

Ch. Henaff - V. Martinie - P. Millery - S. Peyronie

# CALCUL MENTAL

CM1

Acquérir et mémoriser  
des stratégies

RETZ

[www.editions-retz.com](http://www.editions-retz.com)

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

**Christian Henaff** est conseiller pédagogique en Corrèze.  
**Virginie Martinie** est professeur des écoles et directrice d'école en Corrèze.  
**Patrice Millery** est professeur des écoles en Corrèze dans une classe de CE2 – CM1 – CM2.  
**Sandrine Peyronie** est conseillère pédagogique en Corrèze.



Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires (voir le site : <http://www.orthographe-recommandee.info> et son miniguide d'information).

© Éditions Retz 2017  
ISBN : 978-2-7256-3544-6

Direction éditoriale : Céline Lorcher  
Édition : Adeline Guérin  
Prépa de copie : Bérengère de Rivoire  
Correction : Gérard Tassi  
Maquette et mise en page : Françoise Nolibois

N° de projet : 10230057  
Dépôt légal : mars 2017

Achévé d'imprimer en France en février 2017 sur les presses de l'imprimerie de Champagne.




# Sommaire

<b>Introduction</b>	p. 5
Le calcul mental dans les programmes	p. 5
Quelques définitions	p. 6
La démarche	p. 8
La mémorisation des répertoires	p. 10
L'enseignement de procédures élémentaires	p. 12
La pratique du calcul réfléchi	p. 14
Progressions	p. 16


<b>Programmation des apprentissages</b>	p. 27
---	-------

<b>Annexe</b>	p. 30
---------------	-------

## Période 1

	p. 31
Semaine 1	p. 33
Semaine 2	p. 38
Semaine 3	p. 43
Semaine 4	p. 48
Semaine 5	p. 54
Semaine 6	p. 59

## Période 2

	p. 65
Semaine 7	p. 67
Semaine 8	p. 72
Semaine 9	p. 78
Semaine 10	p. 82
Semaine 11	p. 87
Semaine 12	p. 92

### Période 3

	p. 97
Semaine 13	p. 99
Semaine 14	p. 104
Semaine 15	p. 110
Semaine 16	p. 116
Semaine 17	p. 122
Semaine 18	p. 128

### Période 4

	p. 134
Semaine 19	p. 136
Semaine 20	p. 141
Semaine 21	p. 146
Semaine 22	p. 151
Semaine 23	p. 156
Semaine 24	p. 164

### Période 5

	p. 169
Semaine 25	p. 171
Semaine 26	p. 175
Semaine 27	p. 180
Semaine 28	p. 185
Semaine 29	p. 190
Semaine 30	p. 195

<b>Présentation du CD-Rom</b>	p. 200
-------------------------------	--------

# Introduction

## Le calcul mental dans les programmes

Les programmes définissent le cahier des charges de l'enseignement du calcul mental au cycle 3, cycle auquel appartient le CM1. Six compétences majeures sont définies pour les mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. Trois compétences sont énoncées pour le domaine **Calculer** :

- **Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne ou en posant les opérations).**
- **Contrôler la vraisemblance de ses résultats.**
- **Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.**

Dans l'introduction de la partie **Nombres et calculs**, on relève : « *Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés (...)* »

Enfin, le tableau des **attendus de fin de cycle** définit ce qui doit être enseigné au cycle 3.

- Pour la compétence **Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux** :

- **Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul.**
- **Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.**
- **Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.**
  - Addition, soustraction, multiplication, division.
  - Propriétés des opérations :
$$2 + 9 = 9 + 2$$
$$3 \times 5 \times 2 = 3 \times 10$$
$$5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$$
  - Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs.
  - Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant.
  - Critères de divisibilité {2, 3, 4, 5, 9, 10}.

- Pour le calcul mental :

**Calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.**

- Pour le calcul en ligne :

**Utiliser des parenthèses dans des situations très simples.**

- Pour le calcul instrumenté :

**Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.**

### Commentaires :

Les programmes insistent sur la nécessité d'amener les élèves à connaître les répertoires et à maîtriser les procédures simples de calcul.

