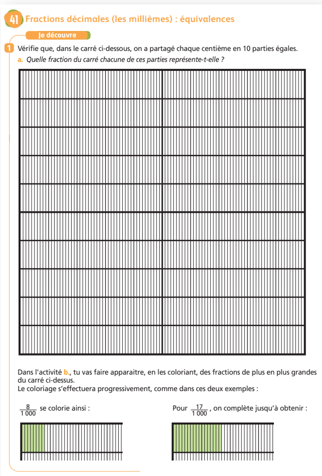
7 conseils pour bien utiliser *J'apprends les maths CM2*

1. S'appuyer sur la progression proposée

Les 120 séquences de *J'apprends les maths CM2* ont été expérimentées pendant trois années dans plusieurs classes. La progression définitive, telle qu'elle apparait ici dans la succession des séquences, est le résultat de cette expérimentation. L'emploi optimum de cet outil repose en grande partie sur le respect de cette progression. *Nous déconseillons vivement de « sauter » des séquences ou d'en changer l'ordre*. En effet, des savoir-faire ou des notions abordés dans telle séquence conditionnent la réussite de telle autre séquence qui se déroule parfois aussitôt après, parfois bien plus tard.

2. Utiliser le cahier d'activités et le matériel individuel

Les tâches proposées sur le cahier et avec le matériel individuel sont *indispensables à un apprentissage réussi*. Considérons par exemple l'apprentissage des équivalences des fractions exprimées en millièmes avec celles qui s'expriment sous la forme 1/2, 1/4, 3/4, *n*/10 et *n*/100. Sur le fichier, lors de la séquence 41, les élèves sont amenés à colorier des fractions grandissantes de l'aire d'un carré quadrillé en 1/2, 1/4, 1/10, 1/100 et 1/1 000, et à comparer par exemple 8/1 000 et 1/100, 3/100 et 29/1 000, 482/1 000 et 1/2, 253/1 000 et 1/4 :


41 Fractions décimales (les millièmes) : équivalences

Je découvre

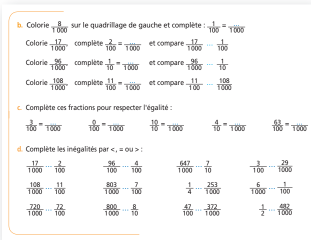
1 Vérifie que, dans le carré ci-dessous, on a partagé chaque centième en 10 parties égales.

a. *Quelle fraction du carré chacune de ces parties représente-t-elle ?*

Dans l'activité b., tu vas faire apparaitre, en les coloriant, des fractions de plus en plus grandes du carré ci-dessus.
Le coloriage s'effectuera progressivement, comme dans ces deux exemples :

$\frac{8}{1\,000}$ se colorie ainsi :

Pour $\frac{17}{1\,000}$, on complète jusqu'à obtenir :


b. Colorie $\frac{8}{1\,000}$ sur le quadrillage de gauche et complète : $\frac{1}{100} = \frac{...}{1000}$

Colorie $\frac{17}{1000}$, complète $\frac{2}{100} = \frac{...}{1000}$ et compare $\frac{17}{1000}$ ... $\frac{1}{100}$

Colorie $\frac{96}{1000}$, complète $\frac{1}{10} = \frac{...}{1000}$ et compare $\frac{96}{1000}$ ... $\frac{1}{10}$

Colorie $\frac{108}{1000}$, complète $\frac{11}{100} = \frac{...}{1000}$ et compare $\frac{11}{100}$ ... $\frac{108}{1000}$

c. Complète ces fractions pour respecter l'égalité :

$\frac{3}{100} = \frac{...}{1000}$ $\frac{0}{100} = \frac{...}{1000}$ $\frac{10}{10} = \frac{...}{1000}$ $\frac{4}{10} = \frac{...}{1000}$ $\frac{63}{100} = \frac{...}{1000}$

d. Complète les inégalités par <, = ou > :

$\frac{17}{1000}$ ... $\frac{2}{100}$ $\frac{96}{100}$ ... $\frac{4}{100}$ $\frac{647}{1000}$ ... $\frac{7}{10}$ $\frac{3}{100}$ ... $\frac{29}{1000}$

