C. Henaff - Ch. Henaff - P. Millery - S. Peyronie

CALCUL MENTAL

CE2

Acquérir et mémoriser des stratégies

RETZ
www.editions-retz.com
9 bis, rue Abel Hovelacque
75013 Paris

Céline Henaff est professeur des écoles au Cambodge.
Christian Henaff est conseiller pédagogique en Corrèze.
Patrice Millery est professeur des écoles en Corrèze
dans une classe de CE2 – CM1 – CM2.
Sandrine Peyronie est conseillère pédagogique en Corrèze.

Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires. (voir le site : http://www.orthographe-recommandee.info et son miniguide d'information)

ISBN : 978-2-7256-3419-7

Direction éditoriale : Céline Lorcher
Édition : Anne-Sophie Perret
Correction : Bérengère de Rivoire
Maquette et mise en page : Françoise Nolibois

N° de projet : XXX
Dépôt légal : décembre 2015
Achevé d'imprimer en France en décembre 2015 sur les presses de XXX.

FSC
www.fsc.org
MIXTE
Papier issu de sources responsables
FSC® C022030

Sommaire

Introduction

Le calcul mental dans les programmes

Les programmes définissent le cahier des charges de l'enseignement du calcul mental au cycle 2. Dans l'introduction de la partie **Mathématiques**, on relève la phrase suivante :
La pratique quotidienne du calcul mental conforte la maitrise des nombres et des opérations.
Deux compétences sont à travailler dans le domaine **Calculer** :
- **Calculer avec des nombres entiers, mentalement ou à la main, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies adaptées aux nombres en jeu.**
- **Contrôler la vraisemblance de ses résultats.**

Dans l'introduction de la partie **Nombres et calculs**, on comprend que « *L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu est un axe de travail pour atteindre l'objectif majeur pour le cycle 2 qu'est **la connaissance des nombres entiers et du calcul**.*
Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc. »
Enfin, le tableau des **Connaissances et compétences associées** définit ce qui doit être enseigné au cycle 2 :

– **Mémoriser des faits numériques et des procédures.**
- Tables de l'addition et de la multiplication.
- Décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par une puissance de 10, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc.

– **Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.**

– **Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.**
- Addition, soustraction, multiplication, division.
- Propriétés implicites des opérations : *2 + 9, c'est pareil que 9 + 2, 3 × 5 × 2, c'est pareil que 3 × 10.*
- Propriétés de la numération : *« 50 + 80, c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est 130. » « 4 × 60, c'est 4 × 6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240. »*

Commentaires :

Les programmes réaffirment l'importance du calcul mental. **La pratique quotidienne de l'activité** est donc à recommander car la régularité et la fréquence de la pratique sont nécessaires à l'automatisation des savoir-faire.
Mais la pratique **doit être précédée de l'identification et de l'institutionnalisation de procédures qui, entrainées, pourront être automatisées.**
Pour chacune des opérations, il est indispensable de **fixer l'objectif à atteindre en fin d'année, la ou les procédures à enseigner et les attendus concernant la production du résultat par l'élève**.

Les programmes définissent un objectif de mémorisation de répertoires. Pour l'atteindre, il faut **enseigner une méthodologie**, sans laquelle de nombreux élèves demeureront incapables de stocker ou de restituer ces résultats si importants dans la mise en œuvre des procédures de calcul.
Par ailleurs, gérer mentalement des calculs constitue un obstacle et il convient d'apporter aux élèves les conseils méthodologiques leur permettant d'y parvenir.

Quelques définitions

Préalable à la conception de l'enseignement, un peu de vocabulaire s'impose.

Calcul en ligne / Calcul posé

Un calcul peut être effectué en ligne suivant différentes procédures.

Le choix de l'une ou l'autre est lié à ses avantages (ex. : pas de mémorisation de la retenue si on commence par l'unité la plus grande), aux compétences de l'élève (ex. : degré de maitrise des répertoires et des procédures) et aux caractéristiques des nombres employés (ex. : procédures spécifiques au nombre 9).

Un calcul posé est l'application d'une technique écrite en colonnes, organisée comme un tableau de numération. Il s'effectue suivant un algorithme identique, pour tous les calculs relevant de la même opération. Les élèves opèrent alors sur les « chiffres » (valeur positionnelle) et non sur les nombres.

L'application de la technique posée au calcul en ligne n'est pas pertinente, en raison des risques d'oubli d'une retenue, en particulier dans les soustractions.

<table>
<tr>
<td>Calcul en ligne

Traces écrites :
75 – 36 = 39
184 – 45 = 184 – 40 – 5 = 144 – 5 = 139
184 – 49 = 184 – 50 + 1 = 134 + 1 = 135
On opère sur les nombres.</td>
<td>Calcul posé

Trace écrite :
$\begin{array}{rrrr} & 1 & 8 & {}^{1}4 \\ - & & 4^{1} & 7 \\ \hline & 1 & 3 & 7 \end{array}$
On opère sur les chiffres.</td>
</tr>
</table>

Calcul mental / Calcul écrit

On parle généralement de calcul mental dès lors que l'on renonce à tout intermédiaire écrit, c'est-à-dire qu'aucune production écrite n'intervient entre l'énoncé du calcul et la production du résultat.
*Par exemple, écrire **58 + 34 = 92** relève du calcul mental alors que **58 + 34 = 58 + 30 + 4 = 88 + 4 = 92** ne relève pas du calcul mental mais du calcul écrit.*

<table>
<tr>
<td>Calcul mental

Trace écrite :
184 – 47 = 137

La procédure de calcul n'est pas visible.</td>
<td>Calcul écrit

Traces écrites :
184 – 47 = 184 – 40 – 7
= 144 – 7
= 137
La procédure est visible.</td>
</tr>
</table>

Remarque : certains chercheurs en didactique des mathématiques, dont François Boule[1], précisent que les situations de calcul mental ne doivent pas être habillées de problèmes.