Dans cette perspective, la pratique du calcul mental ne suffit pas. **Elle doit être précédée de l'identification et de l'institutionnalisation de procédures élémentaires qui seront ensuite entraînées afin d'être automatisées.** Pour chacune des opérations, il est indispensable de **fixer l'objectif à atteindre en fin d'année, la ou les procédures à enseigner et les attendus concernant la production du résultat par l'élève.**

Par ailleurs, pour atteindre l'objectif de mémorisation de faits numériques, il faut **enseigner une méthodologie**, sans laquelle de nombreux élèves demeureront incapables de stocker ou de restituer ces résultats si importants dans la mise en œuvre des procédures de calcul.

Enfin, la gestion mentale des calculs constituant un obstacle, il convient d'apporter aux élèves les conseils méthodologiques leur permettant d'y parvenir.

Les programmes ne définissent pas un volume horaire pour le calcul mental. Toutefois, **la pratique quotidienne de l'activité** est à recommander car la régularité et la fréquence de la pratique sont nécessaires à l'automatisation des savoir-faire.

## Quelques définitions

Préalable à la conception de l'enseignement, un peu de vocabulaire s'impose.

### Calcul en ligne / Calcul posé

Un calcul peut être effectué en ligne suivant différentes procédures.

Le choix de l'une ou de l'autre est lié à ses avantages (exemple : pas de mémorisation de la retenue si on commence par l'unité la plus grande), aux compétences de l'élève (exemple : degré de maîtrise des répertoires et des procédures) et aux caractéristiques des nombres employés (exemple : procédures spécifiques au nombre 9).

Un calcul posé est l'application d'une technique écrite en colonnes, organisée comme un tableau de numération. Il s'effectue suivant un algorithme identique, pour tous les calculs relevant de la même opération. Les élèves opèrent alors sur les « chiffres » (valeur positionnelle) et non sur les nombres.

L'application de la technique posée au calcul en ligne n'est pas pertinente, en raison des risques d'oubli d'une retenue, en particulier dans les soustractions.

Calcul <b>en ligne</b>	Calcul <b>posé</b>
<i>Traces écrites :</i> $75 - 36 = 39$ $184 - 45 = 184 - 40 - 5 = 144 - 5 = 139$ $184 - 49 = 184 - 50 + 1 = 134 + 1 = 135$ On opère sur <b>les nombres</b> .	<i>Trace écrite :</i> $\begin{array}{r} 184 \\ - 49 \\ \hline 135 \end{array}$ On opère sur <b>les chiffres</b> .

### Calcul mental / Calcul écrit

On parle généralement de calcul mental dès lors que l'on renonce à tout intermédiaire écrit, c'est-à-dire qu'aucune production écrite n'intervient entre l'énoncé du calcul et la production du résultat. Par exemple, écrire  $58 + 34 = 92$  relève du calcul mental alors que  $58 + 34 = 58 + 30 + 4 = 88 + 4 = 92$  ne relève pas du calcul mental mais du calcul écrit.

*Remarque :* certains chercheurs en didactique des mathématiques, dont François Boule<sup>1</sup>, précisent que les situations de calcul mental ne doivent pas être habillées de problèmes.

1. François Boule, professeur de mathématiques, formateur au CNEFEI.

<p>Calcul <b>mental</b></p> <p>Trace écrite :</p> $184 - 47 = 137$ <p>La procédure de calcul <b>n'est pas visible</b>.</p>	<p>Calcul <b>écrit</b></p> <p>Traces écrites :</p> $\begin{aligned} 184 - 47 &= 184 - 40 - 7 \\ &= 144 - 7 \\ &= 137 \end{aligned}$ <p>La procédure <b>est visible</b>.</p>
--	---

### Calcul mental avec ou sans écrit

En calcul mental, l'énoncé peut être oral et/ou écrit. S'il est exclusivement oral, sa mémorisation est nécessaire, ce qui constitue une tâche supplémentaire pouvant perturber la mise en œuvre de la procédure. La production du résultat peut être orale ou écrite, cette dernière favorisant le contrôle de la réussite de tous les élèves.

<p>Calcul mental <b>avec écriture du calcul</b></p> <p>Trace écrite :</p> $184 - 47 = 137$ <p>La procédure est gérée mentalement. <b>Il dispense de la mémorisation du calcul.</b></p>	<p>Calcul mental <b>sans écriture du calcul</b></p> <p>Trace écrite :</p> <p>137</p> <p>La procédure est gérée mentalement. <b>Il nécessite la mémorisation du calcul.</b></p>
--	--

### Calcul automatisé / Calcul réfléchi

On parle de calcul automatisé lorsque les séances de calcul mental ont pour but de rendre routinières, c'est-à-dire rapides et sûres, des procédures simples de calcul.