$\frac{108}{1000}$ ... $\frac{11}{100}$ $\frac{803}{1000}$ ... $\frac{7}{100}$ $\frac{1}{4}$ ... $\frac{253}{1000}$ $\frac{6}{1000}$ ... $\frac{1}{100}$

$\frac{720}{1000}$ ... $\frac{72}{100}$ $\frac{800}{1000}$ ... $\frac{8}{10}$ $\frac{47}{100}$ ... $\frac{372}{1000}$ $\frac{1}{2}$ ... $\frac{482}{1000}$

Ils n'apprennent pas ainsi une règle de « réduction au même dénominateur », mais des équivalences repères (1/10 = 100/1 000, 1/100 = 10/1 000, 1/2 = 500/1 000, 1/4 = 250/1 000, etc.). Celles-ci leur permettent de savoir par ex. que 482/1 000 est plus petit que 1/2 ; ou que l'écart entre 482/1 000 et 1/2 est de 18/1 000 ; ou encore que 803/1 000, c'est 8/10 et 3/1 000, etc. De telles connaissances sont décisives pour aborder ensuite les sommes de fractions du type 3/10 + 9/100 + 6/1 000 (sq 45), puis, plus tard, « jongler » avec une écriture comme 0,396 qui peut alors être conçue selon tous les points de vue (396/1 000 ; 39/100 + 6/1 000 ; 3/10 + 96/1 000 ; etc.).

3. Utiliser un matériel complémentaire

À diverses reprises, dans la description d'activités collectives, nous conseillons l'utilisation de matériels ou d'affichages qui faciliteront les apprentissages dans divers domaines.

Ainsi, au début du livre de l'élève et du fichier, on trouve la représentation d'un matériel de numération, dit de « M. Cubus », où 10 cubes-unités forment une barre-dizaine, 10 barres-dizaines forment une plaque-centaine, 10 plaques-centaines forment un cube-millier (par ex. sq 1, 11 et 22). Un matériel comparable, « en vraie grandeur », appelé « Base 10 », est diffusé par Nathan-Matériel éducatif.

Lors de l'introduction des centièmes, puis des millièmes, les élèves mesureront des longueurs en fractions de « bâton de ski » avec une règle *ad hoc* (*cf.* sq 40 et 47). La règle des élèves va jusqu'à 2/10 de bâton de ski. Nous conseillons à l'enseignant de se fabriquer une règle de 1 bâton de ski (les dimensions lui sont données en cm) pour aider les élèves à appréhender l'unité de longueur dont ils manipuleront les fractions.

Pour favoriser l'intuition des unités d'aire et de leurs rapports, nous conseillons d'afficher 1 carré de 1 m^2 dans lequel, emboitées, apparaissent des figures de 1 dm^2, 1 cm^2, 1 mm^2.

De même avec les unités de contenance : les enfants les comprendront d'autant mieux qu'ils auront pu utiliser 1 « récipient » de 1 litre sous la forme d'un cube en carton d'arête 1 dm, et des récipients de 1 dl, 1 cl et 1 ml dont la forme apparait nettement comme une fraction de ce cube.

Pour certaines séquences, nous conseillons d'utiliser des gabarits d'angles collectifs (à se fabriquer soi-même) qui constituent un agrandissement du matériel individuel correspondant.

À d'autres moments, les élèves utilisent des calculettes.

4. Ne pas négliger les activités d'entrainement

Les activités d'entrainement proposées dans la zone **Je deviens performant** du livre de l'élève (et quelquefois sur le fichier d'activités) sont nécessaires à la mémorisation et à l'automatisation des savoir-faire de base. C'est à cette condition que l'enfant en disposera le moment venu pour comprendre une notion nouvelle introduite plus tard dans la zone **Je découvre**.

