

Christian Henaff

Conseiller pédagogique

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

CM1

Apprendre à comprendre
les situations mathématiques

RETZ

www.editions-retz.com

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

© Retz 2015
ISBN : 978-2-7256-3348-0



Les reproductions d'extraits de cette publication sont autorisées dans les conditions du contrat signé entre le ministère de l'Éducation nationale et le CFC (Centre d'exploitation du droit de copie). Dans ce cadre, il est important que vous déclariez au CFC les copies que vous réalisez, lorsque votre école est sollicitée pour l'enquête sur les photocopies de publications.

Au nom de nos auteurs et de notre maison, nous vous remercions d'avance.

Sommaire

Préface	p. 7
Préambule	p. 8
Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008	p. 9
Résoudre des problèmes à une opération	p. 11
1. Quelles sont les tâches à accomplir ?	p. 11
2. Comment identifier la bonne opération ?	p. 11
Les caractéristiques de chaque catégorie de problèmes	p. 11
Le choix de la bonne opération	p. 13
3. Quel objectif fixer pour le CM1 ?	p. 14
4. Quelle progression suivre au CM1 ?	p. 14
Résoudre des problèmes à étapes	p. 15
1. Qu'est-ce qu'un problème à étapes ?	p. 15
2. Quels sont les apprentissages à programmer ?	p. 15
3. Quelles difficultés les élèves rencontrent-ils ?	p. 16
La sélection des informations contenues dans l'énoncé	p. 16
L'utilisation des informations construites dans les questions intermédiaires	p. 16
L'identification des questions intermédiaires	p. 17
La présentation de la solution	p. 18
4. Quelle progression suivre au CM1 ?	p. 18
Comprendre les énoncés de problèmes	p. 19
1. Que signifie « comprendre un énoncé » ?	p. 19
2. Pourquoi faut-il faire mémoriser la question ?	p. 20
3. Comment faire reformuler le problème ?	p. 20
4. Comment enseigner le traitement des informations ?	p. 20
5. Comment enseigner la lecture des énoncés ?	p. 21
6. Doit-on apprendre à trier les informations utiles et inutiles ?	p. 22

7. Faut-il enseigner des mots-clés ?	p. 22
8. Comment enseigner la résolution de problèmes présentés avec tableaux, graphiques ou histogrammes ?	p. 23
Produire le résultat exact par le calcul	p. 24
Rédiger et présenter la réponse	p. 25
Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 26
1. Qu'est-ce qu'un problème de proportionnalité ?	p. 26
2. Quelles sont les procédures de résolution des problèmes de proportionnalité ? .	p. 26
3. Quel objectif fixer pour le CM1 ?	p. 27
4. Quelles sont les difficultés rencontrées par les élèves de CM1 ?	p. 28
5. Quels problèmes de proportionnalité donner au CM1 ?	p. 29
6. Quelle progression suivre au CM1 ?	p. 29
Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures	p. 30
1. Que disent les programmes de 2008 ?	p. 30
2. Pourquoi faut-il étudier spécifiquement les problèmes de grandeurs et mesures ?	p. 30
3. Que faut-il étudier au CM1 ?	p. 31
4. Comment rédiger la solution d'un problème de grandeurs et mesures ?	p. 31
Résoudre des problèmes de recherche	p. 34
1. Quelle est la place des problèmes de recherche dans les programmes de 2008 ?	p. 34
2. Quels sont les objectifs de la pratique ?	p. 34
3. Comment mettre en œuvre les séances ?	p. 35
4. Quelle progression proposer ?	p. 35
5. Comment évaluer la résolution des problèmes de recherche ?	p. 36
Les outils pour la classe	p. 36
Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages	p. 37

Annexes	p. 39
Annexe 1 – Programmation des apprentissages	p. 39
Annexe 2 – Catégorisation des problèmes	p. 40
Annexe 3 – Tableau récapitulatif des séquences et des outils	p. 44

Les séquences didactiques	p. 47
--	-------

Période 1

Séquence 1 Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Séance 1A	Les problèmes d'augmentation et de diminution	p. 48
Séance 1B	Les problèmes de comparaison	p. 51
Séance 1C	Le choix entre addition et soustraction – Entraînement	p. 55

Séquence 2 Résoudre des problèmes de multiplication et de division

Séance 2A	Les problèmes de groupement et de partage (1)	p. 58
Séance 2B	Les problèmes de groupement et de partage (2)	p. 62
Séance 2C	Le choix entre multiplication et division – Entraînement	p. 64

Période 2

Séquence 3 Résoudre des problèmes à une étape

Séance 3A	Le choix entre les quatre opérations – Entraînement	p. 69
-----------	---	-------

Séquence 4 Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

Séance 4A	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (1)	p. 72
Séance 4B	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (2)	p. 77
Séance 4C	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (3)	p. 80
Séance 4D	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires (4)	p. 83

Séquence 5 Évaluation

Séance 5A	Évaluation des apprentissages menés en périodes 1 et 2	p. 88
-----------	--	-------

Période 3

Séquence 6 Résoudre des problèmes de recherche

Séance 6A	Les problèmes à essais (1)	p. 91
Séance 6B	Les problèmes à essais (2)	p. 93

Séance 6C	Les problèmes à essais (3)	p. 96
Séance 6D	Les problèmes à essais (4)	p. 98
Séquence 7	Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 101
Séance 7A	Les tableaux de proportionnalité (1)	p. 102
Séance 7B	Les tableaux de proportionnalité (2)	p. 105