Concernant les opérations plus complexes, l'objectif prioritaire ne réside pas dans la rapidité, mais plutôt dans la stratégie, c'est-à-dire le choix d'une démarche de calcul et sa justification.

On parle de calcul mental réfléchi si la tâche demandée n'a pas fait l'objet d'un apprentissage préalable et s'il appartient à l'élève de combiner ses connaissances et ses savoir-faire pour résoudre le problème posé.

<p>Calcul <b>automatisé</b></p> <p>Exemple :</p> $35 - 28 = 7$ <p><b>L'élève utilise une procédure imposée.</b></p> <p>Exemple :</p> $\begin{aligned} 35 - 28 &= 35 - 20 - 8 \\ &= 15 - 8 \\ &= 7 \end{aligned}$	<p>Calcul <b>réfléchi</b></p> <p>Exemple :</p> <p>Faire 37 en utilisant des nombres choisis parmi 2, 3, 4 et 5.</p> <p><b>L'élève utilise des procédures acquises mais doit décider du choix et de l'ordre des opérations.</b></p> <p>Exemple :</p> $\begin{aligned} 3 + 4 &= 7 \\ 7 \times 5 &= 35 \\ 35 + 2 &= 37 \end{aligned}$
--	--

### Calculs à une ou plusieurs étapes

Un calcul à une étape relève de connaissances en numération, de la restitution d'éléments du répertoire et de la mise en œuvre de procédures simples de calcul.

Exemples :

$37 + 8 \rightarrow 38 - 39 - 40 - \dots$  (comptage)

$30 + 8 / 15 + 10 / 61 - 10$  (connaissances en numération)

$7 + 8 / 7 \times 8$  (connaissance des répertoires)

$37 + 8$  par utilisation du répertoire et ajout d'une dizaine (procédure simple)

Un calcul à plusieurs étapes est un enchaînement de plusieurs calculs à une étape.

Exemple :  $61 - 38 = 61 - 30 - 8 = 31 - 8 = 23$

## Procédure

On appelle procédure l'ensemble des étapes effectuées pour un calcul.

On appellera **procédure élémentaire** une procédure composée de deux ou trois étapes.

*Exemples de procédures élémentaires pour calculer  $37 + 28$  :*

Procédure 1	Procédure 2
Ajout des dizaines, puis des unités avec utilisation d'un répertoire ( $7 + 8 = 15$ ) : $37 + 28 \rightarrow$ Je fais $37 + 20$ , puis $+ 8$ .	Ajout des dizaines, puis des unités qu'on décompose pour passer par la dizaine supérieure : $37 + 28 \rightarrow$ Je fais $37 + 20$ , puis $+ 3$ et enfin $+ 5$ .

## Répertoire

On appelle **répertoires additifs et multiplicatifs** la liste des résultats utilisés pour effectuer les opérations posées.

Ces résultats sont également mobilisables lors de la mise en œuvre des procédures de calcul mental ou écrit.

Les programmes ne font plus référence à des répertoires pour la soustraction et pour la division. Ces répertoires existent pourtant, mais ne font pas l'objet d'une mémorisation. Leurs résultats doivent être retrouvés rapidement grâce aux liens identifiés avec les répertoires additifs et multiplicatifs.

## Comptage/ Décomptage

On parle de comptage/décomptage lorsque les élèves utilisent la comptine numérique ou les doigts (par correspondance terme à terme) pour trouver le résultat d'un calcul additif ou soustractif.

Le comptage/décomptage est une procédure de dénombrement. Il est un passage (obligé) pour accéder au calcul. Peu à peu, il doit tendre à disparaître au profit du recours aux résultats mémorisés.

## La démarche

### Sur quels principes fonder l'enseignement du calcul mental ?

Les **procédures élémentaires** doivent être enseignées et pas seulement sollicitées dans des calculs divers. Pour cela, elles doivent donner lieu à des phases d'étude d'exemples, de formulation orale et écrite, d'application et d'entraînement, avec en fin de parcours une contrainte de rapidité. C'est à ces conditions qu'elles sont automatisées et deviennent des outils mobilisables.