5. Consacrer le début de chaque séquence au calcul mental

Au début de chaque séquence, nous proposons des activités de calcul mental. Celles-ci ne sont pas un « supplément d'âme » qu'on pourrait trouver secondaire au regard de l'apprentissage des techniques opératoires. Aider les enfants à devenir habiles en calcul mental, c'est *les aider à progresser dans la résolution de problèmes* (voir *Présentation*, chapitres 2 et 3).

Mais c'est aussi *favoriser l'apprentissage des techniques*. Par exemple, une bonne connaissance des tables de multiplication aide grandement à calculer les divisions (de nombreuses activités de calcul mental sont consacrées à la mémorisation de ces tables tout au long de l'année, d'abord sous la forme classique, puis pour calculer des multiplications du type « 60 fois 8 » en utilisant le « 6 fois 8 » de la table de 6).

C'est enfin *favoriser l'apprentissage d'opérations* comme la division ou *de nombres* comme les décimaux (*cf.* notre premier conseil), ou encore *de notions* comme la proportionnalité.

Le contenu de ces activités et leur succession ont, eux aussi, été conçus en relation étroite avec la progression.

6. En géométrie, faire tracer sur des supports non structurés

Dans diverses séquences de géométrie et dans les PAC, les élèves vont apprendre à tracer des figures simples (cercles, triangles, rectangles, carrés, …) et des figures complexes ; ils apprendront à trouver le symétrique d'un point par rapport à une droite, etc. On cherche à ce qu'ils acquièrent des savoir-faire qui leur permettent de réaliser ces constructions, à l'aide de divers instruments comme bande de papier, compas, gabarits d'angles, équerre, etc., et à s'approprier ainsi certaines propriétés de ces figures.
Or, s'il faut tracer des constructions comportant des angles droits, par exemple, et que les élèves utilisent du papier structuré (quadrillé, ligné, pointé, etc.), ils sont tentés – et c'est bien naturel – d'utiliser les lignes du quadrillage pour ces tracés (plutôt qu'un gabarit d'angle droit ou l'équerre). Mais le papier quadrillé présente aussi l'inconvénient d'imposer aux constructions une orientation. Par exemple, pour tracer un triangle, les élèves ont tendance à tracer le premier côté sur une des lignes du quadrillage : le triangle acquiert alors une orientation (il a un « haut » et un « bas »), ce qui contrarie l'acquisition de notions comme celle de sommet (un sommet d'un triangle n'est pas toujours « en haut ») ou de côté (un côté n'est pas toujours sur le côté). Plus généralement, le tracé sur quadrillage gêne cette perception souple qui permet par exemple, après avoir effectué une rotation mentale, de déclarer identiques deux figures, bien qu'elles soient orientées différemment dans la feuille.

7. Une animation individualisée des PAC

Les deux pages suivantes sont consacrées à une présentation détaillée des activités proposées dans ces séquences particulières (qui reviennent en moyenne toutes les huit séquences) et à des conseils pour les conduire.

Les Problèmes pour apprendre à chercher (PAC) : mode d'emploi

Pourquoi des PAC ?