Période 4

Séquence 8	Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures	p. 109
Séance 8A	Les longueurs et les distances	p. 110
Séance 8B	Les masses et les contenances	p. 113
Séance 8C	Les aires (1)	p. 116
Séance 8D	Les aires (2)	p. 119
Séance 8E	Les durées	p. 123
Séance 8F	Les grandeurs et mesures – Entraînement	p. 127

Période 5

Séquence 9	Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 130
Séance 9A	Les tableaux de proportionnalité (3)	p. 131
Séance 9B	Les tableaux de proportionnalité (4)	p. 134
Séquence 10	Résoudre des problèmes avec tableaux ou graphiques	p. 139
Séance 10A	Les tableaux	p. 140
Séance 10B	Les graphiques et les histogrammes	p. 143
Séquence 11	Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 148
Séance 11A	Les problèmes à deux étapes sans question intermédiaire (1)	p. 149
Séance 11B	Les problèmes à deux étapes sans question intermédiaire (2)	p. 152
Séquence 12	Évaluation	p. 156
Séance 12A	Évaluation des apprentissages menés en CM1	p. 157

Contenu du CD-Rom	p. 160
--------------------------------	--------

Présentation du CD-Rom	p. 164
-------------------------------------	--------

Préface

Les mathématiques constituent l'une des bases fondamentales de l'enseignement à l'école primaire. Plus encore que pour les autres disciplines, elles ont besoin d'être enseignées de manière progressive et cohérente, de la petite section au CM2.

Construire l'activité mathématique de chaque élève et différencier en tenant compte des éléments de progressivité sont les objectifs que tout enseignant doit se donner aujourd'hui, mais ceux-ci ne se réalisent pas aisément.

L'ouvrage rédigé par Christian Henaff est le fruit d'une large expérience conduite dans les classes, riche, variée, au contact du terrain. Grâce à son expertise pointue, il fournit la pièce maîtresse pour étayer les pratiques quotidiennes des enseignants. Clarté didactique et rigueur dans la mise en œuvre en sont les maîtres mots.

Ayant le souci d'explicitier ses choix, de décrire clairement sa démarche afin de pouvoir la communiquer, la lecture de cet ouvrage permet à l'enseignant de se doter d'une méthodologie rigoureuse pour amener chaque élève à construire et à s'approprier démarches et savoirs nécessaires à la résolution de problèmes.

À travers une base théorique solide et une démarche adaptée, cet ouvrage explicite la mise en œuvre de situations d'apprentissage structurées et structurantes, au service de tous les élèves.

Maryse Lacombe, IEN (circonscription de Tulle-Nord / ASH)

Préambule

La résolution de problèmes est un domaine de réinvestissement de savoir-faire. Elle éclaire donc sur la capacité des élèves à mettre en œuvre ce qu'ils ont appris par ailleurs, ce qui lui confère une importance incontestable.

Au cycle des approfondissements, de nombreux élèves y sont en échec de façon répétée car ils se perdent dans la globalité de l'activité. Pour certains, c'est la compréhension des énoncés qui semble faire obstacle, pour d'autres, c'est le sens des opérations. Presque tous ont un point commun : ils manquent de méthodes pour aborder un problème.

La pratique de l'activité, même régulière, ne suffit pas à combler ce déficit car tous les élèves ne sont pas en mesure de tisser par eux-mêmes le réseau des compétences à mobiliser.

La résolution de problèmes constitue donc un domaine d'enseignement à part entière, avec une logique de progression dans les enseignements et des objectifs intermédiaires à atteindre.

Ce guide pédagogique a pour vocation de présenter des outils qui sont l'émanation de choix pédagogiques et didactiques.

Choix didactiques et pédagogiques

- **Enseigner à partir d'une progression identifiant et articulant tous les apprentissages** afin d'éclairer la tâche de l'élève. Celui-ci doit pouvoir repérer chacune des acquisitions à effectuer, mais aussi la logique de progression des apprentissages.
- **Enseigner une méthodologie de résolution** pour apporter à chaque élève les moyens d'organiser son travail grâce à des savoir-faire solidement installés.
- **Programmer ces apprentissages dans le temps afin de tous les mener à bien**, en attribuant à chaque apprentissage le nombre de séances nécessaires et en coordonnant l'ensemble du parcours.
- **Enseigner au rythme d'une séance hebdomadaire**, et donc accorder au domaine la place qui lui revient, la fréquence et la régularité de la pratique étant des facteurs importants de réussite.
- **Enseigner en s'appuyant sur des temps collectifs pour modéliser, synthétiser ou rappeler**, c'est-à-dire en favorisant les interactions lors de temps d'apprentissage ritualisés.
- **Enseigner en utilisant des supports collectifs** pour permettre à chaque élève de disposer de repères visuels lors des phases collectives.
- **Enseigner puis entraîner pour automatiser** afin de donner à chaque élève les moyens de gravir les échelons de la difficulté, grâce à la maîtrise des fondamentaux.
- **Mesurer avec précision l'évolution des compétences des élèves** en évaluant les apprentissages par l'observation et l'étayage de l'activité des élèves lors de chaque séance, mais aussi lors de bilans fournissant aux enseignants matière à une analyse fine et objective des résultats.

Avant d'exposer nos conceptions et nos outils, nous tenons aussi à rappeler que la qualité de la mise en œuvre des séances et de l'analyse des productions des élèves tient une place déterminante dans la réussite du projet d'enseignement.

La mise en œuvre doit s'effectuer dans des conditions favorisant les apprentissages. L'attention, l'écoute et l'implication des élèves, le respect du contrat didactique en sont des paramètres.

L'enseignant joue un rôle essentiel, tantôt animant ou régulant le groupe, tantôt étayant l'activité d'un élève. Il guide sur le chemin des apprentissages et croit en les possibilités de chacun, même si parfois ce regard positif peut être temporairement mis à mal par la difficulté.

