synonymes). Aujourd'hui encore, les Anglais mesurent en « pieds » et en « pouces ». Mais au lieu de reporter des pouces véritables, dont la largeur varie d'un individu à l'autre, ils ont défini le pouce « anglais » et c'est celui de la règle. L'enseignant demande de montrer entre deux doigts des longueurs de 1, 2, 3, 5, 10 pouces à divers endroits de la règle. Les mêmes objets qui viennent d'être mesurés par report sont maintenant mesurés avec la règle en carton.

Activités Séquence 2

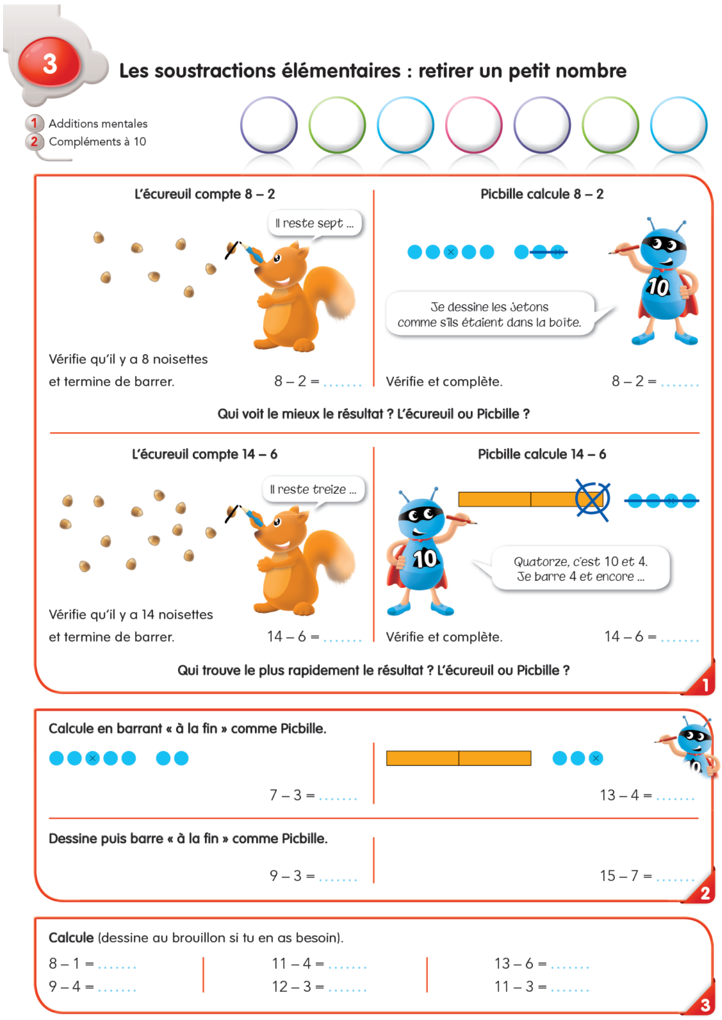
À partir de celle-ci, chaque séquence commence par des entraînements en calcul mental. Très souvent, deux séries de calculs de nature différente sont successivement demandées. Pour la 1re série, les élèves répondent alors sur ardoise ; pour la 2e série, l'activité commence sur ardoise et se termine sur le fichier (les enfants utilisent les zones de réponse en haut de page). Lorsqu'il n'y a qu'une seule série de calculs (par ex. sq 6), il en va de même : réponses d'abord sur l'ardoise puis sur le fichier. En outre, sauf indications spéciales, les calculs sont proposés oralement par l'enseignant.

Compléments à 10

L'enseignant dit un nombre ≤ 10, les élèves cherchent le complément et écrivent l'égalité. Au début, si nécessaire, on reprend le scénario de visualisation mentale introduit dans la séquence 1.

Additions

Divers calculs $a + b$ avec a et $b \leq 9$. C'est l'occasion d'éva-



3 Les soustractions élémentaires : retirer un petit nombre

1 Additions mentales
2 Compléments à 10

L'écureuil compte 8 – 2

Il reste sept…

Vérifie qu'il y a 8 noisettes et termine de barrer. 8 – 2 = ...

Picbille calcule 8 – 2

Je dessine les jetons comme s'ils étaient dans la boîte.

Vérifie et complète. 8 – 2 = ...

Qui voit le mieux le résultat ? L'écureuil ou Picbille ?

L'écureuil compte 14 – 6

Il reste treize…

Vérifie qu'il y a 14 noisettes et termine de barrer. 14 – 6 = ...

Picbille calcule 14 – 6

Quatorze, c'est 10 et 4. Je barre 4 et encore…

Vérifie et complète. 14 – 6 = ...

Qui trouve le plus rapidement le résultat ? L'écureuil ou Picbille ?

1

Calcule en barrant « à la fin » comme Picbille.

7 – 3 = ... 13 – 4 = ...

Dessine puis barre « à la fin » comme Picbille.

9 – 3 = ... 15 – 7 = ...

2

Calcule (dessine au brouillon si tu en as besoin).

8 – 1 = ... 11 – 4 = ... 13 – 6 = ...
9 – 4 = ... 12 – 3 = ... 11 – 3 = ...

3

La règle en cm est alors observée : on n'y voit plus des pouces mis bout à bout, mais des bandes colorées. Toutes ces bandes colorées ont la même longueur et cette longueur s'appelle le centimètre (le mot complet et l'abréviation sont écrits au tableau). Là encore, l'enseignant demande de montrer des longueurs de 1, 2, 3, 5, 10 cm à divers endroits de la règle, puis fait mesurer divers objets. Ce sera aussi l'occasion de faire remarquer et utiliser les repères 5, 10, 15, etc. On dira par exemple que le crayon de Lucie « *est long comme un peu plus de 15 cm* », qu'il « *mesure un peu plus de 15 cm* » ou encore « *qu'il mesure entre 15 et 16 cm* ». On constate alors qu'il y a plus de cm (ou moins de pouces) dans une même longueur, et on interprète ce phénomène : le cm est plus petit, il y a plus de cm. Cela conduit à diverses comparaisons similaires à celles du fichier : « *Qu'est-ce qui est le plus long, 1 pouce ou 2 cm ?… 4 cm ou 4 pouces ?… 3 pouces ou 6 cm ?* » Au besoin, on trace sur le cahier les traits correspondants pour vérifier.

Activités sur le fichier

Les élèves travaillent individuellement. On les amène à comprendre la fonction des repères donnés pour les tracés (⊢). Avant d'aborder l'activité 2, on fera observer l'analogie de structure entre la règle en carton graduée en cm et le double décimètre. La superposition des deux instruments permet de comprendre que les cm sont représentés entre les traits les plus longs (on peut faire expliciter que la longueur représentée entre deux traits « courts » sert à affiner la mesure lorsqu'une longueur n'est pas un nombre exact de cm ; elle s'appelle le mm). Là encore, on demandera de montrer diverses longueurs exprimées en cm à divers endroits du double décimètre et de mesurer divers objets.

Remarque

Nous recommandons aux enseignants de ne pas utiliser le mot « segment », mais l'expression « trait droit ». En effet, ce mot désigne une notion mathématique qui est encore hors de portée de beaucoup d'élèves au début du cycle 3. Il a par exemple la propriété suivante : bien que la distance entre les deux extrémités soit finie, il « contient » une infinité de points. Utiliser ce mot pour désigner des traits, ce serait risquer d'établir une conception fausse du segment qui pourrait gêner la compréhension de la notion mathématique (celle-ci sera abordée au CM1).

Activités Séquence 3

Compléments à 10 et additions

Mêmes activités que séquence 2.

1, 2 et 3. Soustractions élémentaires où l'on retire un petit nombre

Les élèves doivent comprendre que pour calculer une soustraction du type 14 – 6, par exemple, lorsqu'on s'appuie sur une collection organisée en 10 et 4, les 6 objets retirés ne le sont pas n'importe où, mais qu'on prélève d'abord ceux qui « dépassent » 10. Ils doivent comprendre de plus que la difficulté réside grandement dans la décomposition du nombre retiré : pour calculer 14 – 6, par exemple, on retire 4 et encore… 2. Les élèves qui ne savent pas décomposer 6 en 4 et encore 2 éprouveront évidemment des difficultés pour mettre en œuvre cette stratégie. Les décompositions des premiers nombres doivent impérativement être retravaillées avec eux.

L'activité commence directement sur le fichier. On retrouve pour la première fois au CE2 une organisation de page où l'écureuil est à gauche de la page et Picbille à droite. Rappelons que l'écureuil incarne l'usage de stratégies faciles à comprendre mais généralement peu performantes (très souvent, il compte !), alors que les autres personnages, dont Picbille, incarnent des stratégies plus efficientes que le comptage. Les deux personnages cherchent le résultat de 8 – 2. L'écureuil est obligé de compter pour vérifier le nombre initial et trouver le résultat ; Picbille, lui, calcule sur une collection organisée à l'aide du repère 5 et il obtient le résultat de 8 – 2 sans compter.

