J'apprends les maths CP

Fichier de l'élève

Sous la direction de
RÉMI BRISSIAUD
Maitre de conférences de psychologie expérimentale

ANDRÉ OUZOULIAS
Professeur agrégé

FLORENCE SUIRE
Professeur des écoles

PIERRE CLERC
Instituteur

RETZ
www.editions-retz.com
9 bis, rue Abel Hovelacque
75013 Paris

Une démarche pédagogique qui

On sait aujourd'hui que les élèves en difficulté grave et durable échouent dans leurs apprentissages numériques parce qu'ils font un usage systématique de ce qu'on appelle un comptage-numérotage. Lorsqu'ils comptent, chaque mot de la comptine est un numéro qu'ils associent à 1 élément et 1 seul : le un, le deux, le trois, le quatre… L'entrainement de cette forme de comptage permet aux élèves les plus faibles de résoudre de nombreux problèmes, ce qui laisse espérer des progrès futurs, alors qu'en réalité ils vont s'enfermer dans cette façon de faire et échoueront en calcul mental.

C'est pourquoi le programme pour la maternelle de 2015 fait la recommandation suivante : « *Les activités de dénombrement doivent éviter le comptage-numérotage et faire apparaitre, lors de l'énumération de la collection, que chacun des noms de nombres désigne la quantité qui vient d'être formée.* »

J'apprends les maths CP est le premier ouvrage à avoir proposé une alternative à l'enseignement du comptage-numérotage. Celui-ci n'y est jamais favorisé. Même l'écureuil, le personnage qui incarne l'usage du comptage, utilise un comptage-dénombrement. Il dit : « un plus 1, deux ; plus 1, trois ; plus 1, quatre ; plus 1… » Il calcule pour compter, même s'il s'agit de calculs rudimentaires (+ 1 successifs).

Une progression organisée autour de la distinction entre comptage-numérotage et calcul

Présentons cette distinction en considérant le problème suivant : « J'ai 4 jetons dans ma poche gauche et 3 jetons dans la droite. Je vais les mettre sur la table. Combien y aura-t-il de jetons ? »

- Pour résoudre ce problème, certains enfants comptent 4 doigts sur une main, comptent 3 doigts sur l'autre, puis recomptent un à un ces 7 doigts.
- D'autres enfants énoncent directement que 4 et 3 est égal à 7, ou trouvent le résultat sous la forme 4 + 1 + 2 : ils calculent.

Apprendre à calculer est évidemment un objectif essentiel dès le CP. Mais il est moins évident de répondre à la question suivante : *comment favoriser l'apprentissage du calcul ?*

Ce n'est pas à force de compter-numéroter que l'enfant apprend à calculer. Certains enfants peuvent même s'enfermer très longtemps dans cette forme de comptage. Tous les professeurs de cycle 3 savent que leurs élèves en difficulté sont des « enfants compteurs ». Rappelons que dans *J'apprends les maths CP avec Picbille*, l'usage du comptage-numérotage n'est jamais valorisé.

Ce n'est pas non plus à force de répéter les résultats de la table d'addition (ce qu'on appelle l'apprentissage « par cœur ») que les enfants apprennent à calculer. Les recherches montrent que ce qui est possible au CE avec la table de multiplication, parce que les enfants ont déjà une bonne connaissance des nombres, ne l'est pas avec la table d'addition.

Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires. Voir le site http://www.orthographe-recommandee.info *et son miniguide d'information*

ISBN : 978-2-7256-3471-5

Apprendre le calcul mental à l'aide des repères 3, 5 et 10

Dès la première édition, nous avons choisi de favoriser un autre mode d'apprentissage où l'enfant apprend à représenter les nombres à l'aide des repères 5 et 10. Pour 7, par exemple, on utilise les trois représentations suivantes :

c'est-à-dire des configurations de points sous la forme 5 + 2 et un cadre matériel de 10 (une « boite de Picbille* ») dans lequel 7 apparaitre comme 5 jetons dans un compartiment dont le couvercle est fermé et 2 jetons dans l'autre.

Et pour 12, par exemple : 

Dès lors, des sommes telles que 5 + 2 et 10 + 2 sont connues précocement et ce sont leurs résultats mémorisés que l'enfant utilise dans les autres calculs. Ainsi :
4 + 3 est pensé comme 4 + 1 + 2 (*cf.* sq 30 et 34) ;
5 + 7 est pensé comme 5 + 5 + 2 (*cf.* sq 58), etc.
C'est ce qu'on appelle souvent le « **calcul réfléchi** ».