L'analyse des productions éclaire l'enseignant sur l'état des apprentissages. Par voie de conséquence, elle doit aussi permettre à l'élève de se situer. Cette analyse prend appui en particulier sur les compétences spécifiques au domaine et acquises par des lectures « professionnelles », des participations à des formations ou des échanges entre enseignants.

Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008

Les programmes du cycle des approfondissements s'appliquant à un ensemble de trois années, il faut donc aller dans les progressions pour trouver les compétences qui devront être maîtrisées à l'issue du CM1¹.

	Résolution de problèmes	Nombres et calcul*
GS	Résoudre des problèmes portant sur les quantités.	—
CP	Résoudre des problèmes simples à une opération.	Calculer mentalement ou en ligne des sommes, des différences et des opérations à trous.
CE1	<ul style="list-style-type: none"> – Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication. – Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements. – Résoudre des problèmes de longueur et de masse. – Organiser les informations d'un énoncé. – Utiliser un tableau, un graphique. 	<ul style="list-style-type: none"> – Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. – Connaître et utiliser une technique opératoire de la multiplication par un nombre à un chiffre. – Diviser par 2 ou par 5 des nombres inférieurs à 100 (quotients entiers).
CE2	<ul style="list-style-type: none"> – Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations. – Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs. – Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution. – Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement de données. 	<ul style="list-style-type: none"> – Effectuer un calcul posé (addition, soustraction et multiplication). – Connaître une technique opératoire de la division.
CM1	Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes.	<ul style="list-style-type: none"> – Addition et soustraction de deux nombres décimaux. – Multiplication d'un décimal par un entier. – Division euclidienne de deux entiers. – Division décimale de deux entiers.
CM2	Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.	<ul style="list-style-type: none"> – Addition, soustraction et multiplication de deux nombres entiers ou décimaux. – Division d'un nombre décimal par un nombre entier.

* Le domaine *Résolution de problèmes* doit être traité en cohérence avec le domaine *Nombres et calcul* puisque c'est ce dernier qui rythme les apprentissages spécifiques des opérations.

À la lecture de ce tableau, on peut constater que les apprentissages à mener au CE2 s'intègrent dans une progression qui démarre à la grande section de l'école maternelle pour se poursuivre jusqu'au CM2. Prendre connaissance de l'ensemble des programmes permet de situer le CE2 dans le parcours des apprentissages.

L'enseignement de la résolution de problèmes débute en **grande section**, sans que des compétences en calcul soient mobilisées. On précisera que les problèmes portent alors sur des situations de comparaison, d'augmentation, de diminution, de distribution ou de partages, c'est-à-dire sur des situations relevant des quatre opérations. S'il est écrit dans les programmes que « *les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul* », c'est par la manipulation, ou plus exactement par simulation du réel, que les élèves résolvent les problèmes de partage par exemple.

Au CP et dans la continuité, ce sont les problèmes à une opération qui sont au programme, avec utilisation des calculs additifs et soustractifs pour les problèmes qui le permettent.

1. Voir *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? Les nouveaux programmes 2008-2009*, Paris, CNDP/XO Éditions, 2008, pp. 99-100 et pp. 112-116.

Au CE1, les élèves s'approprient peu à peu les connaissances et les savoir-faire qui leur permettent en fin d'année de résoudre les problèmes à une opération par la procédure experte, à l'exception des problèmes de division, pour lesquels ils utilisent une procédure numérique faisant appel aux trois opérations maîtrisées.

Au CE2, les élèves étudient les dernières familles de problèmes d'addition et de soustraction. Ils consolident aussi leurs techniques de calcul. À la fin de l'année, ils savent résoudre les problèmes à une opération.

C'est un parcours d'apprentissages prenant appui sur la simulation du réel, puis intégrant peu à peu les nombres et le calcul pour résoudre les problèmes qu'ont vécu les élèves à leur entrée au CM1.

Dans les programmes, il est écrit : « La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement². »

Dans le domaine *Nombres et calcul/Résolution de problèmes*, au CM1, la nouveauté concerne la résolution des problèmes à étapes.

On peut aussi lire :

– Dans le domaine *Grandeurs et mesures* : « La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et à leur donner sens. À cette occasion des estimations de mesure peuvent être fournies puis validées³. »

– Dans le domaine *Organisation et gestion de données* : « Les capacités d'organisation et de gestion des données se développent par la résolution de problèmes de la vie courante ou tirés d'autres enseignements. Il s'agit d'apprendre progressivement à trier des données, à les classer, à lire ou à produire des tableaux, des graphiques et à les analyser.

La proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures (en particulier celle dite de la "règle de trois") sont utilisées⁴. »

Dans les éléments de progression, on trouve pour le niveau CM1 :

- Dans le domaine *Grandeurs et mesures* :
 - « Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions⁵. »
- Dans le domaine *Organisation et gestion de données* :
 - « Construire un tableau ou un graphique.
 - Interpréter un tableau ou un graphique. [...]
 - Utiliser un tableau ou la "règle de trois" dans des situations très simples de proportionnalité⁶. »

Pour synthétiser, au CM1, il faut :

- **consolider la résolution des problèmes à une étape ;**
- **apprendre à résoudre des problèmes à plusieurs étapes.**

Sans oublier l'apprentissage de la résolution des problèmes de proportionnalité et de mesure d'aires, ainsi que l'introduction des conversions liées à l'utilisation des nombres décimaux, l'utilisation de tableaux, graphiques et autres histogrammes.

Le programme est donc chargé et varié.

2. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? op. cit.*, p. 66.

3. *Ibid.*, p. 68.

4. *Idem.*

5. *Ibid.*, p. 116.

6. *Idem.*

Résoudre des problèmes à une opération

C'est dans les programmes de CE2 que figure la compétence **Savoir résoudre les problèmes à une opération**.

Faut-il pour autant concevoir une programmation pour le CM1 excluant une phase de consolidation de cette compétence ? Non, car pour de nombreux élèves, cette compétence n'est pas encore acquise en début d'année. Or, de sa maîtrise dépend la capacité à résoudre les problèmes à plusieurs étapes qui constituent l'un des objectifs clés du CM1.

1. Quelles sont les tâches à accomplir ?

Pour bien comprendre ce que veut dire « résoudre un problème à une étape », prenons un exemple.

Exemple :

Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Charlotte a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Lucas, son partenaire d'entraînement, et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. *Combien Lucas a-t-il marqué de points ?*

La résolution (écrite) de ce problème comporte quatre tâches :

- la lecture de l'énoncé ;
- l'identification de l'opération qui permet de répondre à la question ;
- le calcul du résultat ;
- la rédaction de la réponse.

Nous allons traiter dans un premier temps de l'identification de l'opération.

2. Comment identifier la bonne opération ?

Identifier la bonne opération, c'est savoir choisir l'outil mathématique approprié pour répondre à la question posée dans l'énoncé. Pour cela, il faut disposer de règles de choix simples et applicables à tous les problèmes, donc connaître les caractéristiques communes à tous les problèmes relevant d'une opération.

Les caractéristiques de chaque catégorie de problèmes

Les problèmes d'addition

Cinq familles composent cette catégorie. (Voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Dans ces problèmes, il faut chercher combien ça fait en tout, ou combien il y avait avant, ou bien encore la valeur d'une collection ou d'une mesure dans un problème de comparaison.

Ce qui est commun à tous les problèmes d'addition, c'est que le nombre à trouver est plus grand que le nombre donné au départ.

Les problèmes de soustraction

Neuf familles composent cette catégorie. (Voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Dans ces problèmes, il faut chercher combien il reste, ou la valeur d'une partie d'une collection, ou combien il y avait avant, ou bien encore la valeur d'une collection ou d'une mesure dans un problème de comparaison, etc.

On voit bien qu'il n'est pas pertinent de demander aux élèves de connaître toutes les familles.

Ce qui est commun à tous les problèmes de soustraction, c'est que le nombre à trouver est plus petit que le nombre donné au départ.

Les problèmes de multiplication

Les problèmes de multiplication sont le plus souvent issus de la réunion de collections équipotentes.

Exemple : Lucie a 4 paquets de 25 billes. *Combien Lucie a-t-elle de billes ?*

Mais la multiplication est aussi l'opération permettant de résoudre :

– les problèmes issus des situations rectangulaires.

Exemple : Corinne doit tracer un quadrillage de 8 carreaux de hauteur sur 6 carreaux de largeur.

Combien y aura-t-il de cases dans le quadrillage ?

Ces situations sont idéales pour mettre en évidence la commutativité de la multiplication ($6 \times 8 = 8 \times 6$), mais ne concernent que peu de problèmes.

– les problèmes de recherche du nombre de combinaisons possibles.

Exemple : Coco le clown possède 2 chapeaux (un noir, un rouge), 2 vestes (une jaune, une bleue) et 3 pantalons (un vert, un gris, un marron). *Combien de costumes différents Coco peut-il constituer ?*

Ce problème se résout par le produit cartésien ($2 \times 2 \times 3$) qui est au programme du collège.

Ce qui est commun à tous les problèmes de multiplication, c'est que « ça se répète » et que le nombre à trouver est plus grand que le nombre donné au départ.

Les problèmes de division

Les problèmes de groupement et de partage composent la famille des problèmes de division.

– Dans les problèmes de **partage**, on connaît la valeur du tout et le nombre de parts. Il faut chercher la valeur d'une part et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets identiques. *Combien Cécile doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet ?*

Réponse : $57 = (8 \times 7) + 1$

Elle peut mettre 7 roses dans chaque bouquet et il restera 1 rose.

– Dans les problèmes de **groupement**, on connaît la valeur du tout et celle d'une part. Il faut chercher le nombre de parts et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer des bouquets de 8 roses. *Combien Cécile peut-elle composer de bouquets ?*

Réponse : $57 = (8 \times 7) + 1$

Elle peut composer 7 bouquets de 8 roses et il restera 1 rose.

Ce qui est commun à tous les problèmes de division, c'est que « ça se répète » et que le nombre à trouver est plus petit que le nombre donné au départ.

REMARQUE

☐ **La division ne permet pas de traiter les partages non équitables et les groupements non équipotents.** ☐

Exemple de partage non résolu par la division : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets.

Combien Cécile doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet si elle veut utiliser toutes ses roses ?

Réponse possible : $57 = (6 \times 5) + (9 \times 3)$

Elle peut composer 5 bouquets de 6 roses et 3 bouquets de 9 roses.

Exemple de groupement non résolu par la division : La maîtresse demande aux 27 élèves de sa classe de former des groupes de 3, de 4 et de 5. *Combien y aura-t-il de groupes de chaque sorte ?* (problème à plusieurs solutions)

Réponse possible : $27 = (3 \times 3) + (4 \times 2) + (5 \times 2)$

Les élèves peuvent constituer 3 groupes de 3, 2 groupes de 4 et 2 groupes de 5. Il restera 0 élève.