Concernant le calcul de 14 – 6, l'enseignant reprend au tableau le dessin de la boîte et des jetons : il reproduit le schéma d'une boîte et dessine 4 autres points. On commente ensuite ce que Picbille dit et ce qu'il a barré : « *Quatorze, c'est dix et quatre, je barre d'abord 4 et encore…* ». Il faut encore barrer deux jetons, ce qui conduit à entourer une zone légèrement plus petite qu'un demi-compartiment avant de barrer cette zone. Il restera donc 8 jetons dans la boîte.

N.B. : D'un point de vue pédagogique, l'usage du schéma d'une boîte *fermée* oblige les élèves à procéder mentalement pour décomposer le nombre retiré (6, c'est 4 et encore…). D'une manière générale, les boîtes sont plus souvent fermées dans cette édition de *J'apprends les maths CE2* que dans la précédente.

Objectifs

On revoit ici la numération décimale sur les nombres jusqu'à 69. Dans chaque activité, il s'agit de concevoir 47 par exemple comme 4 groupes de 10 (ou 4 dizaines) et 7 unités isolées.

Rappelons que nous recommandons d'utiliser tout le temps nécessaire les expressions « groupe de 10 » et « dizaine » comme des synonymes. L'usage de l'expression « groupe de 10 », qui a le même sens que « dizaine », est plus claire et facilite la compréhension du mot « dizaine ». Et pour favoriser une bonne compréhension de la numération, le plus souvent possible, même lorsqu'il s'agit de décrire des figurations de nombres réalisées avec le matériel de numération, on privilégiera les dénominations générales (« groupes de 100 » ou « centaines », « groupes de 10 » ou « dizaines ») plutôt que des termes comme « valises » et « boîtes », même lorsqu'on les complète par « ...de 100 » ou « ...de 10 ».

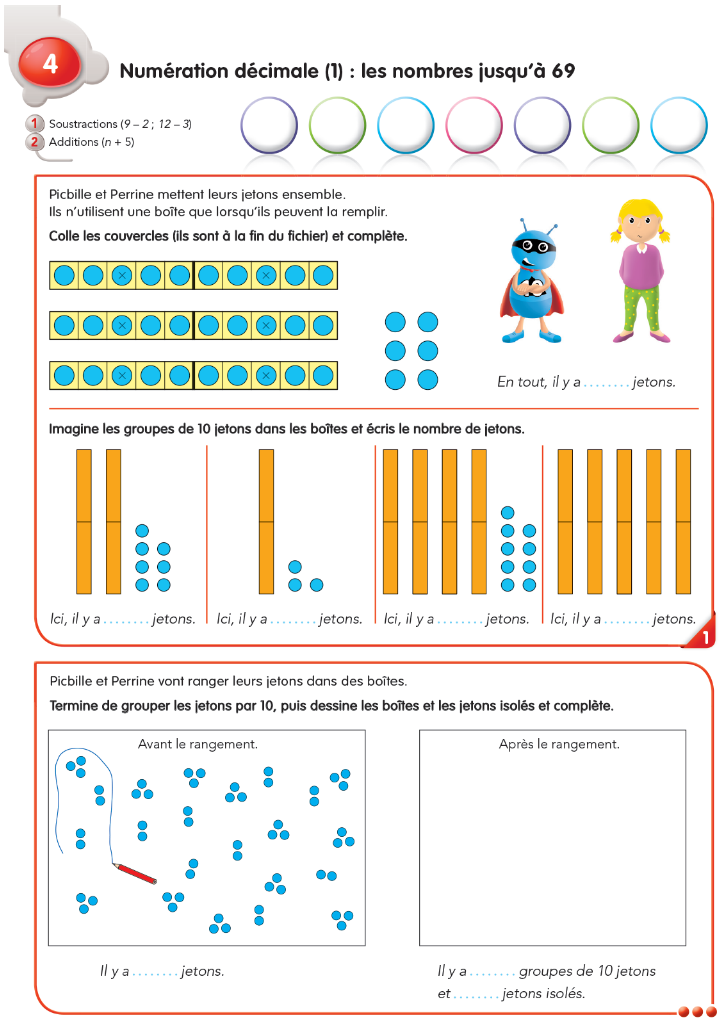
Activités — Séquence 4

Soustractions *(9 – 2 ; 12 – 3)*

L'activité commence sur ardoise. Après chaque calcul, la correction se fait en explicitant la stratégie de retraits successifs à partir d'un dessin au tableau des nombres comme Picbille (*cf.* séquence 3). Si les résultats des soustractions du type 8 – 2 ne sont pas rapidement retrouvés (si certains élèves comptent sur leurs doigts, par exemple), soit collectivement, soit dans le cadre de l'aide personnalisée, l'enseignant peut animer quelques séances de « simulation mentale de retraits que l'enseignant réalise de manière masquée ». Il utilise à cet effet des cartons sur lesquels figurent de 5 à 10 jetons dessinés comme Picbille, c'est-à-dire avec un espace entre le 5e et le 6e (le matériel est téléchargeable sur le site japprendslesmaths.fr). Pour chaque calcul, il y a deux phases : celle de simulation et celle de vérification (ou validation) du résultat. La phase de simulation se déroule elle-même en deux temps, le premier visant à faire évoquer mentalement aux élèves la collection organisée initiale, le second à effectuer le retrait.

Simulation (1er temps)

Si la soustraction est 8 – 2, par exemple, il importe que les élèves se représentent que la collection initiale est organisée en 5 points et encore 3. L'enseignant tient le carton de sorte que les 3 points sont sur sa gauche (le masquage s'effectuera donc



4 Numération décimale (1) : les nombres jusqu'à 69

1 Soustractions (9 – 2 ; 12 – 3)
2 Additions (n + 5)

Picbille et Perrine mettent leurs jetons ensemble.
Ils n'utilisent une boîte que lorsqu'ils peuvent la remplir.
Colle les couvercles (ils sont à la fin du fichier) et complète.

En tout, il y a .... jetons.

Imagine les groupes de 10 jetons dans les boîtes et écris le nombre de jetons.

Ici, il y a .... jetons. Ici, il y a .... jetons. Ici, il y a .... jetons. Ici, il y a .... jetons.

1

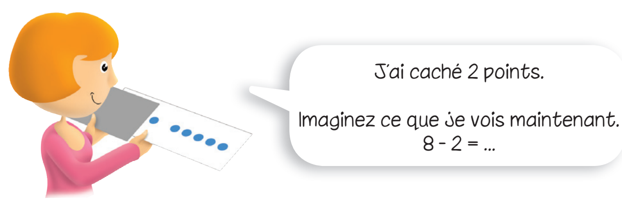
Picbille et Perrine vont ranger leurs jetons dans des boîtes.
Termine de grouper les jetons par 10, puis dessine les boîtes et les jetons isolés et complète.

Avant le rangement. Après le rangement.

Il y a .... jetons. Il y a .... groupes de 10 jetons et .... jetons isolés.

sur sa gauche aussi, c'est-à-dire sur la droite des élèves : cela correspond, pour eux, au fait qu'on enlève « à la fin »). Il regarde le carton et demande aux élèves d'imaginer ce qu'il voit.

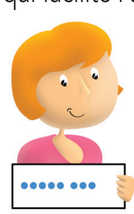
Simulation (2e temps)

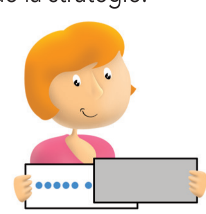


L'enseignant réalise le retrait de manière masquée. Pour 8 – 2, il cache avec un carton les 2 points qui sont les plus à gauche et il demande aux élèves d'imaginer ce qu'il voit maintenant que le retrait est réalisé.

Validation

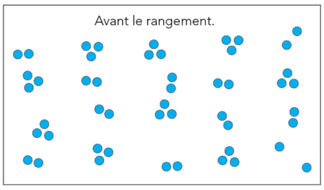
On procède à la vérification en basculant le carton où figurent les points et en exécutant le retrait sous les yeux des élèves : « *Il y a 8 points sur le carton ; 8, c'est 5 et encore 3. Je cache 2 points ; on en voit maintenant 5 et encore 1, c'est 6.* » L'enseignant peut écrire au tableau l'égalité : 8 – 2 = 6.
La validation s'effectue immédiatement après chaque problème posé, ce qui facilite l'appropriation de la stratégie.





Groupe les jetons par 10, puis dessine les boîtes et les jetons isolés et complète.

Avant le rangement.



Après le rangement.

Il y a .... jetons.

Il y a .... groupes de 10 jetons et .... jetons isolés.

2

Complète :

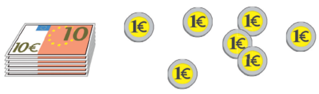
10 + 10 + 10 + 8 = ...   10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = ...   10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 = ...

Voici 5 paquets de 10 images et 3 images isolées.

Combien d'images y a-t-il en tout ?

....

Voilà 6 billets de 10 € et 7 pièces de 1 €.



Combien d'euros y a-t-il en tout ?

....

J'ai appris

Une boîte de 10 jetons, un paquet de 10 images, un carnet de 10 timbres, un billet de 10 €, etc. sont des « **groupes de 10** ».