Rappelons que, dans *J'apprends les maths CM2*, l'ensemble de la progression donne lieu à deux sortes de séquences :
– des séquences où les enfants acquièrent des savoir-faire fondamentaux en arithmétique et en géométrie ;
– des séquences appelées « Problèmes pour apprendre à chercher» (PAC) qui reviennent en moyenne toutes les huit séquences.
Cette seconde sorte de séquences a deux grandes fonctions :
1°) Permettre aux élèves de rencontrer une grande diversité de problèmes. La résolution de problèmes dans le cadre des activités mathématiques à l'école s'inscrit ainsi dans la continuité de l'expérience quotidienne. Si les enfants n'ont pas eux-mêmes rencontré directement ces problèmes hors de l'école, ils pourront évoquer ces situations et se donneront ainsi une connaissance plus riche des « mathématiques du quotidien ». Par exemple, au CM2, ils apprendront à résoudre des problèmes dits de pourcentage dès le milieu de l'année, bien avant de rencontrer une procédure experte, dans l'une des toutes dernières séquences. Quand, au collège, celle-ci sera enseignée explicitement, ils n'auront pas tout à découvrir d'un coup. Dans ces PAC, ils auront aussi l'occasion d'acquérir ou de mieux comprendre des expressions spécifiques des énoncés mathématiques, comme *« 4 fois moins que… »*, *« le quart de la longueur »*, *« une réduction de 12 % »*, *« la vitesse moyenne »*, *« une approximation par défaut »*, etc.
2°) Donner l'occasion de réinvestir, dans la résolution de ces problèmes, les connaissances acquises au cours de la première sorte de séquences.
Pour les problèmes faciles (par exemple un retrait pour la soustraction ou un partage pour la division), ce réinvestissement se fera à peu près au même moment pour la plupart des élèves, tandis que, pour les problèmes plus difficiles, il se fera dans des temps très différents. C'est notamment le cas des problèmes où l'usage de l'opération arithmétique experte ne découle pas naturellement et immédiatement de la compréhension de la situation décrite dans l'énoncé. Par exemple, pour la soustraction, il en va ainsi des problèmes de recherche de la valeur d'un ajout : l'énoncé décrit une quantité qui s'accroit, mais il faut calculer une soustraction. De même pour la division, les problèmes de recherche du nombre de groupements réitérés (« division-quotition ») décrivent une quantité qui est réitérée, comme dans les problèmes de multiplication, mais il faut calculer une division. Un tel réinvestissement des connaissances arithmétiques ne va pas de soi (sur tous ces points, voir *Présentation*, chapitre 1).
Ainsi, dès le début de l'année, certains élèves réinvestiront l'opération, même pour résoudre les problèmes difficiles de division. Mais d'autres continueront à utiliser des encadrements par des multiples, des additions ou des soustractions réitérées, voire des schématisations, et il est très important d'autoriser ces différents modes de résolution (voir *Présentation*, chapitre 2) et de ne pas exiger d'emblée une résolution au niveau le plus expert. On notera tout aussi positivement une résolution par un schéma, par une addition réitérée ou par une multiplication à trou qu'une utilisation directe de la division.

Quelles activités dans les PAC ?

Dans chaque double page, trois types d'activités sont proposés à chaque fois :

Page de gauche	Page de droite
1. Évaluer trois résolutions différentes d'un même problème	2. Rechercher, dans une image ou un document, les informations pertinentes pour résoudre un problème
3. Résolution de problèmes variés	

• Dans le 1er type d'activité (en haut de la page de gauche), les élèves sont confrontés à un problème déjà résolu par trois enfants (Mélanie, Cécile et Sébastien), selon trois modalités différentes. Les élèves enrichissent ainsi leur répertoire de stratégies pour résoudre des problèmes : schématisations, résolutions aux deuxième et troisième niveaux (voir *Présentation*, chapitre 1).

Souvent, une ou deux résolutions sont erronées. Ils doivent donc analyser les trois résolutions pour déterminer lesquelles correspondent effectivement à la situation. Il leur est également demandé de justifier leur choix. C'est un moment important pour provoquer des discussions et amener les enfants à développer leur capacité à argumenter. Cette partie de la tâche est la plus difficile. Même quand l'erreur est repérée, il n'est pas possible d'exiger de tous les enfants des formulations écrites claires. Certains savent que telle solution est erronée parce qu'ils ont résolu le problème et ne trouvent pas la même réponse. Il leur est difficile de rentrer dans le raisonnement de l'enfant qui s'est trompé. D'autres pourront le faire, mais leurs formulations seront souvent maladroites ou imprécises. Il y a deux manières d'aider les enfants :

– leur permettre d'avoir des échanges oraux sur ces solutions ; on peut considérer que, dans les premiers temps, cette partie de la tâche commence collectivement ;

– pour aider à comprendre les erreurs proposées, on peut demander de chercher à quel problème pourrait correspondre la solution erronée, par exemple : la solution de Mélanie conviendrait si on cherchait…

Cette activité est aussi l'occasion de comprendre des expressions appartenant au langage des énoncés de problème comme « *une réduction de 25 € par étagère* », « *3 fois plus que* », « *la note moyenne* », etc.