Le choix de la bonne opération

L'expérience acquise en calcul permet d'observer les effets produits par les opérations. Ceux-ci peuvent être formulés ainsi.

Dans l'ensemble des nombres entiers, à l'exception des nombres 0 et 1 :

- Le résultat d'une addition est « plus grand » (supérieur à chacun des termes).
- Le résultat d'une soustraction est « plus petit » (inférieur au plus grand des termes).
- Le résultat d'une multiplication est « plus grand » (supérieur à chacun des termes).
- Le résultat d'une division est « plus petit » (inférieur au dividende).

REMARQUE

☐ Pour la multiplication et la division, ces règles ne sont pas applicables à tous les décimaux. ☐

Se poser la question « *Doit-on trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit ?* » permet de contrôler la pertinence du choix de l'opération.

Certains problèmes ont des spécificités qui permettent d'identifier facilement l'opération à utiliser.

C'est le cas par exemple de la recherche de ce qui reste dans une situation de diminution.

Exemple : Valentine avait 12 euros. Elle en a dépensé 7. *Combien lui reste-t-il ?*

L'utilisation de la soustraction va de soi.

Pour d'autres, l'identification de l'opération est rendue difficile par les ressemblances entre deux catégories.

• Certains problèmes d'addition peuvent être confondus avec des problèmes de soustraction.

Exemple : Camille a 32 billes dans sa trousse avant la récréation. Elle en a gagné 22 pendant la récréation. *Combien Camille avait-elle de billes ?*

On utilise la soustraction : $32 - 22$.

Ici, le verbe *gagner*, considéré par les élèves comme inducteur de l'utilisation de l'addition, est un « mot piège ».

Dans les problèmes de comparaison, il en va de même des expressions de plus et de moins (voir Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction, p. 40 et suiv.).

Nous voyons ici les liens avec la lecture des énoncés sur laquelle nous reviendrons dans une partie spécifique⁷ car elle doit faire l'objet d'un apprentissage construit.

• Certains problèmes de division sont traités comme des problèmes de multiplication.

Les problèmes de groupement sont fréquemment confondus par les élèves avec les problèmes de multiplication.

Il est vrai que, dans les deux cas, on réunit des collections équipotentes :

- pour *chercher le tout*, dans les problèmes de multiplication ;
- pour *chercher combien de fois...* dans les problèmes de groupement.

Les problèmes de partage sont plus facilement identifiables que les problèmes de groupement, notamment par la présence de « chaque » ou « chacun » dans la question (*On cherche combien pour chacun.*).

• L'addition est utilisée pour résoudre les problèmes de multiplication.

Les problèmes de multiplication sont des problèmes d'addition particuliers.

Parfois, les élèves continuent à utiliser l'addition pour les résoudre, ce qui s'avère peu pertinent lorsque les nombres sont grands.

De l'étude croisée de toutes les catégories de problèmes, on peut dégager ces principes essentiels.

Pour choisir la bonne opération :

1. Il faut avoir compris le texte et ne pas se laisser piéger par les mots-clés contenus dans l'énoncé.
2. Il faut aussi s'appuyer sur les caractéristiques de chaque catégorie et la connaissance des effets produits par les opérations.

7. Voir p. 21.

3. Quel objectif fixer pour le CM1 ?

Au CE1, les problèmes ont été catégorisés suivant le critère « Je cherche combien... ». À ce niveau, seuls les problèmes dits « manipulables » d'addition et de soustraction, les problèmes de multiplication, les groupements et les partages ont été étudiés⁸.

Au CE2, toutes les autres catégories de problèmes d'addition et de soustraction ont été explorées⁹ (cf. p. 9).

Au CM1, l'objectif est de rendre le choix de l'opération plus rapide, voire immédiat.

4. Quelle progression suivre au CM1 ?

L'objectif défini ci-dessus vise à la consolidation des apprentissages menés lors des années précédentes. Il faut donc réactiver les critères définis au CE2, puis entraîner les élèves à leur mise en application.

La programmation des séquences peut être organisée ainsi :

- 1. On fera résoudre des problèmes d'addition et de soustraction afin de consolider leur reconnaissance. En parallèle, on enseignera une méthodologie de résolution.**
- 2. On fera résoudre des problèmes de division, afin de favoriser l'appropriation de leurs caractéristiques. Puis, on confrontera ces problèmes avec les problèmes de multiplication.**
- 3. On entraînera les élèves au choix de la bonne opération parmi les quatre (*synthèse*). Pour cela, on utilisera l'outil suivant.**

Les problèmes d' addition	On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.
Les problèmes de soustraction	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.
Les problèmes de multiplication	On utilise la multiplication quand on doit trouver un nombre plus grand et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.
Les problèmes de division	On utilise la division quand on doit trouver un nombre plus petit et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.

8. Voir Christian Henaff, *Résoudre des problèmes au CE1*, Paris, Retz, 2013.

9. Voir Christian Henaff, *Résoudre des problèmes au CE2*, Paris, Retz, 2014.

Résoudre des problèmes de recherche

1. Quelle est la place des problèmes de recherche dans les programmes de 2008 ?

Nous pouvons relever la phrase suivante en introduction des programmes du cycle 3 pour le domaine Mathématiques : « *L'apprentissage des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.* »

Notre démarche d'enseignement de la résolution des problèmes à une opération vise à automatiser des procédures de résolution. Elle permet à l'élève de développer les savoirs et savoir-faire nécessaires à la résolution de problèmes de plus en plus difficiles. Mais elle ne suffit pas à développer le goût du raisonnement et de la recherche, et encore moins l'imagination. Il faut pour cela des problèmes d'une autre nature et d'un niveau de résistance plus élevé.