57, c'est 5 groupes de 10 et 7. On dit aussi que 57, c'est 5 dizaines et 7 unités.

Imagine les groupes de 10 et complète comme dans l'exemple.

cinquante-neuf, c'est 5 groupes de 10 et 9 ...... *; on dit aussi :* 5 dizaines et 9 unités ....

vingt-six, c'est .... *; on dit aussi :* ....

trente et un, c'est .... *; on dit aussi :* ....

douze, c'est .... *; on dit aussi :* ....

quarante-cinq, c'est .... *; on dit aussi :* ....

3

Ce feutre mesure-t-il plus ou moins de 10 cm ?

Fais un pari, puis mesure sa longueur en cm.

Complète la ligne qui convient.

Ce feutre mesure

- *exactement .... cm*
- *entre .... et .... cm*

4

Additions ($n + 5$; $5 + n$)

Quelques cas comme ceux de la séquence 2 sont proposés puis on insiste sur les cas du type $n + 5$ ou $5 + n$ (la somme est comprise entre 11 et 14). Si le résultat n'est pas connu par cœur, on fait un « retour au 5 » : 8 + 5 = 5 + 3 + 5 = 10 + 3. Cette stratégie peut être explicitée en utilisant les nombres « comme Picbille » (cf. sq 3) ou « comme Dédé » (*cf. J'apprends les maths CE1*).

1 à 3. Numération décimale

Activités préliminaires

On installe ou on revoit un mode de figuration des nombres > 10, les nombres « comme Picbille et Perrine ». On peut alors figurer aisément de grands nombres : 87 jetons par exemple seront organisés en 8 groupes de 10 jetons (rangés dans 8 boîtes) et 7 jetons isolés.

On conduit l'activité suivante avec le matériel (« boîtes de Picbille »). L'enseignant a déposé en vrac sur une table un tas de jetons, 59 par exemple. Les élèves doivent commander le nombre de boîtes nécessaires, de sorte que toutes les boîtes demandées seront finalement remplies et fermées, *mais sans compter préalablement le nombre total de jetons*. S'il y a des jetons qu'on ne peut pas grouper par 10, on ne les mettra pas dans une boîte.

Il demande à deux ou trois élèves de s'occuper de cette commande (ils doivent se mettre d'accord sur le nombre de boîtes). Les autres élèves les observent. Finalement, il y a 5 groupes de 10 jetons et il faut donc 5 boîtes ; 9 jetons n'ont pas pu être groupés, ils resteront isolés. On détermine alors le nombre de jetons et on compare deux manières de le faire :

– on compte les groupes de 10 : « 1, 2, 3, 4, 5 », 5 groupes de 10, c'est cinquante, et 9, cinquante-neuf » ;

– on compte de 10 en 10 : « 10, 20, 30, 40, 50 et 9, 59 ».

Les boîtes sont remplies. On écrit le nombre de jetons et on remarque que dans l'écriture chiffrée de 59, le 5 dit le nombre de groupes de 10 ou de dizaines, le 9 dit celui des unités isolées. Dans le cas de 59, il est facile d'anticiper ce qui se passerait si on ajoutait 1 jeton. L'écriture « 60 » dira qu'il y a 6 groupes de 10 et zéro (ou aucune) unité isolée.

Cette situation est éventuellement reprise avec une ou deux autres quantités de jetons.

Il est bon de conclure par un scénario d'accroissement des unités de 1 en 1 (on part par exemple de 19). Les élèves écrivent les nombres successifs sur leur ardoise et l'enseignant effectue avec le matériel les ajouts correspondants. Il peut en outre faire dessiner les collections correspondantes : des grands traits pour les boîtes et des points dessinés comme Perrine pour les unités isolées. À divers moments, notamment lorsqu'on forme un nouveau groupe de 10, on met en relation les deux systèmes : matériel de numération ou sa schématisation, d'une part, écriture chiffrée, d'autre part.

Activités sur le fichier

Dans l'activité 1, 3 boîtes sont remplies et il y a 6 jetons isolés. Les boîtes n'étant pas fermées, les élèves vont devoir coller les couvercles. C'est seulement après que l'enseignant demandera combien de jetons ont Picbille et Perrine ensemble. Pour la seconde partie de l'activité, on favorisera la procédure qui consiste à passer directement du nombre de groupes de 10 (2, 1, 4 et 5) au nombre total de jetons groupés (20, 10, 40, 50).

Pour l'activité 2, le scénario est le même que dans l'activité préliminaire. On fait d'abord interpréter le trait de crayon qui a été amorcé, puis les enfants achèvent le travail commencé. Après le premier exercice, on fait le point sur les procédures en s'appuyant sur un amas similaire de 58 points dessinés au tableau. Des élèves viennent montrer comment ils s'y prennent pour former des groupes de 10 : certains comptent un à un ; d'autres utilisent la disposition par 2 et 3 pour former plus directement des groupes de 10 (au besoin l'enseignant montre cette procédure), soit en calculant sur les paquets (« 2 et 3, 5 et 3, 8 et 2, 10 »), soit en cherchant deux 5 (« 2 et 3, 5 ; encore 3 et 2, 5 ; en tout 10 »). Il suffit alors de compter les groupes de 10 (« 1, 2, 3, 4, 5 ») pour savoir qu'avec ces 5 groupes de 10, il y a 50 jetons.

Pour l'activité 3, on pourra aider les élèves en les amenant à évoquer les 10 images qui sont groupées dans chaque pochette. De même, pour les billets de 10 euros, on fera comprendre, au besoin, qu'ils équivalent à des groupes de 10 pièces de 1 euro.

Les élèves qui auraient des difficultés pour lire les nombres sous forme littérale peuvent se servir de la liste de la séquence 1 (activité 4).

On insistera finalement sur la synonymie entre « groupe de 10 » et « dizaine », et sur le fait qu'on a utilisé toutes sortes de groupes de 10 ou de dizaines, dizaines de jetons, d'images, d'euros (*cf.* le *J'ai appris*). On demandera des exemples de problèmes avec d'autres groupes de 10 (enfants, fleurs, gâteaux, …).

Objectifs

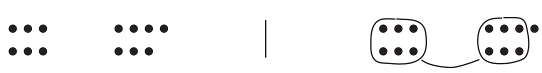
Dans la sq 5, on revoit le calcul mental des additions d'un nombre à 2 chiffres avec un nombre à 1 chiffre. Deux stratégies sont proposées : soit on procède à deux ajouts successifs en complétant d'abord à la dizaine supérieure (24 + 8 = 24 + 6 + 2), soit on cherche d'abord le nombre des unités (ici, 8 + 4 = 12, le nombre d'unités est 2) puis on ajoute la dizaine « de retenue ». Dans cette séquence et dans les suivantes, les calculs du fichier sont donnés sous forme littérale ; les élèves écrivent les résultats en chiffres. On veut qu'ils se trouvent dans une situation proche du calcul oral : ils doivent se représenter mentalement les décompositions en dizaines et unités. Par exemple, pour « quarante-cinq + huit », ils doivent se demander : « quarante, c'est combien de groupes de 10 ? ». En revanche, quand les calculs sont donnés sous forme chiffrée (45 + 8), le chiffre 4 donne immédiatement cette information. Si des élèves sont très faibles lecteurs, ils pourront se servir de la liste de référence de la séquence 1.

Dans la sq 6, on introduit l'usage des signes < (plus petit que) et > (plus grand que). Certains élèves les ont rencontrés au CE1, d'autres non (ils ne figurent pas explicitement au programme). La compétence nécessaire à leur emploi (comparaison de nombres) est évidemment travaillée dès le CP mais il est légitime de retarder l'usage de ces signes parce que certains élèves, ceux qui écrivent fréquemment les chiffres en miroir, les confondent. Or, un élève qui écrit le signe < en miroir se trompe dans ce qu'il écrit alors que son raisonnement était correct. Il est très difficile pour un pédagogue de gérer ce genre de phénomène. Pour être sûr de l'éviter, le moyen mnémotechnique de la « gueule du crocodile » est utilisé.