Dans *J'apprends les maths CP avec Picbille*, les élèves utilisent également une schématisation de la main qui fait apparaitrere 5 sous la forme 2 + 1 + 2. Les nombres 5, 7 et 10, par exemple, sont représentés ainsi :

5 7 10

En cohérence avec ce choix pédagogique, on repère d'une croix les jetons correspondants dans la représentation des nombres « comme Picbille » : 

C'est donc un nouveau repère que nous introduisons : **le repère 3**. La raison de ce choix est triple : a) Notre représentation mentale des nombres est linéaire ; b) Lorsque des unités sont alignées, on n'en reconnaît immédiatement le nombre exact que jusqu'à 3 (*cf.* la notion de *subitizing*) ; c) Un enfant qui ne ne sait pas utiliser le repère 3 ne peut ni utiliser le repère 5 pour calculer, ni utiliser la dizaine pour se représenter les grands nombres !

* Une version de ce matériel est disponible en fin de fichier grâce aux couvercles autocollants repositionnables. Le matériel collectif appelé « Boite de Picbille » est édité chez Retz.

avait anticipé les programmes 2016

On lit dans le programme de 2016 pour le cycle 2 que les élèves doivent « *comprendre que le successeur d'un nombre entier c'est "ce nombre plus un", décomposer / recomposer les nombres additivement, multiplicativement…* ». En fait, le calcul se fonde toujours sur l'usage de stratégies de décomposition-recomposition. C'est pourquoi, dans *J'apprends les maths CP*, celui-ci est systématiquement favorisé.

La mise en avant des décompositions explique que la file numérique soit introduite sous la forme d'une file structurée de blocs de 10 cases vides, les boites de Picbille (voir sq 44). Pour un élève, la suite des écritures chiffrées n'est pas une authentique file numérique tant que le numéro d'une case n'évoque pas les décompositions du nombre correspondant grâce aux repères 5, 10, 15, 20… Quand c'est le cas, la présence des numéros est inutile, et même néfaste car incitant au comptage-numérotage.

Concernant la résolution de problèmes, le programme 2016 recommande de demander aux élèves de « *prévoir des résultats d'actions portant sur des collections ou des grandeurs* ». Depuis sa 1re édition, *J'apprends les maths CP* a constamment utilisé et perfectionné ce type d'activités, essentiel pour que les élèves donnent du sens à leurs apprentissages numériques. Sa forme la plus achevée est sans conteste celle que nous avons appelée la simulation mentale d'une action que l'enseignant réalise de manière masquée (voir ci-dessous).

Apprendre le calcul mental dans des situations d'anticipation

Donnons d'abord un exemple de situation d'anticipation :

Phase d'anticipation.

Phase de validation : l'enseignant bascule la boite*.

Dans ce cas, il s'agit d'anticiper le nombre de cases vides d'un cadre matériel de 10 cases lorsque 7 d'entre elles sont remplies. Ou encore : il s'agit d'anticiper le nombre de jetons qu'il faudrait ajouter pour qu'il y en ait 10.

Les élèves prennent conscience de la différence entre ce type de tâche et la devinette : contrairement à la devinette, l'élève qui raisonne correctement réussit systématiquement. Par ailleurs, la situation est autocorrective : comme l'enjeu du raisonnement arithmétique est d'anticiper le résultat d'actions avant qu'elles ne soient effectivement réalisées, il suffit de procéder à ces actions (ici, ajouter 3 jetons et observer que la boite est pleine) pour valider ou non l'anticipation.

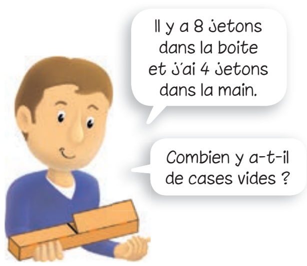
Les enfants prennent ainsi conscience que l'enjeu des tâches arithmétiques se situe dans les transactions avec le monde des objets. Il ne s'agit pas seulement de deviner la réponse verbale qui ferait plaisir à l'enseignant.

De même, **la résolution de problèmes prend du sens** pour les élèves. Il est important que les situations d'anticipation soient privilégiées au CP parce que c'est l'une des classes où les enfants construisent leur rapport à l'activité mathématique.

* Remarquons que l'enseignant tient la boite de façon que les élèves voient les nombres croissant de gauche à droite lors de la phase de validation et qu'ils les imaginent ainsi lors de la phase d'anticipation ; c'est en effet le sens de leur « file numérique mentale » et il doit être privilégié.

Apprendre à calculer en simulant mentalement l'action du maitre

Mais les situations d'anticipation utilisées dans *J'apprends les maths CP* favorisent l'apprentissage du calcul mental pour une autre raison, plus fondamentale encore. Considérons par exemple la situation utilisée pour enseigner le « passage de la dizaine » : 8 + 4 = (8 + 2) + 2.