Les problèmes de recherche répondent à ces impératifs car ils mettent les élèves en situation d'être créatifs. Nous intégrerons donc une séquence de 4 séances de résolution de problèmes de recherche à la programmation annuelle.

Pour autant, il ne suffit pas de donner à résoudre des problèmes difficiles pour que par la grâce d'une réaction chimique bienvenue, tous les élèves deviennent créatifs et développent leur goût du raisonnement.

Nos choix didactiques et pédagogiques sont résolument guidés par la volonté de conduire les apprentissages qui permettent à chaque élève de tirer le meilleur parti de ses capacités. Pour que la résolution de problèmes de recherche soit bénéfique pour tous, nous ne pouvons pas nous contenter d'une pratique des élèves. Nous devons définir des objectifs spécifiques, proposer des mises en œuvre structurées, favorisant notamment les interactions entre élèves...

2. Quels sont les objectifs de la pratique ?

Les problèmes de recherche doivent être d'un niveau adapté aux compétences des élèves, tout en étant difficiles à résoudre. Pour autant, leur contenu mathématique ne donne pas matière à un nouvel apprentissage. Les objectifs visés sont donc d'ordre méthodologique.

- **Réinvestir des savoir-faire**, c'est-à-dire les mettre en œuvre sans demande explicite de la part de l'enseignant et sans que l'énoncé l'induisse :
 - choisir les outils mathématiques appropriés (opérations) ;
 - utiliser ses connaissances (les nombres) et ses savoir-faire (ranger des nombres ; effectuer un calcul...).
- **Mettre en œuvre une démarche** :
 - faire des essais prenant en compte la consigne ;
 - évaluer la pertinence d'un essai au regard du but à atteindre ;
 - tirer parti de ses essais (par le calcul).
- **Organiser sa recherche aux plans de la conception et de la communication** (la penser et l'écrire) :
 - concevoir une organisation de sa recherche avant ou pendant ;
 - écrire tous ses essais ou toutes les étapes de la démarche ;
 - les écrire en respectant le sens de la lecture.
- **Participer à des échanges visant à la résolution des problèmes** :
 - écouter et prendre en compte les propositions émises par un tiers ;
 - communiquer sa démarche et convaincre.

3. Comment mettre en œuvre les séances ?

Étudions les différents paramètres de la mise en œuvre d'une séance.

- **Le contrat didactique**

La résolution d'un problème de recherche est un obstacle à franchir, un obstacle difficile à franchir ! Mais l'enseignant fournit les atouts pour l'affronter. Pour cela, il choisit des problèmes motivants, que les élèves sont en capacité de résoudre. De plus, la mise en œuvre est conçue pour faciliter l'entrée dans l'activité et favoriser l'entraide.

Par conséquent, l'enseignant est en droit d'exiger de l'élève l'engagement de ses compétences, de sa persévérance et de sa volonté. En cela, la « feuille blanche » n'est acceptable qu'à titre exceptionnel. Bien évidemment, cette exigence n'a de sens que si l'enseignant évalue, encourage, aide à structurer la recherche.

- **Les supports de travail**

Les supports de travail sont choisis en fonction des besoins de la mise en commun.

Faire travailler sur un format A3 est une possibilité. Il faut alors exiger des élèves :

- qu'ils écrivent suffisamment gros pour que leur écrit soit lisible par tous lors de la mise en commun ;
- qu'ils organisent leurs recherches dans la page (de la gauche vers la droite ; du haut vers le bas) ;
- qu'ils évitent de surcharger leur production de ratures multiples (même si elles font partie du processus de recherche).

Si la classe est équipée d'un TBI et d'un visualiseur, le format A4 devient alors plus adapté puisque les productions pourront être projetées.

- **L'entrée dans l'activité**

L'énoncé du problème est projeté, affiché ou recopié au tableau. Il est lu collectivement, reformulé, voire expliqué si nécessaire.

Cette phase est importante dans la mesure où elle permet de s'assurer que l'élève a bien compris quel doit être l'objet de sa recherche.

- **La recherche**

La recherche peut être individuelle ou par groupes.

Elle est l'occasion de développer la capacité à prendre en compte le point de vue d'un tiers, à communiquer le sien pour convaincre. De ce fait, le dispositif de recherche par petits groupes (2 élèves ; 3 au maximum) qui favorise les échanges entre pairs et permet ainsi d'éviter les blocages liés à la difficulté, est de notre point de vue le plus adapté à l'atteinte des objectifs fixés.

La recherche peut être interrompue pour une nouvelle reformulation ou pour aider un groupe parti sur une mauvaise piste. On affiche alors la production et elle devient l'objet d'échanges entre tous les élèves.

- **La mise en commun**

La mise en commun permet la comparaison des procédures qui sont affichées.

On repère ainsi ce qui est commun et ce qui diffère aux plans de la démarche mise en œuvre et des résultats obtenus. On identifie ainsi une ou des procédures à valider.

La mise en commun ne consiste donc pas en une succession de présentations de procédures...

4. Quelle progression proposer ?

Les problèmes proposés aux élèves ne doivent pas seulement être motivants, ils doivent présenter un véritable intérêt au plan de la recherche, permettant notamment une première approche de notions mathématiques.

En choisissant des problèmes ayant des caractéristiques communes, on favorise le réinvestissement de stratégies, ce qui contribue à les consolider. Nous avons donc choisi de composer une séquence de quatre séances articulées autour d'un seul objectif : **Tirer parti de ses essais.**

Prenons l'exemple du problème ci-dessous pour l'expliquer :

L'âge des frères Dalton – Ensemble, les frères Dalton ont 158 ans. Leur mère leur a donné naissance à 5 ans d'intervalle à chaque fois. Averell est plus jeune que William, mais Joé est plus âgé que William. Joé est plus âgé que Jack, mais William est plus jeune que Jack.