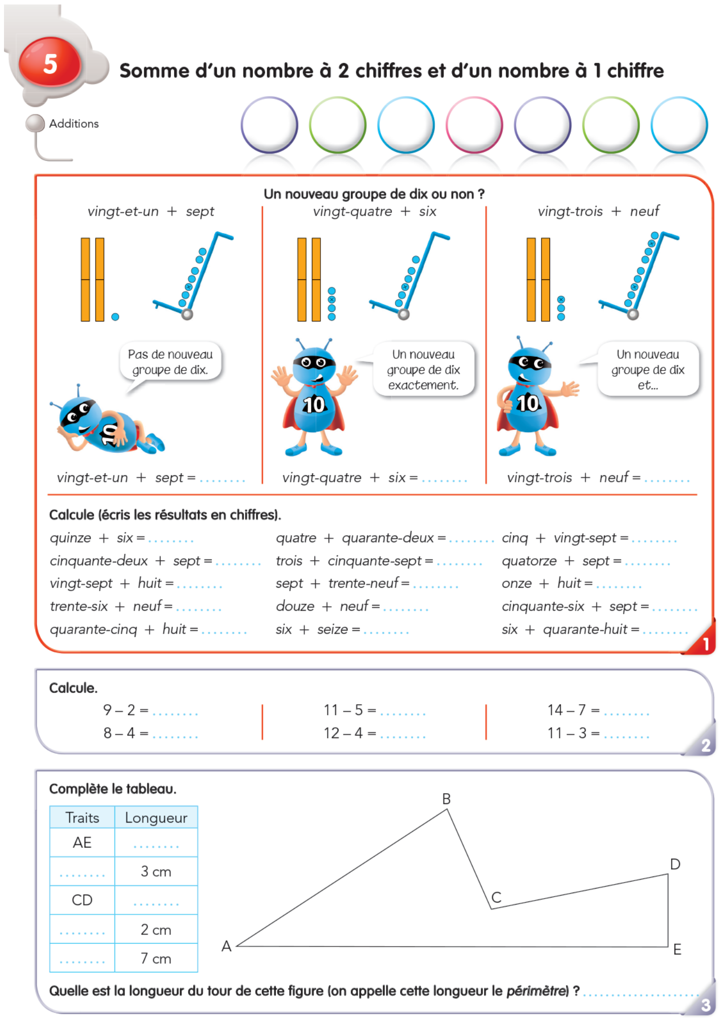
Activités Séquence 5

Additions

Idem séquence 2. Pour les additions, on insiste sur 6 + 7, 7 + 8, et 8 + 9. Si les résultats ne sont pas bien connus, on utilise la stratégie du « retour au double » : « 6 + 7, c'est 6 et 6, 12 et 1, 13 ». On suppose que les doubles sont bien connus. Mais, si nécessaire, on les révisera en utilisant les nombres « comme Picbille » : 6 + 6 = 5 + 1 + 5 + 1 ; 7 + 7 = 5 + 2 + 5 + 2… Concernant l'enseignement de la stratégie du « retour aux doubles », c'est l'usage des nombres «comme Perrine» qui est le mieux adapté, comme le suggère le schéma ci-dessous :



6 + 7 = 6 + 6 + 1



5 Somme d'un nombre à 2 chiffres et d'un nombre à 1 chiffre

Additions

Un nouveau groupe de dix ou non ?

vingt-et-un + sept | vingt-quatre + six | vingt-trois + neuf

vingt-et-un + sept = ... | vingt-quatre + six = ... | vingt-trois + neuf = ...

Calcule (écris les résultats en chiffres).

quinze + six = ...	quatre + quarante-deux = ...	cinq + vingt-sept = ...
cinquante-deux + sept = ...	trois + cinquante-sept = ...	quatorze + sept = ...
vingt-sept + huit = ...	sept + trente-neuf = ...	onze + huit = ...
trente-six + neuf = ...	douze + neuf = ...	cinquante-six + sept = ...
quarante-cinq + huit = ...	six + seize = ...	six + quarante-huit = ...

1

Calcule.

9 – 2 = ...	11 – 5 = ...	14 – 7 = ...
8 – 4 = ...	12 – 4 = ...	11 – 3 = ...

2

Complète le tableau.

Traits	Longueur
AE	....
....	3 cm
CD	....
....	2 cm
....	7 cm

Quelle est la longueur du tour de cette figure (on appelle cette longueur le *périmètre*) ? ....

3

1. Somme d'un nombre à 2 chiffres et d'un nombre à 1 chiffre

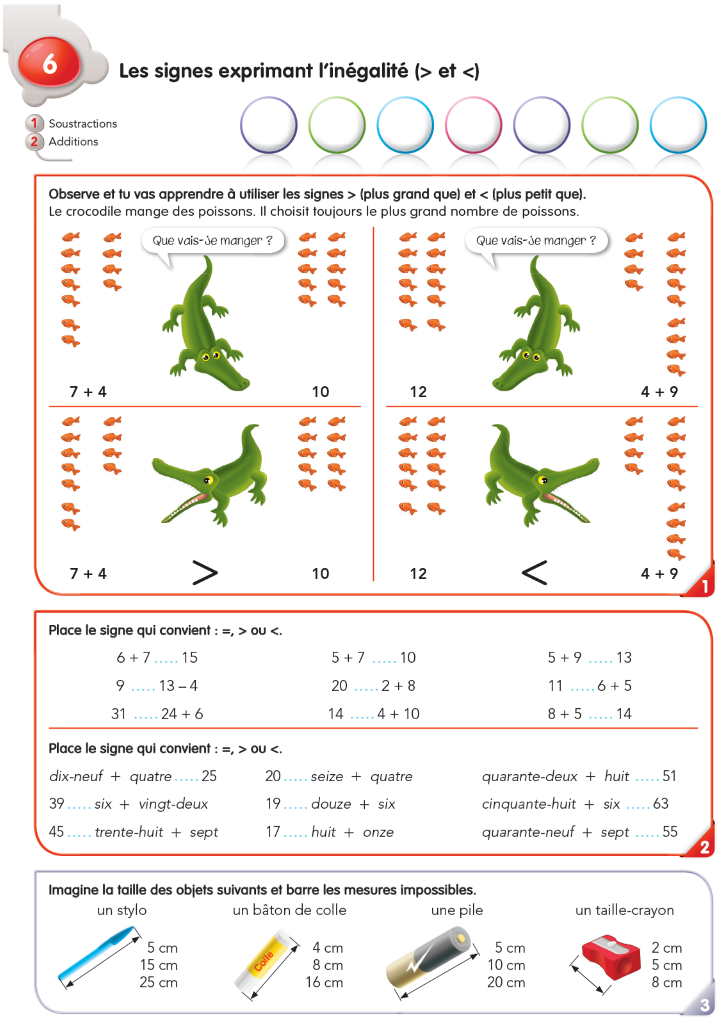
Lors d'une activité préliminaire, l'enseignant propose oralement quelques cas du même type que ceux du fichier (tantôt il n'y a pas de nouvelle dizaine, tantôt il y en a une exactement, tantôt il y a une nouvelle dizaine et encore… ; les résultats ne dépassent pas 69 ; tantôt le grand nombre est en 1re position, tantôt en 2e). C'est la discussion qui permet de dégager les différentes stratégies.

Celle qui consiste à compléter à la dizaine supérieure est mise en scène avec le matériel (jetons et boîtes de Picbille). Les cas du type 43 + 9 sont l'occasion de prendre conscience qu'on peut soit utiliser un «passage de la dizaine» en conservant l'ordre des nombres (43 + 9 = 43 + 7 + 2), soit commencer par remplacer ce calcul par celui de 49 + 3 (49 + 3 = 49 + 1 + 2).

Activités Séquence 6

Additions

Idem sq 2, en insistant sur les calculs du type 8 + *n* et 9 + *n*. Si les résultats ne sont pas bien connus, on fait utiliser la stratégie du « passage de la dizaine » : « 8 + 6, c'est 8 + 2, 10 et encore 4, 14 ». On en facilitera l'appropriation en conduisant l'activité de « simulation mentale d'un passage de la dizaine que l'enseignant réalise de manière masquée ». Cette activité, décrite ci-après, est, selon les besoins, proposée collectivement ou dans le cadre de l'aide personnalisée.



6 Les signes exprimant l'inégalité (> et <)

1 Soustractions
2 Additions

Observe et tu vas apprendre à utiliser les signes > (plus grand que) et < (plus petit que).
Le crocodile mange des poissons. Il choisit toujours le plus grand nombre de poissons.

Que vais-je manger ? Que vais-je manger ?

7 + 4 10 12 4 + 9

7 + 4 > 10 12 < 4 + 9

1

Place le signe qui convient : =, > ou <.

6 + 7 15	5 + 7 10	5 + 9 13
9 ..... 13 – 4	20 ..... 2 + 8	11 ..... 6 + 5
31 ..... 24 + 6	14 ..... 4 + 10	8 + 5 14

Place le signe qui convient : =, > ou <.

dix-neuf + quatre 25	20 ..... *seize + quatre*	*quarante-deux + huit* 51
39 ..... *six + vingt-deux*	19 ..... *douze + six*	*cinquante-huit + six* 63
45 ..... *trente-huit + sept*	17 ..... *huit + onze*	*quarante-neuf + sept* 55

2

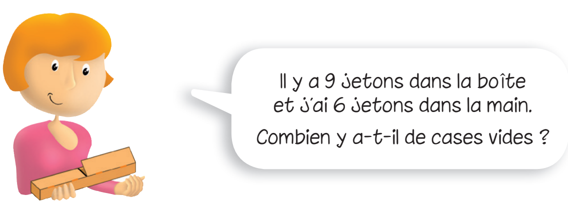
Imagine la taille des objets suivants et barre les mesures impossibles.

un stylo	un bâton de colle	une pile	un taille-crayon
5 cm 15 cm 25 cm	4 cm 8 cm 16 cm	5 cm 10 cm 20 cm	2 cm 5 cm 8 cm

3

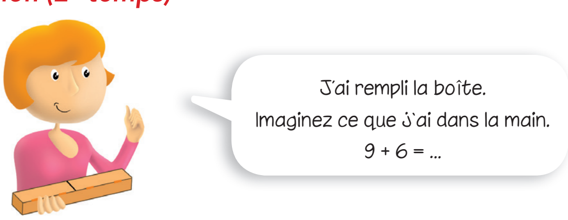
Pour chaque calcul, il y a 2 phases : celle de simulation et celle de vérification (ou validation) du résultat. La phase de simulation se déroule elle-même en deux temps. L'exemple proposé est celui du calcul de 9 + 6.