Phase d'anticipation (début).

Phase d'anticipation (fin).

Les élèves sont conduits à simuler mentalement l'action que l'enseignant réalise de façon masquée. Or les recherches en neuropsychologie montrent que l'apprentissage repose grandement sur ce type de processus mentaux. Au-delà des travaux scientifiques, on en comprend bien les raisons en considérant la phase de validation :

Phase de validation : l'enseignant reconstitue la situation initiale tout en basculant la boite et en ouvrant la main.
Il peut ensuite réaliser l'action de manière visible en la commentant : « Il y a 8 jetons dans la boite, donc 2 cases vides. Les 4 jetons que j'ajoute, c'est 2 jetons pour les cases vides et encore… 2 jetons qui restent dans la main. Le résultat est 12. »

Lorsque les élèves sont seulement confrontés à une situation comme celle qui est utilisée ici pour la validation, c'est-à-dire une situation où le complément à 8 est visible, où la collection ajoutée est visible et donc facilement décomposable, la plupart d'entre eux se trouvent en grande difficulté dès que le matériel n'est plus présent.

Simuler mentalement l'action que l'enseignant a réalisée de manière masquée oblige à reconstituer mentalement les données correspondant aux différentes étapes de la procédure et à enchaîner ces étapes : devenir capable de le faire rend autonome dans la mise en œuvre de cette procédure.

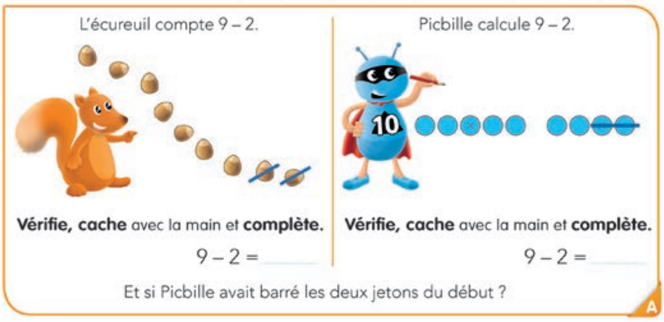
Apprendre, dès le CP, le calcul mental d'une soustraction

Rappelons qu'entre 1970 et 1990 la soustraction n'était plus enseignée au CP, seule l'« addition à trou » l'était. *J'apprends les maths CP avec Picbille* a été le premier manuel à réintroduire cet enseignement dès le CP. Aujourd'hui, cela ne fait plus vraiment débat. En revanche, la progression abordée ici reste originale du fait que, dès le CP, les élèves apprennent différentes stratégies de calcul mental d'une soustraction.

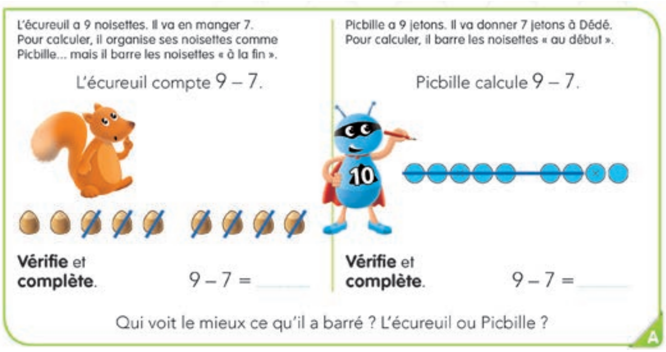
Un adulte n'utilise pas la même stratégie de calcul mental pour déterminer 102 – 6 et 102 – 94. Pour calculer 102 – 6, les adultes procèdent généralement par retraits successifs, c'est-à-dire en reculant sur leur file numérique mentale ; ils font : (102 – 2) – 4 = 96. En revanche, pour calculer 102 – 94, ils calculent par compléments successifs, c'est-à-dire en avançant sur leur file numérique mentale : à partir de 94, il faut 6 pour aller à 100 ; et encore 2 pour aller à 102, il faut 8 en tout.

Dès le CP, il est donc crucial d'enseigner que 9 – 2 ne se calcule pas de la même manière que 9 – 7. L'adulte qui a automatisé ces calculs ne s'en rend plus compte mais, à son insu, son activité mentale reste différente. Le mode de représentation des nombres comme Picbille est particulièrement bien adapté pour cet enseignement.