Trouve l'âge de chacun des frères Dalton.

Certains élèves résolvent ce problème en trois essais, les deux premiers permettant « d'ajuster la flèche pour atteindre la cible ». Ce qui donne par exemple :

$$25 + 30 + 35 + 40 = 130$$

$$30 + 35 + 40 + 45 = 150$$

Ils constatent alors :

- qu'ajouter 5 à l'âge de chacun des frères a pour conséquence d'ajouter 20 au total ;
- que 150 est distant de 8 de la cible 158.

Ils en tirent parti :

- en « partageant les 8 » en 4 ($8 : 4 = 2$) ;
- en ajoutant 2 à l'âge de chacun des frères du deuxième essai.

Ils obtiennent $32 + 37 + 42 + 47 = 158$.

Mais la plupart des élèves se contentent d'avancer en direction de la cible, par ajout ou par retrait, sans anticipation par le calcul des effets produits par la modification.

Voilà un exemple de procédure d'un élève appartenant à cette catégorie :

$$25 + 30 + 35 + 40 = 130$$

$$30 + 35 + 40 + 45 = 150$$

150 étant inférieur à 158, il continue d'augmenter les âges, sans calculer l'écart à la cible.

$$35 + 40 + 45 + 50 = 170$$

Il constate alors qu'il a dépassé la cible 158.

Il en tire parti en enlevant n à l'âge de chacun des frères du deuxième essai.

$$33 + 38 + 43 + 48 = 162$$

Il finit ainsi par « tomber sur 158 ».

Dans cette seconde procédure, l'élève tire parti de ses essais, mais de façon très sommaire.

Il ne met pas en œuvre des savoir-faire pourtant maîtrisés (calculer la différence entre 150 et 158).

L'objectif de la séquence est donc de faire évoluer les stratégies des élèves, afin que la résolution du problème de recherche ne consiste pas à « tomber sur » la bonne réponse, mais à l'obtenir par la production d'un raisonnement.

5. Comment évaluer la résolution des problèmes de recherche ?

Une évaluation spécifique proposée à l'issue de la séquence de résolution de problèmes de recherche se ferait sur des critères d'ordre méthodologique. Nous en resterons à une évaluation continue, effectuée séance après séance.

Il sera également judicieux d'observer des évolutions concernant la résolution des problèmes classiques.

Les outils pour la classe

Les apprentissages sont organisés suivant :

- **Une progression et une programmation permettant :**
 - de prendre en compte tous les apprentissages à mener ;
 - de les coordonner entre eux, mais aussi avec les autres apprentissages mathématiques.
- **Un schéma unique de construction des séances :**
 - avec pour commencer un temps collectif de modélisation, de rappel ou de synthèse ;
 - puis un temps de travail individuel ou par groupes de résolution de problèmes.

Seules les séances d'évaluation dérogent à cette règle.

La programmation décline et positionne les apprentissages dans l'année scolaire.

Elle se compose d'un ensemble de 12 séquences (cf. sommaire, pp. 3 à 6) prenant en compte les contraintes liées aux apprentissages mathématiques non spécifiques au domaine de la résolution de problèmes (Numération et calcul).

Elle est aussi présentée dans un tableau (voir Annexe 1, p. 39 et suiv.), qui permet de visualiser leur chronologie et leur articulation.

Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages

Les 12 séquences représentent un total de 31 séances, réparties en 5 périodes, prévues pour une mise en œuvre effectuée au rythme d'une séance par semaine.

Chacune des séances est composée :

- d'une fiche pédagogique ;
- d'un affichage collectif ;
- d'une série de problèmes ;
- des corrigés des problèmes.

Voir aussi le tableau récapitulatif des outils, (voir Annexe 3, p. 44 et suiv.).

• Les fiches pédagogiques

Les fiches pédagogiques ont vocation à apporter les informations utiles aux enseignants. Chacune de ces fiches présente :

- l'objectif de la séance ;
- une aide à la mise en œuvre dont un des objectifs est d'éclairer l'enseignant sur le contenu de la séance ;
- le déroulement que nous conseillons ;
- les modalités de travail.

Période 1

Séquence 1

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Référence au socle commun :
« Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas¹. »

Compétences :
« Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations² (CE2) ».

- **Maîtriser le choix entre l'addition et la soustraction est important.**
La capacité à effectuer ce choix est essentielle car elle est sollicitée dans la plupart de problèmes. Une séquence spécifique consacrée à la consolidation de cette compétence de CE2 a toute sa place dans la programmation du CM1.
- **Il faut déconstruire certaines représentations erronées.**
S'ils n'ont pas étudié auparavant les différentes catégories de problèmes d'addition et de soustraction, de nombreux élèves, à l'entrée au CM1, utilisent mal les mots-clés pour choisir l'opération. Ils associent par exemple la présence de « gagner » à l'utilisation systématique de l'addition ou bien la présence de « de moins » à l'utilisation de la soustraction.
- **Il faut enseigner une règle simple permettant d'effectuer le choix entre l'addition et la soustraction.**
L'étude des différentes familles de problèmes a permis de dégager la règle suivante :
Pour résoudre les problèmes d'addition et de soustraction :
 - on utilise l'addition quand il faut trouver un nombre plus grand ;
 - on utilise la soustraction quand il faut trouver un nombre plus petit.
- **Il faut consolider la règle par un entraînement soutenu à son application.**
Au CM1, on ne fait pas construire la règle, on la réactive à partir de l'analyse d'exemples. Ensuite, l'entraînement proposé vise à rendre les élèves de plus en plus rapides et efficaces.