Simulation (1^er^ temps)



Les élèves ne voient ni l'intérieur de la boîte, ni les 6 jetons car les doigts étant à demi repliés, seul l'enseignant peut les voir. On ne fait expliciter qu'il y a 1 case vide que si c'est vraiment nécessaire.

Simulation (2^e^ temps)

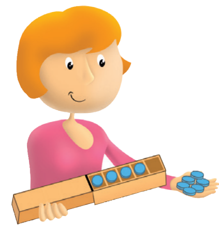


L'enseignant réalise l'ajout de manière masquée. Pour 9 + 6, il met 1 jeton dans la boîte, ferme le couvercle, regarde le contenu de sa main et demande aux élèves d'imaginer ce qu'il voit maintenant. Lorsqu'il dit : « C'est 10… », l'enseignant regarde la boîte. Quand il dit « …et encore… », il regarde le contenu de sa main.

Validation

On procède à la vérification en basculant la boîte, en reprenant l'ensemble de la manipulation sous les yeux des élèves et en commentant les changements dans les contenus respectifs de la boîte et de la main.

Avant ajout



Après ajout

1. Les signes > et < : introduction

L'activité commence directement sur le fichier en observant la partie gauche du cadre 1. La situation est explicitée : le crocodile a 7 + 4 poissons d'un côté et 10 de l'autre. Il souhaite évidemment manger le plus grand nombre possible de poissons ; lesquels va-t-il manger ? La comparaison est aisée mais il s'agit ici d'apprendre à exprimer le résultat de cette comparaison : on utilise l'un des deux signes suivants (ils sont reproduits au tableau et respectivement lus) ; pour connaître celui qu'il convient d'utiliser, il suffit d'imaginer qu'il s'agit de la gueule d'un crocodile ouverte vers le nombre le plus grand. On écrit donc : 7 + 4 > 10. L'exemple de la partie droite du cadre 1 est traité de manière similaire.

2. Les signes > et < : usage

On commence par traiter des exemples similaires à ceux qui ont servi pour l'introduction des signes > et <, mais en mélangeant avec des cas d'égalité. Ce type d'exercice sera très utile dans le courant de l'année pour traiter les changements d'unités. En utilisant ces signes, il est en effet facile de proposer aux élèves de comparer 4 cm et 40 mm, 4 cm et 39 mm… (*cf.* sq 21, par exemple.)
Une dernière activité est enfin proposée où il s'agit de comparer un nombre proposé sous forme chiffrée et une somme qui, elle, est proposée sous forme littérale : cette activité permet d'entretenir ce qui a été travaillé dans la séquence 5.

3. Estimation de longueurs

Avant l'activité 3, on peut demander aux enfants d'estimer la longueur en cm de quelques petits objets (bâton de craie, ciseaux, clé, etc.). Pour cela, on les invite à se référer à une longueur de 1 cm montrée entre deux doigts. Il est également utile de demander d'estimer la longueur de traits de 1 cm, 2 cm, 3 cm… tracés au tableau. En effet, de nombreux enfants ont tendance à se limiter à l'intuition du cm « vu de près » et s'étonneront de sa taille apparente lorsqu'il est vu de loin.

Objectifs

Dans la sq 7, on consolide l'apprentissage des nombres de 69 à 100. Du fait de l'irrégularité de la numération orale, ces nombres peuvent se révéler encore difficiles pour certains élèves à l'issue du cycle 2. L'enfant entend « soixante… » et associe à ce mot le chiffre 6, ce qui conduit à une erreur dans le cas de « soixante-treize », par exemple. On s'efforce de dégager une méthode pour éviter ce type d'erreur : pour savoir comment s'écrit un nombre qui commence par « soixante… », il faut savoir combien de groupes de 10 il contient (6 ou 7 ?). Il faut donc attendre les mots qui sont dits après « soixante ». La même méthode est utilisée pour distinguer les deux sortes de nombres qui commencent par « quatre-vingt », ceux qui ont 8 groupes de 10 et ceux qui en ont 9.

Dans la sq 8, les élèves revoient le calcul mental des soustractions « élémentaires » correspondant à des cas où l'on « retire beaucoup » (13 – 9, par exemple). Rappelons que dans le calcul mental de la soustraction, les adultes instruits utilisent principalement deux stratégies, adaptées à deux sortes de valeurs numériques. Pour calculer 103 – 98, par exemple (l'écart est petit), le calcul le plus facile consiste à « avancer » de 98 à 103 (2 pour aller à 100 et 3 pour aller à 103, c'est 5). On parle de calcul par compléments successifs. Si l'écart est grand, comme pour 103 – 7, le calcul le plus facile consiste à retirer 7 en deux temps, d'abord 3, puis 4. On parle de calcul par retraits successifs ou « en reculant ». Dans le cas des soustractions élémentaires, cette dernière stratégie a été étudiée sq 3 ; la première stratégie (le calcul par compléments successifs) est étudiée ici.

Activités — Séquence 7

Additions *(43 + 6 ; 43 + 9)*

On alterne les cas sans et avec création d'une nouvelle dizaine (*cf.* séquence 5). La validation se fait en dessinant au tableau des schémas de boîtes et de jetons.

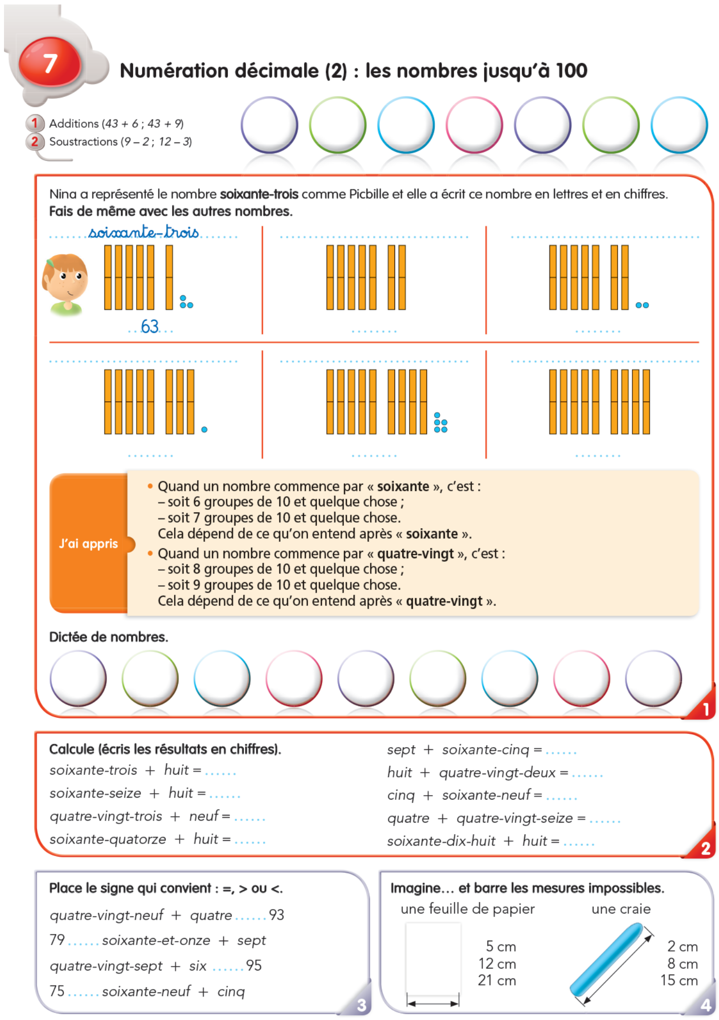
Soustractions *(9 – 2 ; 12 – 3)*

Idem séquence 4.

1 et 2. Les nombres entre 69 et 100

Activité préliminaire

L'enseignant organise un jeu du furet où l'on parcourt la suite des nombres de 1 en 1 à partir de 57, par ex. : il interroge un enfant qui doit dire le nombre suivant (« *cinquante-huit* »), puis un autre qui doit dire le suivant etc. jusqu'à « *cent* ». Chacun des élèves doit représenter sur son ardoise chaque nombre successif avec le matériel de numération et écrire le nombre


7 Numération décimale (2) : les nombres jusqu'à 100

1 Additions (43 + 6 ; 43 + 9)
2 Soustractions (9 – 2 ; 12 – 3)

Nina a représenté le nombre **soixante-trois** comme Picbille et elle a écrit ce nombre en lettres et en chiffres.
Fais de même avec les autres nombres.

soixante-trois
63

J'ai appris
- Quand un nombre commence par « **soixante** », c'est :
  – soit 6 groupes de 10 et quelque chose ;
  – soit 7 groupes de 10 et quelque chose.
  Cela dépend de ce qu'on entend après « **soixante** ».
- Quand un nombre commence par « **quatre-vingt** », c'est :
  – soit 8 groupes de 10 et quelque chose ;
  – soit 9 groupes de 10 et quelque chose.
  Cela dépend de ce qu'on entend après « **quatre-vingt** ».