Calcul mental avec ou sans écrit

En calcul mental, l'énoncé peut être oral et/ou écrit. S'il est **dicté** (oral), sa mémorisation est nécessaire, ce qui constitue une tâche supplémentaire qui peut perturber la mise en œuvre de la procédure. La production du résultat peut être orale ou écrite, cette dernière favorisant le contrôle de la réussite de tous les élèves.

Calcul automatisé / Calcul réfléchi

On parle de calcul automatisé lorsque les séances de calcul mental ont pour but de rendre routinières, c'est-à-dire rapides et sûres, des procédures simples de calcul. Concernant les opérations plus complexes, l'objectif prioritaire ne réside pas

1. François Boule, professeur de mathématiques, formateur au CNEFEI.

dans la rapidité, mais plutôt dans la stratégie, c'est-à-dire le choix d'une démarche de calcul et sa justification.

On parle de calcul mental réfléchi si la tâche demandée n'a pas fait l'objet d'un apprentissage préalable et s'il appartient à l'élève de combiner ses connaissances et ses savoir-faire pour résoudre le problème posé.

Calcul **automatisé**	Calcul **réfléchi**
Exemple : *35 – 28 = 7* **L'élève utilise une procédure imposée.** *Exemple :* *35 – 28 = 35 – 20 – 8* *= 15 – 8* *= 7*	*Exemple :* *Faire 37 en utilisant des nombres choisis parmi 2, 3, 4 et 5.* **L'élève utilise des procédures acquises mais doit décider du choix et de l'ordre des opérations.** *Exemple : **3 + 4 = 7*** ***7 × 5 = 35*** ***35 + 2 = 37***

Calculs à une ou plusieurs étapes

Un calcul à une étape relève de connaissances en numération, de la restitution d'éléments du répertoire et de la mise en œuvre de procédures simples de calcul.
Exemples :
*37 + 8 → 38, 39, 40... **(comptage)***
*30 + 8 / 15 + 10 / 61 – 10 **(connaissances en numération)***
*7 + 8 / 7 × 8 **(connaissance des répertoires)***
*37 + 8 par utilisation du répertoire et ajout d'une dizaine **(procédure simple)***

Un calcul à plusieurs étapes est un enchainement de plusieurs calculs à une étape.
Exemple : 61 – 38 = 61 – 30 – 8 = 31 – 8 = 23.

Procédure

On appelle procédure l'ensemble des étapes effectuées pour un calcul.
Exemples de procédure pour calculer 37 + 28 :

Procédure 1	Procédure 2
Ajout des dizaines, puis des unités avec utilisation d'un répertoire (7 + 8 = 15) : *37 + 28 → Je fais 37 + 20, puis + 8.*	Ajout des dizaines, puis des unités qu'on décompose pour passer par la dizaine supérieure : *37 + 28 → Je fais 37 + 20, puis + 3 et enfin + 5.*

Répertoire

On appelle répertoires additifs et multiplicatifs, la liste des résultats utilisés pour effectuer les opérations posées et qui ne concernent donc que les calculs effectués avec les nombres à un chiffre.

Ces résultats sont également mobilisables lors de la mise en œuvre des procédures de calcul mental ou écrit.

Les programmes ne font plus référence à des répertoires pour la soustraction et pour la division. Ces répertoires existent pourtant, mais ne font pas l'objet d'une mémorisation. Leurs résultats doivent être retrouvés rapidement grâce aux liens identifiés avec les répertoires additifs et multiplicatifs.

Comptage / Décomptage

On parle de comptage/décomptage lorsque les élèves utilisent la comptine numérique ou les doigts (par correspondance terme à terme) pour trouver le résultat d'un calcul additif ou soustractif.

Le comptage/décomptage est une procédure de dénombrement. Il est un passage (obligé) pour accéder au calcul. Mais au CE2, il doit tendre à disparaitre au profit du recours aux résultats mémorisés.

Démarche

Sur quels principes fonder la démarche d'enseignement du calcul mental ?

C'est dans les temps de calcul réfléchi que se manifestent les compétences de haut niveau, c'est-à-dire la capacité à mobiliser et à réinvestir les résultats des répertoires et les procédures connues. Encore faut-il que ces connaissances et savoir-faire soient bien installés.

Les **procédures simples** de calcul doivent être vraiment enseignées et pas seulement sollicitées dans des calculs divers. Pour cela, elles doivent donner lieu à des phases d'étude de modèles, de formulation orale et écrite, d'application, d'entrainement, avec parfois une contrainte de rapidité. C'est à cette condition qu'elles sont automatisées et deviennent des outils mobilisables.

La **connaissance des répertoires** est importante pour les calculs complexes car elle libère de l'énergie pour la mise en œuvre des procédures. La mémorisation doit donc commencer au plus tôt, mais elle ne peut pas être autonome car tous les élèves ne savent pas faire fonctionner leur mémoire. Elle doit être conçue et guidée par l'enseignant, et ce jusqu'au moment où tous les résultats pourront être restitués très vite et dans un ordre aléatoire.

L'enseignement des procédures simples et la mémorisation des répertoires constituent le socle des apprentissages en calcul mental. Par conséquent :
– les procédures simples doivent être enseignées et entrainées pour parvenir à leur automatisation ;
– la mémorisation des répertoires doit être mise en œuvre de façon structurée dans le cadre du temps scolaire.