Le calcul de 9 – 2, par exemple, est enseigné de la manière suivante (*cf.* sq 39) :



En revanche, le calcul de 9 – 7 l'est ainsi (*cf.* sq 53) :



Dès le CP, donc, les élèves commencent à s'approprier les deux grandes stratégies de calcul d'une soustraction : *en reculant* (ou encore : en « barrant à la fin ») lorsque le nombre retiré est petit et *en avançant* (ou encore : en « barrant au début ») lorsqu'il est grand.

Lorsqu'on retarde cet enseignement, les élèves privilégient la stratégie *en reculant* ; les plus fragiles d'entre eux s'enferment dans cette stratégie et ne développeront pas de bonnes compétences en calcul mental d'une soustraction. Diverses recherches mettent en évidence que cela aura des répercussions négatives en résolution de problèmes.

Comme dans le cas de l'addition, les élèves apprennent d'abord à calculer les soustractions en dessinant des points « comme Picbille » avant de barrer ceux qui doivent être ôtés. Cependant, très vite, l'enseignant favorise une mentalisation de ce calcul en proposant une situation d'anticipation qui conduit les enfants à simuler mentalement un retrait que l'enseignant effectue de manière masquée.

Pour enseigner le calcul mental de 8 – 2, par exemple (sq 41), il prend un carton avec 8 doigts dessinés et il masque 2 doigts « à la fin », c'est-à-dire sur sa gauche. Pour enseigner celui de 8 – 6 (sq 55), il cache 6 doigts « au début », c'est-à-dire sur sa droite.

Dans tous les cas, la validation se fait en basculant le carton contenant les 8 points et en effectuant le masquage de façon visible.

Là encore, les nombres apparaissent à l'enseignant comme croissant de droite à gauche : l'important est que les élèves les imaginent derrière le carton comme croissant de gauche à droite, c'est-à-dire dans le sens de leur ligne numérique mentale. Ces cartons sont fournis avec le Livre du maitre et téléchargeables sur japprendslesmaths.fr.

Favoriser les généralisations

Nous avons été particulièrement attentifs à *J'apprends les maths CP avec Picbille* favorise les généralisations. Les exemples sont nombreux, donnons-en quelques-uns :

- La notion de différence est étudiée dès le début de l'année dans un contexte simple : la différence, c'est ce qu'il faut ajouter au petit nombre pour avoir le grand nombre (sq 7). Elle n'est mise en relation avec la soustraction que plus tard dans l'année (sq 74). Ainsi, dès le CP, les élèves ont la possibilité de comprendre que la soustraction permet de résoudre d'autres types de problèmes que ceux où l'on perd, où l'on retire, etc.
- La file des écritures chiffrées est mise en relation avec le remplissage d'une file de boites de Picbille (sq 44).
- La compréhension de la notion de dizaine est facilitée parce que les élèves ont à comparer des « nombres comme Dédé » et des « nombres comme Picbille » alors que la dizaine de Dédé est constituée d'un groupe de 10 points visibles et celle de Picbille d'un groupe de 10 jetons masqués. De plus, la généralisation est explicitement appliquée aux paquets de 10 gâteaux, aux bouquets de 10 fleurs, aux équipes de 10 enfants…
- La compréhension de la notion de dizaine est également facilitée du fait que les élèves étudient plus généralement la notion de groupement, et notamment ceux par 2 et par 5, avant d'étudier la numération décimale qui, elle, se fonde sur un groupement par 10.

Les auteurs

L'organisation en 5 périodes

Périodes	Nombres et calculs	Géométrie et mesures	Pages
rouge 1	**Calcul jusqu'à 5** décompositions, additions et soustractions **Les 10 premiers nombres** 5 + 1 = 6 ; 5 + 2 = 7 ; 5 + 3 = 8, etc.	Tracés à la règle	8 à 35
jaune 2	**Calcul jusqu'à 10** décompositions, additions et soustractions **Les 20 premiers nombres** comprendre 14 comme 10 et 4; groupes de 2 et 5	Tracés à la règle (suite)	36 à 67
verte 3	**Calcul jusqu'à 20** additions (ajouter 5 ; les doubles) ; soustractions **Numération décimale jusqu'à 59** les nombres jusqu'à 59 ; groupes de 2, 5 et 10	Tableaux cartésiens ; repérage et tracés sur quadrillage	68 à 95
bleue 4	**Calcul et numération jusqu'à 79** la soustraction pour calculer une différence ; additions du type 9 + 7 (passage de la dizaine) ; du type 35 + 27 en dessinant puis sans dessiner ; comparer des nombres	Mesure des longueurs ; le centimètre.	96 à 123
violette 5	**Calcul et numération jusqu'à 100** calcul d'additions à partir des écritures chiffrées (addition naturelle puis addition en colonnes); soustractions avec des nombres de 2 chiffres	Solides ; figures simples ; heures et demi-heures ; masses (le kg) ; décrire un trajet (gauche, droite)	124 à 155
	Problèmes pour apprendre à chercher		49 ; 57 ; 65 ; 75 ; 85 ; 105 ; 113 ; 129 ; 145 ; 153