• Dans le 2e type d'activité (en haut de la page de droite), les élèves doivent prélever dans une image ou un document les informations pertinentes pour résoudre un problème. C'est aussi l'occasion de fréquenter ou de découvrir divers types de représentations mathématiques ou techniques : horaires, fiches de constructions géométriques, dessins à une échelle 1/*n*, tableaux de proportionnalité, etc. À plusieurs reprises, ils doivent également chercher quel énoncé correspond à une suite d'opérations.

• Dans le 3e type d'activité (en bas des deux pages), il faut résoudre des problèmes énoncés de manière classique. Comme ces problèmes sont variés, les élèves doivent à chaque fois élaborer la solution à partir d'un effort de compréhension de l'énoncé. Il leur est laissé une totale liberté pour choisir leur stratégie pour chaque problème.

Comment animer les PAC ?

À terme, dans un PAC, les élèves doivent pouvoir travailler de manière autonome sur leur livre et sur un cahier personnel réservé à la résolution de problèmes (qui leur sera donné dès le premier PAC). Le fait que les trois mêmes types d'activités reviennent dans chaque double page favorisera une autonomie progressive des élèves. Ces activités sont déjà familières aux élèves qui ont utilisé *J'apprends les maths CM1*. Ils seront donc rapidement autonomes. Les autres auront besoin d'un guidage lors des premières séquences, après lesquelles ils sauront quel travail il faut faire dans chaque type d'activité. Progressivement, eux aussi deviendront autonomes. Cela signifie-t-il que l'enseignant devra, à ce moment, s'abstenir d'intervenir ?

Trois modes d'intervention resteront utiles :

1°) Au cours de l'activité, son intervention se fera « à la demande » pour aider individuellement tels élèves (en particulier les faibles lecteurs) à comprendre tel énoncé, ou tel document, voire collectivement lorsqu'une difficulté de compréhension se manifeste pour une majorité d'élèves. Le plaisir de chercher par soi-même ne doit pas être gâché par une intervention trop présente de l'enseignant, ni par des difficultés qui paraissent à tel moment insurmontables aux enfants et sont susceptibles de les décourager.

2°) Au cours de l'activité encore, l'enseignant pourra aider individuellement les élèves à progresser dans la mise en œuvre des procédures de résolution. Il est essentiel de distinguer deux types d'intervention :

a) l'enfant a déjà résolu le problème, par un schéma par exemple ; si l'enseignant juge que l'enfant en est capable, il pourra solliciter la production d'une égalité ; cette égalité n'utilisera pas nécessairement l'opération la plus experte ; en tout cas, ce n'est pas la même chose que de demander une résolution directe par une égalité ;

b) l'enseignant prend le risque d'interrompre le raisonnement d'un enfant qui s'engage dans une schématisation parce qu'il le juge capable de résoudre ce problème à un niveau de procédure plus élaboré (par une opération, par exemple). Ce n'est qu'avec précaution qu'on interviendra de cette manière (*cf. Présentation*, chapitre 2).

3°) À la fin de l'activité, l'enseignant organisera une mise en commun sur 2 ou 3 problèmes qu'il choisit en fonction de ce qu'il a observé durant l'activité : tel problème est globalement réussi, mais la diversité des procédures utilisées par les élèves alimentera l'échange ; pour tel problème, quelques élèves ont fait un contresens sur l'énoncé et il est utile de reprendre ce problème collectivement ; tel problème était la première occasion de réinvestir un savoir-faire construit dans le premier type de séquence et les travaux de nombreux élèves manifestent cette compréhension. La mise en commun joue un rôle important dans l'apprentissage parce qu'elle permet de comparer les différentes stratégies utilisées pour chaque problème et de valider les solutions. On permet ainsi aux enfants d'analyser ce que ces stratégies ont de commun et d'établir des ponts entre elles. Là encore, on se gardera de trop valoriser l'emploi des procédures les plus élaborées et notamment le fait d'avoir trouvé « la bonne opération ».

Quelle évaluation ?