Quels sont les grands axes de l'enseignement du calcul mental au CE2 ?

Au CE1, les apprentissages sont étendus et structurés, avec pour but de passer de la compréhension à la maitrise, ce qui demande de l'entrainement, de la répétition, et donc du temps. Pour favoriser l'atteinte de cet objectif, la mémorisation des répertoires est largement engagée. En fin d'année, elle est bien avancée mais pas achevée.

Au CE2, la mémorisation des répertoires se poursuit et vise à ce qu'ils deviennent réellement mobilisables dans les procédures de calcul. Celles-ci peuvent donc être mises en œuvre avec plus de rapidité et de fiabilité. Le calcul réfléchi, devenant alors accessible à tous les élèves, doit constituer un axe important de la programmation, d'autant plus que sa pratique permet également de consolider les procédures de calcul et la connaissance des répertoires.

Comment organiser la mémorisation des répertoires ?

Le travail de mémorisation incombe à l'école et non aux familles. Pour beaucoup d'élèves, la répétition orale et/ou écrite des tables ne suffit pas. **Un véritable enseignement de la mémorisation est donc nécessaire, un enseignement méthodologique au cours duquel l'élève apprend certes les répertoires mais aussi, et surtout, comment fonctionne sa mémoire.**

La mémorisation se compose du geste de stockage, de révisions programmées et de temps de contrôle.

- **Le geste de stockage** est le moment où « on prend ce qui est sur le cahier pour le mettre dans sa tête ».
Il est facilité par un repérage précis des caractéristiques de l'objet à mémoriser.
Exemple : dans la table x 5, l'alternance 0/5 dans les résultats est une aide à la mémorisation.

- **Les révisions** doivent être multiples, variées dans leur forme et espacées dans le temps.
Exemple : 6 + 5 est mémorisé dans la table + 5.
Lors des révisions, faire chercher les sommes 11 permet de retrouver 6 + 5 par une autre entrée.
Les révisions prennent fin seulement lorsque la mémorisation est considérée comme définitive.

- **Le contrôle** est une restitution individuelle, orale ou écrite des résultats.

La restitution peut être précédée d'un temps d'évocation qui vise à rappeler « en surface » ce qu'on a mémorisé. Le maitre peut demander à ses élèves de fermer les yeux et de revoir le tableau sur lequel était écrit le répertoire, de le réciter dans sa tête… L'évocation devient inutile lorsque la mémorisation est suffisamment stabilisée, lorsqu'on n'a plus besoin de redire toute la table, lorsque chaque résultat peut être restitué automatiquement, indépendamment des autres.
La demande de restitution doit être cohérente.
Exemple : si l'élève vient de mémoriser un répertoire dans l'ordre, la restitution demandée sera celle du répertoire dans l'ordre et pas du résultat d'un calcul aléatoire.

La mémorisation des répertoires doit s'effectuer à l'école, suivant une progression et une programmation cohérentes. Elle doit comprendre des temps de stockage, d'autres de révision et des contrôles réguliers.

Comment déterminer les procédures à enseigner ?

Le calcul mental n'est pas le calcul écrit. Il n'est pas non plus une extension du calcul posé. Il nécessite une réflexion spécifique concernant chaque procédure, celle-ci devant être formulée explicitement, décortiquée afin d'identifier tous les prérequis et les obstacles potentiels qu'elle recèle.

S'impose alors une logique de progression : on enseigne une nouvelle procédure quand les élèves sont prêts à l'intégrer et parce qu'elle apporte plus d'efficacité.

Faut-il écrire ou dicter les calculs ?

Ne pas écrire au tableau le calcul à effectuer, c'est-à-dire imposer la gestion mentale simultanée des nombres et de la procédure, c'est prendre le risque que la mémorisation des nombres fasse obstacle à la mise en œuvre de la procédure. Il faut privilégier la mise en œuvre mentale de la procédure et reporter la pratique du « calcul dicté ».

Peut-on enseigner des procédures mentales sans les travailler au préalable à l'écrit ?

Les procédures de calcul mental sont différentes des procédures de calcul posé. Il est important de les formaliser par écrit, avec les différentes étapes du calcul. Ainsi, on permet aux élèves de mieux identifier leurs spécificités.

C'est dans un second temps qu'il faudra apprendre à les mettre en œuvre mentalement. Faire écrire toutes les étapes des procédures dans un premier temps, c'est favoriser leur compréhension, les repères visuels jouant un rôle important. Vouloir enseigner la gestion mentale de procédures sans avoir travaillé celles-ci à l'écrit, c'est priver les élèves de ces repères.

L'enseignement des procédures écrites précèdera celui des procédures mentales.

Quel contenu programmer pour les séances ?

Les 15 minutes d'une séance quotidienne de calcul mental ne peuvent pas être consacrées exclusivement à la mémorisation, les données scientifiques encourageant plutôt des actions étalées dans le temps.

Par ailleurs, nous pensons que l'enseignement du calcul est plus efficace lorsqu'il repose sur des séances courtes et répétées, le rappel quotidien de procédures de calcul (modèles) jouant un rôle essentiel.

La mémorisation des répertoires doit s'articuler avec l'enseignement du calcul au sein des séances de calcul mental.

Comment préparer les séances ?

Enseigner le calcul mental, ce n'est pas seulement le faire pratiquer et la préparation d'une séance ne peut se limiter à l'écriture de quelques calculs. Chaque séance doit être conçue pour permettre à l'élève de franchir une nouvelle étape dans la construction de ses savoirs et savoir-faire. Un objectif doit être défini avec précision et communiqué en début de séance. La mise en œuvre de celle-ci doit correspondre en tout point à ce qui est annoncé et chaque calcul doit donc avoir été préparé.