Dictée de nombres.

1

Calcule (écris les résultats en chiffres).

soixante-trois + huit = ……	sept + soixante-cinq = ……
soixante-seize + huit = ……	huit + quatre-vingt-deux = ……
quatre-vingt-trois + neuf = ……	cinq + soixante-neuf = ……
soixante-quatorze + huit = ……	quatre + quatre-vingt-seize = ……
	soixante-dix-huit + huit = ……

2

Place le signe qui convient : =, > ou <.

quatre-vingt-neuf + quatre …… 93
79 …… soixante-et-onze + sept
quatre-vingt-sept + six …… 95
75 …… soixante-neuf + cinq

3

Imagine… et barre les mesures impossibles.

une feuille de papier : 5 cm, 12 cm, 21 cm
une craie : 2 cm, 8 cm, 15 cm

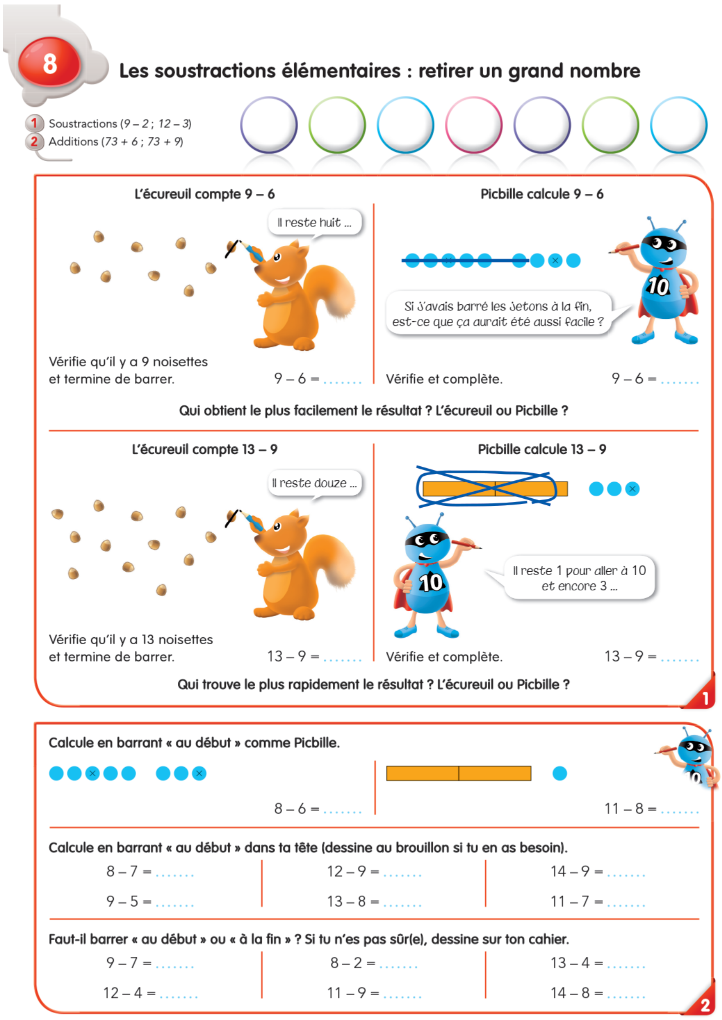
4

correspondant en chiffres. Pour la validation, en se faisant guider par les élèves, l'enseignant réalise la collection correspondante avec le matériel et écrit le nombre au tableau. Lorsqu'on ne forme pas une nouvelle dizaine, il suffit d'ajouter un jeton et de changer le chiffre des unités isolées (sur l'ardoise, on n'a pas besoin d'effacer les boîtes dejà dessinées, ni le chiffre des dizaines).

On s'attarde évidemment sur les passages de 69 à 70, de 79 à 80 et de 89 à 90. On peut se référer aux prononciations « septante », « huitante » et « neuvante », qui seraient logiques. De toute façon, on fait le lien entre l'oralisation traditionnelle, le matériel et l'écriture chiffrée : par exemple, soixante-dix, c'est soixante (on les montre) et encore dix (on montre ce groupe de 10 supplémentaire). Dans ce nombre, il y a donc 7 groupes de 10, les 6 de « soixante » et celui de « dix » ; c'est pourquoi il s'écrit avec un 7. De même pour « soixante et onze » (les 6 groupes de « soixante » et celui de « onze »), pour « soixante-douze », etc. On conclut qu'il y a deux sortes de nombres qui commencent par le mot « soixante », ceux qui ont 6 groupes de 10 et ceux qui en ont 7 : comment peut-on savoir s'ils s'écrivent avec un 6 ou un 7 ? On procède de façon similaire pour les nombres après 89. Quand on arrive à 100, on remarque que l'écriture chiffrée donne toujours le nombre de groupes de 10 (100). On n'hésite pas à continuer le jeu du furet, en redescendant de 100 à 69 par exemple.

Activités sur le fichier

La première partie de l'activité 1 est une reprise de quelques cas de l'activité préliminaire. Si des élèves en ont besoin, ils peuvent recourir à la liste des nombres « écrits en lettres » de la séquence 1. La lecture du *J'ai appris* peut être utile avant d'aborder la dictée



8 Les soustractions élémentaires : retirer un grand nombre

1 Soustractions (9 – 2 ; 12 – 3)
2 Additions (73 + 6 ; 73 + 9)

L'écureuil compte 9 – 6

Il reste huit ...

Vérifie qu'il y a 9 noisettes et termine de barrer. 9 – 6 = ...

Picbille calcule 9 – 6

Si j'avais barré les jetons à la fin, est-ce que ça aurait été aussi facile ?

Vérifie et complète. 9 – 6 = ...

Qui obtient le plus facilement le résultat ? L'écureuil ou Picbille ?

L'écureuil compte 13 – 9

Il reste douze ...

Vérifie qu'il y a 13 noisettes et termine de barrer. 13 – 9 = ...

Picbille calcule 13 – 9

Il reste 1 pour aller à 10 et encore 3 ...

Vérifie et complète. 13 – 9 = ...

Qui trouve le plus rapidement le résultat ? L'écureuil ou Picbille ?

1

Calcule en barrant « au début » comme Picbille.

8 – 6 = ... 11 – 8 = ...

Calcule en barrant « au début » dans ta tête (dessine au brouillon si tu en as besoin).

8 – 7 = ...	12 – 9 = ...	14 – 9 = ...
9 – 5 = ...	13 – 8 = ...	11 – 7 = ...

Faut-il barrer « au début » ou « à la fin » ? Si tu n'es pas sûr(e), dessine sur ton cahier.

9 – 7 = ...	8 – 2 = ...	13 – 4 = ...
12 – 4 = ...	11 – 9 = ...	14 – 8 = ...

2

de nombres (on dicte divers nombres compris entre 60 et 100). Les calculs proposés dans l'activité 2 sont de même nature que ceux de la séquence 5, mais les résultats sont > 70.

Activités Séquence 8

Soustractions *(9 – 2 ; 12 – 3)*

Idem séquence 4.

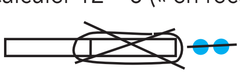
Additions *(73 + 6 ; 73 + 9)*

On alterne les cas sans et avec création d'une nouvelle dizaine (*cf.* séquence 5). La validation se fait en dessinant au tableau des schémas de boîtes et de jetons. Les nombres après 69 sont inclus dans les cas numériques proposés.

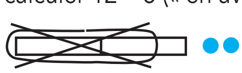
1 et 2. Soustractions élémentaires où l'on retire un grand nombre

Dans le cas d'une soustraction du type 12 – 8, par exemple, deux stratégies de calcul sont possibles :

Première façon de calculer 12 – 8 (« en reculant »)



Deuxième façon de calculer 12 – 8 (« en avançant »)



En s'appuyant sur des schémas tels que les précédents, les élèves doivent comprendre que :

1°) La stratégie par retraits successifs (12 – 2 – 6) n'est pas la plus efficiente, notamment parce qu'il faut décomposer 8 en « 2 et encore… » Il vaut mieux imaginer le retrait des 8 premiers jetons qui ont été mis dans la boîte (le 1er, le 2^{e}… jusqu'au 8^{e}), ce qui conduit à déterminer ce qui reste par une stratégie « en avançant » ou encore par complément : il reste le 9^{e}, le 10^{e}, le 11^{e} et le 12^{e} jeton, c'est-à-dire 4 jetons en tout.

2°) Plutôt que d'énumérer 1 à 1 les jetons restants, comme cela vient d'être fait, il vaut mieux s'appuyer sur le repère dix : il reste 2 jetons pour aller à 10 et encore 2 pour aller à 12, c'est-à-dire 4 en tout.