Un code de couleurs pour savoir si une activité est un moment de :
- **découverte**
- **d'appropriation**
- **d'entretien**

Dans les activités de découverte (cadre de couleur forte), l'enseignant doit s'assurer de la compréhension de la situation et de la consigne. De plus, il doit organiser l'échange entre les élèves afin que ce qui est nouveau dans les savoirs ou savoir-faire utilisés émerge clairement.

Dans les activités d'entretien (cadre grisé), les élèves travaillent de manière beaucoup plus autonome.

Du point de vue de l'autonomie des élèves, les activités d'appropriation (cadre à la couleur légère) sont intermédiaires.

Exemple dans une page de 1re période

Cadre à la couleur forte :
découverte d'une nouvelle notion ou d'un nouvel outil.

Cadre à la couleur légère :
activité d'appropriation de ces nouveautés.

Cadre grisé :
activité d'entretien des notions ou des outils introduits dans des pages antérieures.

Sommaire

■ Nombres et calculs ■ Espace et géométrie ■ Grandeurs et mesures
■ Problèmes pour apprendre à chercher

1re période

2e période

3e période

4e période

5e période

Progression par domaine

Les couleurs des numéros de séquences correspondent aux couleurs des périodes.

Nombres et calculs

Représenter les nombres

Les 5 premiers nombres .... Sq 1, 3, 4, 5, 28
Le nombre 10 .... Sq 17, 24, 26
Les nombres 6, 7, 8, 9 et 10 .... Sq 12, 14, 17, 24
Organiser pour dessiner des collections .... Sq 26, 27, 38, 60
Les compléments à 10 .... Sq 29
Les nombres entre 10 et 20 .... Sq 33, 36, 38, 44, 52
Les nombres jusqu'à 59 .... Sq 52, 57, 59, 60, 67
Les nombres de 60 à 79 .... Sq 85
Les nombres de 80 à 100 .... Sq 103
Situer un nombre sur la file numérique .... Sq 44, 52, 85, 103
Écriture littérale des nombres .... Sq 45, 61, 78, 109
Comparer des nombres .... Sq 91
Ordonner les nombres .... Sq 104

Le calcul mental

Addition (somme ≤ 10) .... Sq 9, 10, 11, 12, 13, 15, 30, 31, 34
Addition (10 ≤ somme ≤ 20) .... Sq 50, 58, 63, 73, 75, 76, 77, 80, 81, 83
Stratégie d'appui sur 5 .... Sq 58, 63
Stratégie de passage de la dizaine .... Sq 75, 76, 77, 80, 81, 83
Addition (20 ≤ somme ≤ 99) .... Sq 59, 63, 73, 86, 89, 93, 95, 100
Décomposition .... Sq 16, 21, 22, 32, 43, 46, 54, 65, 84
Différence informelle .... Sq 7, 8, 60, 66
Soustraction (retrait) .... Sq 18, 20, 39, 41, 53, 55, 62, 97, 98, 105, 106, 110, 116
Soustraction (différence) .... Sq 74
Les doubles .... Sq 37, 63
Les moitiés .... Sq 37, 90, 119
Groupement par 2, 5 et 10 .... Sq 47, 57, 67, 68, 71, 101
De 10 en 10 .... Sq 88

Les techniques en colonnes

L'addition en colonnes .... Sq 111, 112

Problèmes pour apprendre à chercher

Dénombrement .... Sq 42, 64, 79, 87
Décompositions .... Sq 42, 87, 99, 114, 120
Problèmes additifs .... Sq 49, 64, 79
Problèmes soustractifs .... Sq 35, 49, 79, 99, 120
Groupement .... Sq 35, 49, 56, 99
Partage .... Sq 35, 87, 114
Repérage de cases .... Sq 56, 64

Espace et géométrie

Tracer à la règle .... Sq 2, 6, 19, 25, 40
Reproduire une figure sur un quadrillage .... Sq 70
Solides .... Sq 95, 107
Décrire un trajet (gauche, droite) .... Sq 118
Triangles et rectangles .... Sq 102
Tracés à l'aide de « formographes » .... Sq 108, 115

Grandeurs et mesures

La monnaie .... Sq 48, 50, 69
Longueurs .... Sq 82, 92
Heure, durée .... Sq 113
Comparaison de masses .... Sq 117, 120