C'est lorsqu'il n'a pas tout prévu que l'enseignant se laisse parfois aller à improviser, « pour aller un peu plus loin », intégrant une difficulté supplémentaire, dans les derniers calculs, sans qu'elle ait été enseignée au préalable. Cette stratégie est inappropriée dans la mesure où elle contribue à déstabiliser ce qui vient d'être construit, parfois avec difficulté par certains élèves.

Chaque séance de calcul mental doit être préparée avec rigueur :
- **un objectif unique doit être ciblé ;**
- **tous les calculs doivent être prévus.**

Sur quel support faire travailler les élèves ?

Les élèves aiment généralement travailler sur l'ardoise, notamment du fait de l'alternance entre activités individuelles et collectives.

L'utilisation de ce support permet un contrôle rapide de la production de l'élève… Encore faut-il que l'enseignant fasse preuve de rigueur et d'exigence dans le marquage des temps du travail. Un signal sonore doit annoncer *« Calculez (dans votre tête !) »*, un autre *« Écrivez. »* (donc tous au même moment) et un dernier *« Levez l'ardoise. »* (tous ensemble, et en direction du maitre). À défaut du respect de ces quelques règles, certains élèves attendent le moment de lever l'ardoise pour copier un résultat qu'ils ont lu sur l'ardoise d'un voisin. L'apprentissage s'accommode bien du travail sur l'ardoise, les calculs étant alors donnés un par un, et corrigés au fur et à mesure, afin de répéter la procédure et de favoriser son ancrage.

Le support papier permet à l'enseignant de conserver une trace et de procéder à une analyse des productions de manière différée. Par exemple, les entrainements chronométrés composés de séries de calcul, doivent être faits sur support papier. Le modèle y est toujours disponible et la gestion du cadre de travail est plus simple pour l'élève.

Le choix du support de travail dépend de l'objectif de la séance :
– l'utilisation de l'ardoise est adaptée aux premières phases de l'apprentissage ;
– le support papier est pertinent pour les phases d'entrainement et pour les évaluations.

Progressions

Numération et calcul

Objectif : Savoir dire rapidement et sans erreur une suite de nombres inférieurs à 1 000.
Matériel : Frise numérique de 0 à 99.

La connaissance de la suite ordonnée des nombres est indispensable en calcul mental, en particulier tant que les répertoires ne sont pas maitrisés. Le surcomptage la mobilise dans le calcul des sommes et le décomptage dans celui des différences.

Lorsqu'on utilise une procédure en appui sur les répertoires mémorisés, la connaissance de la suite numérique permet par exemple d'effectuer avec aisance les ajouts ou retraits de dizaines.

Les exercices proposés en début d'année de CE2 contribuent à consolider la récitation de la suite numérique et, par conséquent, à gagner en rapidité. Ils s'effectuent avec une file numérique collective pour les nombres inférieurs à 100, et ce tant que tous les élèves n'ont pas acquis une dextérité suffisante dans son utilisation.

Par la suite, l'entrainement à la récitation de la suite numérique se poursuit jusqu'au nombre 1 000 et ce même si le domaine numérique utilisé en calcul mental au CE2 ne dépasse que rarement le nombre 100. On conforte ainsi la compréhension du système décimal.

Connaissance et utilisation des répertoires

La mémorisation des répertoires additifs et multiplicatifs

Objectif : Mobiliser les résultats des tables d'addition et de multiplication.
Matériel : Répertoires collectifs à compléter (pour l'acquisition du répertoire), à découper (pour la déstructuration du répertoire) ou à afficher (comme support pour travailler une procédure) et les répertoires individuels (trace écrite).

Comment fonctionne la mémoire ?

- **La mémoire a besoin de sens.** Il faut mettre en évidence l'intérêt de mémoriser et, par opposition, « l'énergie perdue à réinventer » ce qui est stable, ce qui ne changera jamais (ex. : 6 + 7 feront toujours 13). Il faut aussi montrer que la connaissance des répertoires facilite la mise en œuvre des techniques de calcul et la réussite des tâches de calcul.

- **La mémoire aime que les éléments à mémoriser soient organisés.** C'est un principe d'empilement qu'il faut respecter, chaque répertoire étant dans un premier temps mémorisé dans l'ordre.

- **La mémoire n'aime pas être surchargée.** Faire mémoriser tout un répertoire le même jour, c'est trop pour la mémoire de bien des élèves. Il est préférable de segmenter le répertoire en plusieurs « tronçons » et d'en faire mémoriser un par séance.

- **La mémoire fonctionne mieux s'il y a un enjeu.** Pourquoi solliciter sa mémoire si le risque (ou la chance ?) existe de ne pas être interrogé ? Faire restituer individuellement, à chaque fois, et par écrit contribue à mobiliser l'attention de chacun. Par ailleurs, la mesure des scores de réussite constitue un bon moyen de motiver l'élève.

• **La mémoire a besoin de réactivations régulières, de révisions…** C'est une condition de la mémorisation à long terme, l'efficacité de la restitution (exactitude et rapidité) étant directement liée à la fréquence des rencontres et des révisions. Celles-ci ont pour but, lors d'une première phase, d'ancrer solidement le répertoire dans l'ordre puis, lors d'une seconde phase, de favoriser la restitution des résultats dans un ordre aléatoire.