Activité préliminaire

L'enseignant propose le calcul de 12 – 8, par exemple, et, après un temps de recherche personnel, il anime une explicitation des différentes façons d'obtenir le résultat. En s'appuyant sur des schémas tels que les précédents, l'intérêt de la stratégie où l'on calcule en avançant et où l'on s'appuie sur le repère 10 est souligné.

Activités sur le fichier

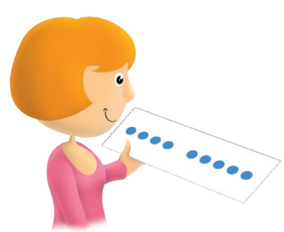
On découvre d'abord que 9 – 6 se calcule lui aussi en imaginant qu'on barre les 6 premiers jetons. Puis un calcul similaire à celui qui a été étudié dans l'activité préliminaire (13 – 9) est proposé aux élèves. Dans les deux cas, l'écureuil compte, ce qui fait apparaître la stratégie de calcul par complément comme particulièrement efficiente.

Pour l'activité 2, les élèves sont autonomes. Il est cependant souhaitable de procéder à une reprise collective des derniers exercices proposés (*Faut-il barrer « au début » ou « à la fin » ?*) parce que c'est la première fois qu'au CE2 les élèves doivent sélectionner la stratégie la plus efficiente.

Si des élèves n'accèdent pas facilement au résultat de soustractions comme 9 – 6, il est recommandé de mener avec eux l'activité suivante de « simulation mentale d'un retrait que l'enseignant réalise de manière masquée ».

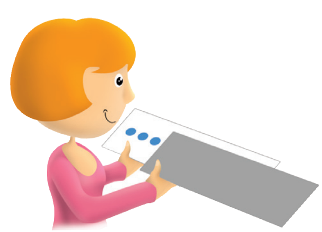
Simulation (1er temps)

J'ai pris un carton sur lequel il y a 9 jetons. Imaginez ce que je vois...



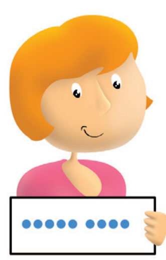
Simulation (2^{e} temps)

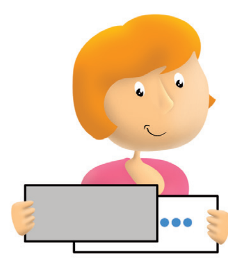
Je cache 6 jetons. Combien de jetons je vois maintenant ? 9 - 6 = ...



Validation

Elle s'effectue en basculant le carton et en exécutant le retrait sous les yeux des élèves.





L'enseignant trouvera au début du Guide pédagogique des indications générales sur l'animation des ARP.

Activités Séquence 9

Dictée de nombres

Dictée de nombres compris entre 60 et 100.

Soustractions *(9 – 6 ; 12 – 8)*

L'activité commence sur ardoise. Après chaque calcul, la correction se fait en explicitant la stratégie où l'on barre les premiers jetons, en s'aidant d'un dessin au tableau des nombres comme Picbille (*cf.* séquence 3).
Rappelons que si les résultats des soustractions du type 9 – 6 ne sont pas rapidement retrouvés (si certains élèves comptent sur leurs doigts, par exemple), l'enseignant peut animer l'activité de « simulation mentale d'un retrait que l'enseignant réalise de manière masquée » décrite p. 75. Cela peut se faire soit collectivement, soit dans le cadre de l'aide personnalisée.

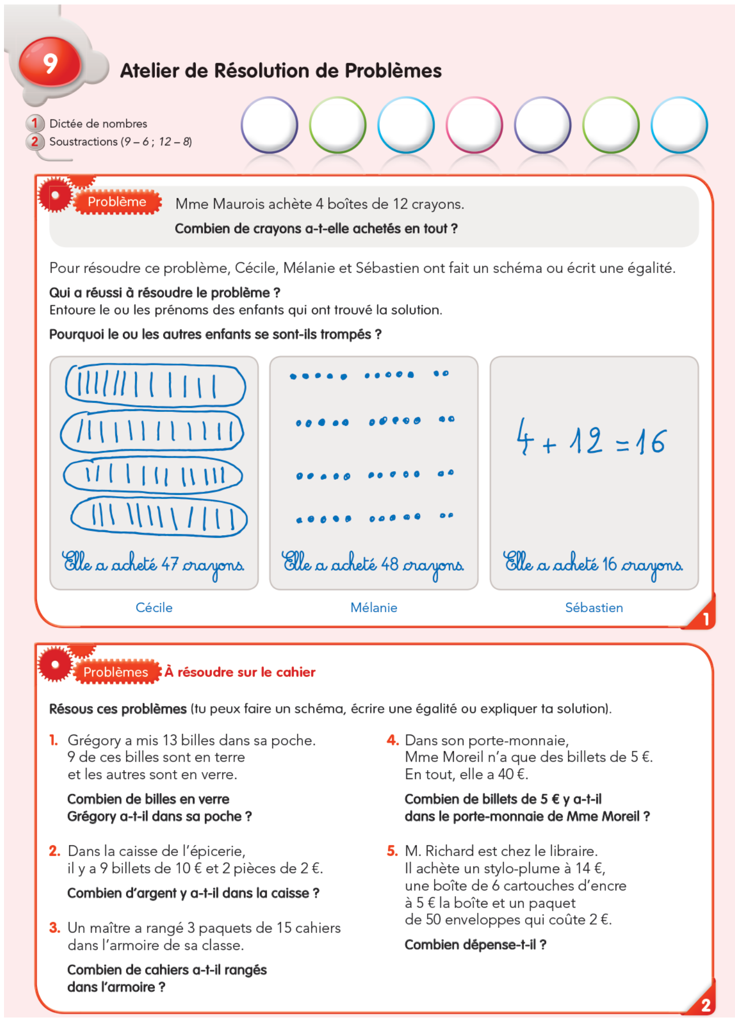
1. Apprendre à se représenter une situation et à la schématiser pour résoudre un problème

Activité collective préliminaire : déterminer la question d'un énoncé

Une façon d'apprendre aux élèves à se représenter une situation susceptible de conduire à un problème arithmétique consiste à leur donner l'énoncé sans la question et à leur demander de s'interroger sur ce qu'il est possible de chercher.

Ainsi, alors que le fichier est fermé, l'enseignant écrit au tableau le début de l'énoncé du cadre 1 : « Mme Maurois achète 4 boîtes de 12 crayons. » Il invite les enfants à déterminer individuellement ce qu'on peut chercher. Il ne faut pas s'étonner que certains élèves proposent de chercher combien Mme Maurois a dépensé, par exemple. C'est presque assurément le signe que cette activité est nouvelle pour eux, et c'est progressivement qu'ils en découvriront la « règle du jeu » : les questions acceptables sont celles auxquelles on peut répondre de manière assurée. Face à une telle question, l'enseignant demande si on peut répondre à partir de ce qui est donné et précise ce qu'est une « bonne question ».

Quand la question portant sur le nombre de crayons achetés émerge (elle est écrite au tableau), l'enseignant demande là encore s'il est possible de répondre et il laisse un temps de recherche individuel avant d'échanger sur les différentes valeurs numériques trouvées et les différentes procédures utilisées. Le temps accordé à la confrontation des différentes procédures, avant d'ouvrir le fichier, dépendra de la richesse des propositions des élèves : l'un d'entre eux, par exemple, a-t-il dessiné des collections organisées ?


9 Atelier de Résolution de Problèmes

1 Dictée de nombres
2 Soustractions (*9 – 6 ; 12 – 8*)

Problème Mme Maurois achète 4 boîtes de 12 crayons.
Combien de crayons a-t-elle achetés en tout ?

Pour résoudre ce problème, Cécile, Mélanie et Sébastien ont fait un schéma ou écrit une égalité.
Qui a réussi à résoudre le problème ?
Entoure le ou les prénoms des enfants qui ont trouvé la solution.
Pourquoi le ou les autres enfants se sont-ils trompés ?

1

Problèmes À résoudre sur le cahier

Résous ces problèmes (tu peux faire un schéma, écrire une égalité ou expliquer ta solution).

1. Grégory a mis 13 billes dans sa poche. 9 de ces billes sont en terre et les autres sont en verre.
Combien de billes en verre Grégory a-t-il dans sa poche ?
2. Dans la caisse de l'épicerie, il y a 9 billets de 10 € et 2 pièces de 2 €.
Combien d'argent y a-t-il dans la caisse ?
3. Un maître a rangé 3 paquets de 15 cahiers dans l'armoire de sa classe.
Combien de cahiers a-t-il rangés dans l'armoire ?
4. Dans son porte-monnaie, Mme Moreil n'a que des billets de 5 €. En tout, elle a 40 €.
Combien de billets de 5 € y a-t-il dans le porte-monnaie de Mme Moreil ?
5. M. Richard est chez le libraire. Il achète un stylo-plume à 14 €, une boîte de 6 cartouches d'encre à 5 € la boîte et un paquet de 50 enveloppes qui coûte 2 €.
Combien dépense-t-il ?