Il convient de distinguer l'évaluation que l'enseignant fait, pour son propre compte, du progrès de chaque élève, et l'image qu'il lui renvoie de son travail et qui peut prendre, par ex., la forme d'une note, notamment lors des bilans.

Quant au premier type d'évaluation, l'enseignant est évidemment attentif à la façon dont l'enfant résout les problèmes,

particulièrement les problèmes difficiles : entre-t-il dans la résolution en cherchant d'abord à comprendre l'énoncé, a-t-il besoin de recourir à des schématisations (1er niveau), à des opérations qui simulent la situation (2e niveau) ou bien accède-t-il d'emblée à la résolution experte (3e niveau) ? Y a-t-il des signes qui permettent d'attendre des progrès prochains ?
Quant au second type d'évaluation, rappelons que nous recommandons de noter tout aussi positivement une résolution par un schéma qu'une autre où l'enfant a utilisé une écriture arithmétique. Il est trop tôt, même à ce niveau de la scolarité, pour être normatif quant aux procédures de résolution adoptées par les élèves.

Faut-il encourager les élèves à utiliser la calculette ?

Avec *J'apprends les maths CM2*, les élèves utilisent la calculette lors de l'introduction des écritures « avec virgule » des nombres décimaux (sq 56-57 et 59). Plus tard, à partir de la sq 80 (divisions « poussées après la virgule »), nous recommandons aux enseignants de faire vérifier les résultats des divisions sur la calculette plutôt que d'engager les élèves à calculer la preuve de chaque opération. Il est donc clair que cet instrument est susceptible de constituer un support d'apprentissage ou une aide à celui-ci.
Mais nous voudrions ici mettre en garde l'enseignant contre un usage imprudent de la calculette, particulièrement dans la résolution de problèmes.
Et ses inconvénients sont peut-être plus importants encore à ce niveau de la scolarité.

Considérons par ex. le problème 1 de l'activité 2, sq 35 : *On a agrandi un stade pour y mettre 2 600 places supplémentaires. Maintenant il y a 10 000 places. Combien y avait-il de places avant les travaux ?*
L'enfant qui veut résoudre ce problème avec la calculette est obligé de se demander : « Quelle opération faut-il faire ? Sur quelle touche faut-il appuyer, la +, la –, la ×, la ÷ ? ». Cet instrument exige de lui qu'il fonctionne au niveau le plus expert, au 3e niveau (voir *Présentation*, chapitre 1). Or, s'il raisonne ainsi : « *On a ajouté des places, il y en a plus, c'est donc une addition* », il est conduit à une erreur qu'il risque de ne pas pouvoir interpréter. La calculette lui interdit des stratégies plus accessibles comme une schématisation ou une addition à trou. Utilisée ainsi, elle joue le même rôle que le geste pédagogique dont nous avons montré, dans la *Présentation* (chapitre 2), les effets néfastes sur l'apprentissage de la résolution de problèmes.
Certains disent aussi qu'en laissant les enfants utiliser la calculette, on leur permet d'éviter une « surcharge cognitive » qui expliquerait un grand nombre d'erreurs. C'est penser que, dans la résolution d'un problème numérique, la représentation de la situation, la catégorisation (c'est un problème du même type que…) et le calcul s'enchainent sans interagir, de façon « modulaire ». C'est penser qu'il ne peut y avoir d'interaction entre l'économie de la représentation et celle du calcul. Or nous avons montré, dans les chapitres 2 à 4 de la *Présentation*, que cette interaction pouvait constituer un facteur d'apprentissage.

Matériel disponible en fin d'ouvrage

À partir de la page 214, on trouve le jeu du mémotable (planches à reproduire et règle du jeu).

Il arrive que des parents préparent les bilans avec leur enfant à la maison, et ceux-ci ne permettent plus alors d'apprécier ses compétences. Nous avons donc inclus à la fin du Guide pédagogique, p. 216 à 223, 8 pages-bilan de substitution que l'enseignant peut photocopier pour les utiliser à la place de celles du manuel.

D'autres activités complémentaires se trouvent sur le site www.japprendslesmaths.fr.