• **La mémoire a besoin de pauses.** Après le stockage d'un répertoire, il est bon de laisser passer quelques jours avant de réviser. Alors, le repérage de ce qui est stabilisé et de ce qui « s'est envolé » permet de mieux organiser la révision en zoomant sur les éléments du répertoire qui le nécessitent.

• **La mémoire enfouit ce qui n'est pas rappelé régulièrement.** Les « oublis » de ce qu'on croyait pourtant savoir sont normaux. Il est important de le dire aux élèves.

Qu'est-ce que connaitre un répertoire ?

Au CE2, la mémorisation des répertoires concerne :
- **tous les répertoires additifs dont la maitrise est attendue au CE2 ;**
- **tous les répertoires multiplicatifs parmi lesquels on distingue :**
  - les répertoires à réviser (tables × 2, × 3, × 4 et × 5) et qui devront être maitrisés en fin de CE2 ;
  - les répertoires à mémoriser (tables × 6, × 7, × 8 et × 9) au CE2 et à consolider au CM.

Un élève maitrise un répertoire quand il est capable d'en restituer les résultats dans un ordre aléatoire et avec exactitude et rapidité, donc sans passer par la reconstruction avec les doigts ou la récitation du répertoire dans l'ordre.

La rapidité de restitution est un critère d'efficacité. Plus la restitution d'un résultat est rapide, moins elle mobilise d'énergie, plus cette dernière est disponible pour des tâches de calcul plus complexes.

Comment faire mémoriser un répertoire ?

La mémorisation d'un répertoire est organisée sur les phases suivantes :

1) La construction du répertoire

Elle se fait avec les élèves. Cette phase valide les objets à mémoriser.

2) Le repérage des caractéristiques et le stockage en mémoire

Le repérage des caractéristiques conduit à identifier les éléments qui peuvent faciliter la mémorisation, la restitution ou le contrôle de celle-ci.
Le stockage s'effectue en variant les entrées (visuelle, auditive ou kinesthésique) pour permettre à chaque élève d'utiliser ses points forts et de travailler sur ses points faibles… Écrire, se parler, se parler en écrivant, écrire « en l'air »…

3) Les révisions, avec restitutions dans l'ordre de la mémorisation

4) Les révisions, avec déstructuration du répertoire en vue d'une restitution dans un ordre aléatoire

5) Les révisions suivies d'une restitution chronométrée

Les révisions visent à consolider ce qui est fragile, à combler les blancs, à rectifier les erreurs et à gagner en rapidité de restitution. Elles se font avec le répertoire sous les yeux, les révisions n'étant pas des contrôles.

La restitution s'effectue en cohérence avec ce qui a été appris. Par exemple, pendant la phase de stabilisation du répertoire dans l'ordre croissant, la demande de l'enseignant se limite à la restitution de la table dans l'ordre. À l'inverse, si c'est la rapidité de restitution dans un ordre aléatoire qui est exercée, l'enseignant ne laisse pas le temps de reconstruire la table dans l'ordre.

La progression amène chronologiquement les élèves à :

1. restituer le répertoire complet dans l'ordre ;

2. restituer les résultats dans un ordre aléatoire ;
3. restituer les résultats rapidement dans un ordre aléatoire.

La mémorisation d'un nouveau répertoire peut déstabiliser les savoirs installés. Des révisions mêlant différents répertoires sont alors prévues pour les réactiver.

Les liens entre les répertoires additifs et soustractifs

Objectif : Restituer le résultat d'un calcul soustractif à partir d'une somme.

La mémorisation des répertoires soustractifs n'est pas inscrite dans les programmes, mais les élèves doivent être capables d'en retrouver rapidement les résultats à partir des répertoires additifs. L'objectif est alors de faire disparaitre les pratiques de décomptage. Il faut donc faire prendre conscience des liens entre les répertoires additifs et soustractifs, puis entrainer les élèves à les activer rapidement.

Pour cela, on apprend aux élèves que la connaissance d'un calcul du répertoire additif donne accès à la connaissance d'un autre calcul additif par commutativité, mais aussi à celle de deux calculs soustractifs.
Par exemple, si je connais 3 + 2 = 5, alors je sais aussi que 2 + 3 = 5, 5 – 3 = 2 et 5 – 2 = 3.

On remarque la présence d'un trio de nombres *(2 ; 3 ; 5)*, commun aux 4 calculs. Au CE2, on mène ce travail à partir d'une somme, ce qui permet aussi de réviser les répertoires additifs.
Exemple : pour la somme 14 → On rappelle que 6 + 8 = 14, d'où 8 + 6 = 14, 14 – 6 = 8 et 14 – 8 = 6.

Les répertoires spécifiques

Objectif : Mémoriser les sommes égales à 100 de deux multiples de 10.

Certains nombres s'associent bien dans les calculs additifs. C'est le cas de 20 et 80 qui sont dits « amis ». La mémorisation des sommes égales à 100 de 2 multiples de 10 favorise le repérage de ces associations possibles dans les calculs et donc le recours à une procédure plus simple et plus fiable.

Objectif : Mémoriser des sommes de deux nombres égales à 60.

Les calculs de durée sont difficiles pour les élèves de CE2 notamment lorsqu'ils sollicitent la connaissance des compléments à 60. Par exemple, pour répondre à la question *« Combien y a-t-il de minutes de 10 h 10 à 11 h ? »* La mémorisation de quelques sommes égales à 60 est destinée à faciliter ces calculs.

Objectifs : Mémoriser les moitiés des nombres inférieurs à 20.
Mémoriser les moitiés des multiples de 10 inférieurs à 100.

La mise en œuvre de la procédure de calcul de la moitié d'un nombre impose la connaissance d'un répertoire des moitiés les plus courantes.