2

Activité sur le fichier

Après avoir remarqué que le même problème figure dans le cadre 1 du fichier, on passe alors à la suite de l'activité : l'analyse des trois schémas censés correspondre au travail d'élèves. Les deux idées qu'il convient de faire émerger de cette phase sont que : 1°) on peut raisonner sur des points à la place de crayons, et, 2°) on a intérêt à organiser ces points (5, 5 et encore 2 pour représenter 12). On peut d'ailleurs remarquer que si Mme Maurois avait acheté 4 bouquets de 12 fleurs, 4 boîtes de 12 chocolats, 4 sacs de 12 oranges, … la réponse numérique aurait été la même : ce sont tous des groupes de 12 objets.
L'erreur de Cécile permet de souligner l'intérêt d'organiser les collections, celle de Sébastien peut conduire à évoquer la multiplication, opération qui sera mise en relation avec l'addition : 7 + 7 + 7 + 7 = 28.

2. Problèmes divers

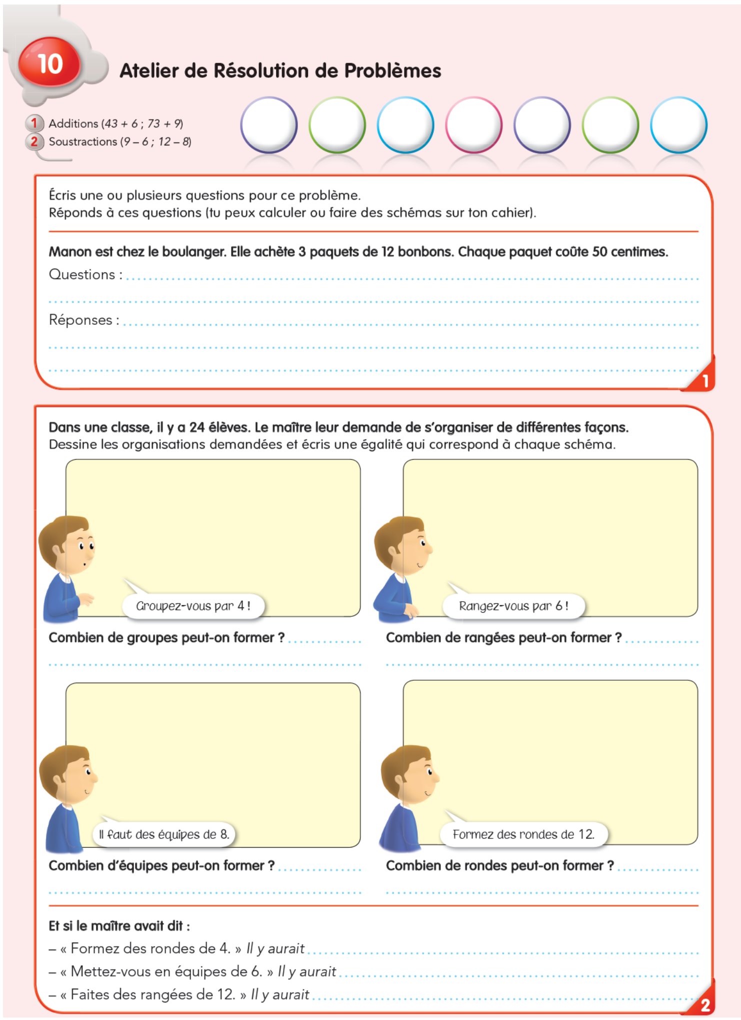
1. Problème de type partie-tout (le tout et une partie sont connus, on cherche l'autre partie).

2. Problème « à étapes » : il faut effectuer deux additions réitérées (ou deux multiplications) puis faire la somme des deux résultats.

3. Addition réitérée (« *a* paquets de *b* objets »). Problème du même type que celui de l'activité 1.

4. Problème de quotition (« combien de fois *b* est compris dans *a* ? » sous la forme « combien de billets de 5 € pour faire 40 € ? »).

5. Somme de 3 nombres. L'énoncé comporte des données inutiles (nombre de cartouches et d'enveloppes).


10 Atelier de Résolution de Problèmes

1 Additions (*43 + 6 ; 73 + 9*)
2 Soustractions (*9 – 6 ; 12 – 8*)

Écris une ou plusieurs questions pour ce problème.
Réponds à ces questions (tu peux calculer ou faire des schémas sur ton cahier).

Manon est chez le boulanger. Elle achète 3 paquets de 12 bonbons. Chaque paquet coûte 50 centimes.

Questions : ....

Réponses : ....

1

Dans une classe, il y a 24 élèves. Le maître leur demande de s'organiser de différentes façons.
Dessine les organisations demandées et écris une égalité qui correspond à chaque schéma.

Combien de groupes peut-on former ? ....

Combien de rangées peut-on former ? ....

Combien d'équipes peut-on former ? ....

Combien de rondes peut-on former ? ....

Et si le maître avait dit :
– « Formez des rondes de 4. » *Il y aurait* ....
– « Mettez-vous en équipes de 6. » *Il y aurait* ....
– « Faites des rangées de 12. » *Il y aurait* ....

2

Activités Séquence 10

Additions *(43 + 6 ; 73 + 9)*

On alterne les cas sans et avec création d'une nouvelle dizaine (*cf.* séquence 5). La validation se fait en dessinant au tableau des schémas de boîtes et de jetons.

Soustractions *(9 – 6 ; 12 – 8)*

Idem séquence 9.

1. Rédiger plusieurs questions

La première tâche (rédiger des questions) est de même nature que dans l'activité préliminaire à l'activité 1 de la séquence 7. Mais ici, les données permettent d'envisager au moins deux questions : nombre total de bonbons et prix total. La conduite est assez évidente : dès que quelques élèves ont rédigé une question, l'enseignant leur indique qu'ils peuvent en trouver une autre et insiste pour qu'ils ne se contentent pas de leur première question.
La mise en commun permettra de regrouper les questions, différentes par la forme mais identiques quant au fond. On pourra par exemple classer quelques formulations dans deux colonnes : « nombre total de bonbons », « prix total des bonbons ».

2. Différents exemples de « groupes »

Remarque préliminaire

Pour progresser, les élèves doivent comprendre que des problèmes comme 8 paquets de 12 gâteaux, 8 équipes de 12 joueurs, 8 piles de 12 cahiers,… sont similaires, car tous ces énoncés sont des cas particuliers de 8 groupes de 12 unités. C'est ce qui est visé ici : on veut que les élèves comprennent que, par-delà les particularités spatiales des « rangées », des « rondes », des « équipes », etc., ces groupements sont numériquement équivalents parce qu'il s'agit toujours de « groupes ».

Principe de l'activité sur le fichier

Les élèves vont d'abord résoudre quatre problèmes de « quotition » (combien de fois un nombre est contenu dans un autre) avec les mots « groupes », « rangées », « équipes » et « rondes ». On les amène ensuite à comprendre que ces solutions numériques sont utilisables quel que soit le terme utilisé : si on a pu former 4 rangées de 6, on peut aussi former 4 équipes de 6, 4 rondes de 6, parce qu'à chaque fois, on forme 4 groupes de 6.
Pour résoudre chaque problème, des élèves pourraient directement faire des essais avec des nombres. Mais nous demandons d'abord un schéma, puis une égalité. En effet, l'objectif est précisément de faire formuler que, malgré la variation des dispositions, le nombre ne varie pas. Pour que les élèves en aient conscience, il faut bien qu'ils aient été amenés préalablement à prendre en compte la disposition spatiale.

Conduite de l'activité

L'activité est conduite collectivement : il y a 24 enfants ; le maître leur demande de faire des équipes, des groupes, des rangées, des rondes. Il va falloir dessiner ces façons de se mettre ensemble. L'enseignant s'assure que le 1er problème est compris : les 24 enfants doivent se grouper par 4. On laisse aux élèves le temps de chercher, puis on fait le point. On insiste alors sur deux aspects : les enfants (représentés par des bonshommes schématisés ou des points) doivent être groupés (en amas ou en carrés par exemple) ; on peut former 6 groupes de 4 enfants. On peut passer ainsi à l'écriture de la solution et de l'égalité correspondante. Même démarche pour les trois autres problèmes.
Pour la 2e phase de l'activité, on laisse chercher les élèves pour chaque question, mais on leur dit qu'il n'est plus nécessaire de dessiner. Certains entrent dans la question comme si elle était neuve. Dans une mise en commun immédiate, on prend conscience qu'on a déjà résolu ce problème : le nombre de rondes est le même que le nombre de groupes, car des rondes de 4 sont des groupes de 4. Idem pour les deux autres questions.
Finalement, on conclut en écrivant au tableau le mot « GROUPES » et, en dessous, les exemples particuliers de groupes qu'on vient de voir : « équipes de 8 enfants », « rangées de 6 enfants », « rondes de 12 enfants ». L'enseignant demande si les élèves connaissent d'autres exemples de groupes. On augmente ainsi la liste, par exemple avec : « groupes de 10 jetons », « carnets de 10 timbres », « paquets de 7 crayons », « piles de 25 cahiers », « boîtes de 12 œufs », « billets de 10 € », etc. Tous sont des groupes de jetons, de timbres, de crayons, etc.