La **mémorisation des répertoires** incombe à l'école et non aux familles car c'est aux enseignants qu'il revient d'apprendre aux élèves comment rendre leur mémoire efficace. Elle doit donc commencer au plus tôt. Elle doit être conçue et guidée par l'enseignant, et ce jusqu'au moment où tous les résultats pourront être restitués très vite et dans un ordre aléatoire. La connaissance des répertoires est importante car elle libère de l'énergie pour la mise en œuvre des procédures.

Le **calcul réfléchi** doit tenir une place importante dans la programmation, et ce à partir du moment où les élèves disposent d'un socle suffisant de connaissances et de savoir-faire. En effet, c'est là que se manifestent les compétences de haut niveau, la capacité à mobiliser et à utiliser les résultats des répertoires et les procédures connues. Il est toutefois important de préciser que le calcul réfléchi se pratique plus qu'il ne s'enseigne.



Si la pratique du calcul mental permet d'approfondir la compréhension des nombres, à l'inverse la **connaissance de la suite des nombres** est nécessaire à la mise en œuvre des procédures de calcul mental. Il convient donc de consolider en début d'année la connaissance du domaine numérique qui sera exploré au cours de l'année.

Le calcul mental se compose de :

- l'enseignement de procédures élémentaires,
- la mémorisation des répertoires,
- la pratique du calcul réfléchi.

Des activités visant à la consolidation de la suite numérique doivent être programmées.

### Quel contenu programmer pour les séances ?

Les quinze minutes d'une séance quotidienne de calcul mental ne peuvent pas être consacrées exclusivement à la mémorisation, les données scientifiques encourageant plutôt des actions étalées dans le temps. Par ailleurs, nous pensons que l'enseignement du calcul est plus efficace lorsqu'il repose sur des séances courtes et répétées, le rappel quotidien de procédures de calcul (modèles) jouant un rôle essentiel.

La mémorisation des répertoires et l'enseignement du calcul s'articulent au sein des séances de calcul mental.

### Comment préparer les séances ?

La préparation d'une séance ne peut se limiter à l'écriture de quelques calculs. Chaque séance doit être conçue pour permettre à l'élève de franchir une nouvelle étape dans la construction de ses savoirs et savoir-faire. Un objectif doit être défini avec précision et communiqué en début de séance. La mise en œuvre de celle-ci doit correspondre en tous points à ce qui est annoncé et chaque calcul doit donc avoir été préparé.

C'est lorsqu'il n'a pas tout prévu que l'enseignant parfois improvise, « pour aller un peu plus loin », intégrant une difficulté supplémentaire, dans les derniers calculs, sans qu'elle ait été enseignée au préalable.

*Exemple : Lors d'une séance consacrée à + 5 sans franchissement de dizaine, l'enseignant donne à effectuer le calcul  $36 + 5$ .*

Cette stratégie est inappropriée dans la mesure où elle contribue à déstabiliser ce qui vient d'être construit, parfois avec difficulté par certains élèves.

Chaque séance de calcul mental doit être préparée avec rigueur :

- un objectif unique doit être ciblé ;
- tous les calculs doivent être prévus.

### Sur quel support faire travailler les élèves ?

Les élèves aiment généralement travailler sur l'ardoise, notamment du fait de l'alternance entre activités individuelles et collectives. L'utilisation de ce support permet un contrôle rapide de la production de l'élève... Encore faut-il que l'enseignant fasse preuve de rigueur et d'exigence dans le marquage des temps du travail. Un signal sonore doit annoncer « Calculez (dans votre tête) », un autre « Écrivez » (donc tous au même moment) et un dernier « Levez l'ardoise » (tous ensemble, et en direction de l'enseignant !).

À défaut du respect de ces quelques règles, certains élèves attendent le moment de lever l'ardoise pour copier un résultat qu'ils ont lu sur l'ardoise d'un voisin.

L'apprentissage s'accommode bien du travail sur l'ardoise, les calculs étant alors donnés un par un, et corrigés au fur et à mesure, afin de répéter la procédure et de favoriser son ancrage.

Le support papier permet à l'enseignant de conserver une trace et de procéder à une analyse des productions de manière différée. Par exemple, les entraînements chronométrés composés de séries de calculs doivent être faits sur support papier. Le modèle y est toujours disponible et la gestion du cadre de travail est plus simple pour l'élève.

Le choix du support de travail dépend de l'objectif de la séance :

- l'utilisation de l'ardoise est adaptée aux premières phases de l'apprentissage ;
- le support papier est pertinent pour les phases d'entraînement et pour les évaluations.