Calcul automatisé

Le calcul automatisé vise à faire acquérir les procédures élémentaires, celles qui seront ensuite sollicitées dans des procédures plus complexes.

La démarche d'enseignement d'une procédure est la suivante :
1) Analyse d'exemples
– Les prérequis à la procédure sont révisés.
– La procédure est présentée collectivement avec un exemple écrit explicitant toutes les phases du calcul. Elle est étudiée afin d'en identifier les différentes phases, les connaissances et savoir-faire mobilisés, la présentation de la trace écrite.
2) Formulation orale et écrite de la procédure
La procédure est institutionnalisée. Pour cela, elle est décrite par des phrases dans un outil collectif appelé fiche procédure et illustrée par un exemple écrit sur le tableau.

Exemple de fiche procédure :

Pour additionner 2 nombres à 2 chiffres :	*Exemple : 57 + 34*
a) J'ajoute les dizaines.	57 + 34 = 57 + 30 + 4
b) J'ajoute les unités.	= 87 + 4
J'écris la somme.	= 91

3) Application et entrainement de la procédure écrite
Cette phase, transitoire, permet à l'élève d'intégrer les différentes étapes de la procédure.
Elle favorise l'accès à la procédure mentale.
4) Application et entrainement de la procédure mentale
La procédure est appliquée puis entrainée dans les conditions de son apprentissage, d'abord pour assurer sa bonne mise en œuvre, ensuite en vue de son automatisation. Le critère rapidité est alors introduit notamment au moyen de l'activité 4 couleurs décrite en annexe (p. 24).

Au CE2, le calcul automatisé concerne les 4 opérations. Il faut donc étudier pour chacune d'elles, la ou les procédures à enseigner aux élèves.

L'addition – somme de deux nombres

Objectif de fin d'année : Calculer a + b, avec a + b < 100.

Deux procédures seront enseignées au cours de l'année.

- **Procédure 1 :** 52 + 29 = 52 + 20 + 9 = 72 + 9 = 81

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Ajouter les dizaines de **b**.
3) Ajouter les unités de **b par utilisation des répertoires.**

L'ajout des dizaines précédant celui des unités, il n'y a pas de retenue que l'élève pourrait « oublier ». Lors de l'ajout des unités, l'élève doit repérer s'il y a franchissement ou pas d'une dizaine supplémentaire.

Progression :

Calculer a + b, avec :		
Étape 1	b < 10 et a + b < 100 sans franchissement de dizaine	*Exemple : 64 + 5 = 69*
Étape 2	b < 10 et a + b < 100 avec franchissement de dizaine	*Exemple : 64 + 8 = 72*
Étape 3	b < 10 et a > 100	*Exemple : 167 + 5 = 172*
Étape 4	a et b multiples de 10 a + b < 100	*Exemple : 30 + 40 = 70*
Étape 5	b multiple de 10 a + b < 100	*Exemple : 56 + 30 = 86*
Étape 6	a + b < 100	*Exemple : 57 + 34 = 91*

- **Procédure 2 :** 52 + 29 = 52 + 20 + 8 + 1 = 72 + 8 + 1 = 80 + 1 = 81

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Ajouter les dizaines de **b**.
3) Décomposer les unités de **b** pour faire apparaitre le complément à la dizaine supérieure de **a**.

4) Ajouter le complément à la dizaine supérieure de **b**.
5) Ajouter les unités restantes.

La décomposition des unités du deuxième terme fait que les résultats les plus difficiles des répertoires additifs ne sont pas mobilisés. Cette décomposition ajoute une étape au calcul. De plus, elle engendre des difficultés de mémorisation puisque celle-ci concerne la somme intermédiaire (72, puis 80 dans l'exemple ci-dessus) et les unités restant à ajouter (+ 1 dans ce même exemple).

Progression :

Calculer a + b, avec :		
Étape 1	a + b < 100 et b < 10	*Exemple : 37 + 6 = 37 + 3 + 3*
Étape 2	a + b < 100	*Exemple : 37 + 36 = 37 + 30 + 3 + 3*

L'addition – autres sommes

Objectif : Calculer a + b + c, avec a + b + c < 20.

Ajout du second, puis du troisième terme, dans l'ordre chronologique.	*Exemple : 4 + 7 + 6 = 11 + 6*

Objectif : Calculer a + b + c, avec 2 des termes multiples de 10 et nombres amis à 100.

Identification et réunion des 2 nombres amis à 100. Ajout du terme restant.	*Exemple : 30 + 42 + 70 = 100 + 42* *= 142*

La soustraction

Objectif : Calculer a – b, avec a < 100 et b < 40.

Deux procédures seront enseignées au cours de l'année.

- **Procédure 1 :** 84 – 28 = 84 – 20 – 8 = 64 – 8 = 56

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Retrancher au nombre **a** les dizaines de **b**.
3) Retrancher les unités de **b** par utilisation des répertoires.

Le retrait des dizaines précédant celui des unités, il n'y a pas de retenue que l'élève pourrait « oublier ». Pour retirer les unités, lorsqu'il y a changement de dizaine, la soustraction du répertoire n'est alors pas directement visible *(ex. : dans 64 – 8, on ne voit pas explicitement 14 – 8)*. Il faut penser au changement de dizaine *(ex : pour 64 – 8, 14 – 8 = 6. Alors j'écris 6 aux unités et je retire une dizaine à 64.)*

L'activation des liens entre répertoires soustractifs et répertoires additifs est nécessaire, car la procédure exclut le décomptage *(cf. Mémorisation des répertoires)*.

Progression :

Calculer a – b, avec :		
Étape 1	a < 100 et b < 10 sans franchissement de dizaine	*Exemple : 67 – 5 = 62*
Étape 2	a < 100 et b < 10 avec franchissement de dizaine	*Exemple : 67 – 8 = 59*
Étape 3	a et b multiples de 10 a < 100	*Exemple : 90 – 60 = 30*

Étape 4	b multiple de 10 a < 100	*Exemple : 95 – 60 = 35*
Étape 5	a < 100 et b < 40	*Exemple : 84 – 28 = 56*

- **Procédure 2 :** 84 – 28 = 84 – 20 – 4 – 4 = 64 – 4 – 4 = 60 – 4 = 56

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Soustraire au nombre **a** les dizaines de **b**.
3) Décomposer les unités de **b** pour faire apparaitre le même chiffre des unités que dans **a**.
4) Soustraire le nombre trouvé à **a** pour obtenir la dizaine inférieure.
5) Soustraire les unités restantes.

La décomposition des unités est facilement identifiable (ex : 46 – 28. Il faut décomposer 8 en 6 + 2). Les résultats les plus « difficiles » des répertoires soustractifs ne sont pas mobilisés. La décomposition des unités ajoute une étape au calcul. De plus, elle engendre une difficulté de mémorisation des unités restant à retrancher (– 4 dans l'exemple).

Progression :

Calculer **a – b**, avec :		
Étape 1	**a** < 20 et **b** < 10	*Exemple : 14 – 8 = 14 – 4 – 4*
Étape 2	avec **a** < 100 et **b** < 40	*Exemple : 54 – 28 = 54 – 20 – 4 – 4*

La multiplication

Objectif de fin d'année : Calculer **a** × 2 ou **a** × 5, par utilisation de la distributivité.

Remarque : on fera écrire un calcul intermédiaire, la procédure ne sera donc que partiellement mentale.

- **Procédure :** présentation avec × 5

1) Décomposer **a** en dizaines (**b**) et unités (**c**), pour écrire **a = b × 5 + c × 5**.
2) Calculer **b × 5 = b'** et **c × 5** = **c'**
3) Écrire **a = b' + c'**.
4) Calculer **b' + c'**.

Les difficultés se situent :
– dans l'application de la distributivité (écriture de la somme de deux produits),
– dans la présence de 2 calculs à effectuer au cours de l'étape 2.

Cette seconde difficulté justifie qu'au CE2 la procédure enseignée ne soit que partiellement mentale.

Progression :

Calculer a × b, avec :		
Étape 1	**a** < 100 **b** = 10	*Exemple : 28 × 10 = 280*
Étape 2	**a** multiple de 10 **b** < 9	*Exemple : 60 × 7 = 420*
Étape 3	**a** × **b** < 100 **b** égal à 2 ou 5	*Exemple : 28 × 2 = 20 × 2 + 8 × 2* *= 40 + 16* *= 56*

La division – Recherche du quotient q (< 10) et du reste r d'une division par un nombre inférieur à 10

Objectif de fin d'année : Écrire sous la forme **a = (n × q) + r**, avec **r < n,** la réponse à la question « Dans **a,** combien y a-t-il de fois **n** ? »

Remarque : on fera écrire la division euclidienne identifiée à partir d'un produit, mais pas le signe « : ».

- **Procédure**

1) Chercher dans le répertoire appelé **n × ...**, le produit **n × q** le plus près et inférieur à **a** (**q** est le **quotient**).
2) Calculer l'écart **r** entre le produit **n × q** et le nombre **a** (**r** est le **reste**).
3) Écrire **a = (n × q) + r**.

Il ne faut pas identifier un résultat proche, mais le plus proche et inférieur à **a**. Il faut donc se méfier des nombres « attractifs ». Par exemple, pour trouver combien de fois il y a 5 dans 38, 30 est attractif, mais 35 est plus proche.

L'écriture de la réponse concerne deux nombres, le quotient et le reste.

Procédures spécifiques

Objectif : Calculer le complément à 100 d'un nombre en passant par la dizaine supérieure.

- **Procédure**

1) Trouver **a**, le complément à la dizaine supérieure.
2) Trouver **b**, le complément de **a** à 100.
3) Calculer **a + b**.

Elle ne recourt pas à une retenue ; l'élève ne peut donc pas l'« oublier ». Il faut mémoriser le complément à la dizaine supérieure puis le complément à 100. Les sommes égales à 100 de 2 multiples de 10 doivent avoir été mémorisées. La recherche du complément à la dizaine supérieure *(ex. : 34 + ... = ... → 34 + 6 = 40)* doit être maitrisée.

Objectif : Calculer la moitié de **a**, **a** étant un nombre pair inférieur à 100.

- **Procédure**

1) Décomposer **a** en la somme d'un multiple de 10 (**b**) et d'un nombre inférieur à 10 (**c**).
2) Trouver **la moitié de b et la moitié de c**.
3) Calculer **b + c**.

Les moitiés des nombres inférieurs à 10 doivent être connues. **Le calcul de la moitié d'un multiple de 10 doit être travaillé spécifiquement.**

Calcul réfléchi

Objectif : Mobiliser ses connaissances et ses savoir-faire dans des problèmes de calcul.

Le calcul réfléchi doit mettre l'élève en situation de réinvestir ses connaissances et ses savoir-faire. Les activités proposées doivent donc répondre aux contraintes suivantes :

- **L'élève doit avoir le choix de la ou des procédures de calcul.** La consigne ne doit donc cibler aucune procédure en particulier, mais doit au contraire permettre d'en mobiliser plusieurs.
- **L'élève doit maitriser connaissances et savoir-faire lui permettant de répondre à la consigne.** Le calcul demandé doit être d'un niveau de difficulté raisonnable, de sorte que l'énergie à mobiliser soit consacrée principalement au choix des procédures.

L'activité appelée ***Le compte est bon*** permet d'élaborer une progression dans les consignes et la difficulté des calculs.

Les règles du compte est bon (activité de référence)

Il faut atteindre un nombre cible en utilisant des nombres appelés « nombres cartes » et des opérations.
Chaque nombre carte ne peut être utilisé qu'une fois au plus, alors qu'une opération peut l'être autant de fois que de besoin.

Exemple : avec les nombres cartes 5, 6, 2 et 2 et le nombre cible 32, on peut proposer les 2 solutions ci-contre :

Solution 1	Solution 2
$5 \times 6 = 30$ $30 + 2 = 32$	$5 \times 2 = 10$ $10 + 6 = 16$ $16 \times 2 = 32$

Il est possible de faire varier les paramètres de l'activité :
– le nombre et la taille des nombres cartes ;
– le nombre des opérations autorisées.

La consigne peut aussi être modifiée :
– Tu dois atteindre le nombre cible en utilisant dans l'ordre suivant les 3 opérations suivantes : addition, soustraction et multiplication.
– Tu dois atteindre le nombre cible en utilisant dans l'ordre de ton choix des opérations choisies parmi addition, soustraction et multiplication.

Lorsque les nombres cartes ne permettent pas d'atteindre le nombre cible, l'activité consiste alors à s'en approcher au plus près.

Avec les nombres cartes 5, 6 et 2, il n'est pas possible d'atteindre le nombre cible ***33****. On peut s'en approcher au plus près en obtenant le nombre 32. La solution est alors :...*

Les caractéristiques de l'activité

L'activité appartient au domaine du calcul réfléchi. Elle pose en effet un problème de calcul dont aucune procédure de résolution n'a été enseignée au préalable. Il appartient à l'élève d'identifier les nombres et les opérations à utiliser ainsi que de combiner les calculs.

L'objectif principal de l'activité est le réinvestissement coordonné des savoirs (répertoires mémorisés) et des savoir-faire (procédures de calcul automatisées).

Quelques principes pour une pratique efficace

• **Les nombres cibles, les nombres cartes et les opérations à utiliser doivent être prévus à l'avance pour chaque calcul proposé à la recherche.**

On s'assure ainsi de l'adéquation de chaque situation avec les possibilités des élèves, en particulier lors des premières séances.

Quand il est pratiqué, le tirage au sort des nombres cartes et de la cible conduit parfois à des situations où la cible ne peut pas être atteinte mais seulement approchée, ce qui nécessite une approche différente.

• **Le domaine numérique exploré par l'activité doit être celui des « petits nombres » (domaine des tables de multiplication).**

Seules quelques procédures déjà entrainées avec des nombres plus grands peuvent déroger à ce principe. C'est le cas du calcul de **a × 10** *(ex. : 20 × 10 = 200)* et **des compléments à 100 de multiples de 10** *(40 + 60 = 100)*.

• **La recherche doit être suivie d'une correction collective et d'un ou plusieurs calculs d'application.**

Le compte est bon est une activité de recherche, donc difficile. Malgré tout, elle doit être profitable à tous les élèves. Dans cette perspective, elle est organisée en trois phases :
1) La première est le **calcul de recherche**.
2) Celle-ci doit être suivie d'une **correction collective** au cours de laquelle on identifie l'ordre des opérations ou une stratégie permettant d'atteindre la cible.

3) Pour terminer, **un ou plusieurs calculs d'application** sont soumis aux élèves. Ce ou ces calculs sont choisis pour permettre de réaliser la stratégie mise à jour lors de la correction du calcul de recherche.

- **L'enseignant doit exiger des élèves qu'ils écrivent les calculs l'un en dessous de l'autre.**

La progression est organisée en 9 séquences. Chaque séquence est définie par des paramètres spécifiques et une consigne unique. La dernière séquence introduit la variable « hasard », puisque les nombres cartes et les nombres cibles sont tirés au sort. Chaque séquence est constituée de 4 séances, composées chacune d'un calcul de recherche et d'un ou plusieurs calculs d'application.

Progression :

Le compte est bon – 1	Atteindre la cible en utilisant les 3 nombres et les 2 opérations imposés.
Le compte est bon – 2	Atteindre la cible en utilisant 3 nombres pris dans une liste de 4 et 2 opérations imposées.
Le compte est bon – 3	Atteindre la cible en utilisant les 4 nombres donnés et les 3 opérations imposées.
Les deux comptes sont bons – 4	Atteindre la cible de deux façons différentes, en utilisant 3 ou 4 nombres, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.
Le compte aux deux cibles – 5	Atteindre deux cibles données, en utilisant 3 ou 4 nombres, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.
Le compte est grand – 6	Atteindre une cible supérieure à 100, en utilisant des sommes connues, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.
Le compte n'est pas bon – 7	Trouver parmi 4 cibles, celle qui ne peut pas être atteinte, en utilisant 3 ou 4 nombres, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.
Le compte est presque bon – 8	Se rapprocher au plus près de la cible, en utilisant 3 ou 4 nombres, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.
Les défis du compte est bon – 9	Atteindre la cible en utilisant 3 ou 4 nombres, avec l'addition, la soustraction et la multiplication.

Présentation des symboles utilisés

Documents PDF du CD-Rom

Matériel collectif ou individuel nécessaire à préparer avant la séance

Matériel collectif à réaliser à partir des documents PDF du CD-Rom