La progression est la suivante :

- Réactivation de la règle à partir d'exemples.
- Entraînement sur les problèmes d'addition et de diminution.
- Entraînement sur les problèmes de comparaison.
- Entraînement sur tous les types de problèmes d'addition et de soustraction.

• **La lecture des énoncés est au cœur de l'apprentissage du choix de l'opération.**
Les deux premières séances débutent par une phase collective, ce qui permet d'illustrer en contexte la méthodologie de lecture des énoncés ici enseignée.

1. Du « apprend-on à l'école élémentaire ? », op. cit., p. 89.
2. Ibid., p. 114.

47

Séquence 1 Séance 1A

Objectifs de la séquence

Résoudre des problèmes de diminution et d'augmentation.
Choisir entre addition et soustraction en suivant la règle : « On utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite. »

<p>Plan de la séquence</p> <ul style="list-style-type: none"> - Séance 1A : Les problèmes d'augmentation et de diminution - Séance 1B : Les problèmes de comparaison - Séance 1C : Le choix entre addition et soustraction - Entraînement 	<p>Matériel</p> <p>Affichages collectifs Pour chaque séance, une présentation PDF.</p> <p>Fiches individuelles pour les élèves Pour chaque séance : - une fiche contenant des exemples, des rappels des règles à retenir et des problèmes à effectuer ; - une fiche donnant les corrigés des problèmes.</p>
---	--

Les problèmes d'augmentation et de diminution **Séance 1A**
50 min

Objectifs Résoudre des problèmes de diminution et d'augmentation. Choisir entre addition et soustraction en suivant la règle : « On utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite. »

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

- Présentation de la séance**
 - Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée aux problèmes d'addition et de soustraction.
 - Préciser que seront traités les problèmes d'augmentation et de diminution.
- Réactivation collective de la règle de choix entre addition et soustraction**
 - Présenter la diapositive 2 de l'affichage collectif 1B.
 - C'est l'exemple 1. Faire lire le problème.

Exemple 1 :



diapositive 2

Ne rien distribuer dans un premier temps.
Les termes seront illustrés par les 3 exemples de la phase collective (ci-dessous).

Affichage collectif 1A

L'exemple 1 est un problème d'augmentation qu'on résout avec la soustraction. La résolution collective de ce problème vise à mettre en évidence la nécessité de se poser « la bonne question » pour ne pas tomber dans la piège tendu par certains mots repères.

44

• Les supports collectifs

Chaque séance doit poursuivre un objectif lisible par les élèves. Si c'est une séance d'apprentissage, ce dernier doit être explicité. Si c'est une séance d'entraînement, elle doit commencer par un rappel de ce qui va être mis en jeu.

Un temps collectif est donc prévu systématiquement en début de séance. Il permet de construire, de modéliser, de rappeler, ce qui sera ensuite utilisé.

Pour mener avec efficacité ces temps, il faut un support d'affichage permettant à tous les élèves de visualiser et donc d'échanger avec plus de facilité.

Ces supports sont prévus en format PDF, pour les temps de construction, de modélisation ou de rappel.

Séquence 10 / Résoudre des problèmes particuliers - Les polygones et les triangles

Période 5
Séance 10B

Problème 1
Éva a participé à une randonnée. Elle a marché ; elle a couru à certains moments ; elle a aussi fait une pause.

Heure	Distance (km)
8h	0
8h30	5
9h	10
10h	15
10h30	15
11h	20
11h30	25
12h	30
12h30	35
13h	40

2

Séquence 10 / Résoudre des problèmes particuliers - Les polygones et les triangles

Période 5
Séance 10B

Utilise le graphique pour répondre aux questions suivantes.

- 1) Quelle distance Éva a-t-elle parcourue au total ?
- 2) À quelle heure est-elle arrivée ?
- 3) Combien de kilomètres a-t-elle effectués entre 11 heures 30 et 12 heures ?
- 4) Éva a fait une pause à 10 h 30. À quelle heure est-elle repartie ?
- 5) Combien de temps lui a-t-il fallu pour effectuer les 10 premiers kilomètres ?

3

• Les fiches de problèmes ou fiches élèves individuelles

Les fiches de problèmes sont constituées :

- d'un rappel du savoir ou du savoir-faire enseigné et mis en jeu dans les problèmes (cette trace écrite peut être utilisée en autonomie par les élèves lorsqu'ils rencontrent un obstacle, mais aussi avec l'enseignant lorsqu'il apporte son étayage au travail d'un élève) ;
- d'une série de problèmes composée d'un tronc commun, c'est-à-dire le contrat prévu pour tous les élèves, et de problèmes supplémentaires, prévus à destination des élèves les plus rapides (le plus souvent, les problèmes supplémentaires poursuivent l'entraînement ; parfois, ils permettent d'aller plus loin).

Fiche élève

Séquence 7 / Résoudre des problèmes de proportionnalité - Les tableaux de proportionnalité (I)

Période 3
Séance 7B

Nom : Date :

Pour résoudre le problème 1, complète le tableau. Réponds aux questions sur ton cahier.

Problème 1
Pour faire des travaux, Loulou prépare du béton. Pour cela, il mélange du ciment, du sable et du gravier. Il doit respecter les proportions suivantes : **pour 2 pelles de sable, il faut 1 pelle de ciment et 3 pelles de gravier.**

- 1) Combien faut-il de pelles de ciment pour 150 pelles de sable ?
- 2) Combien faut-il de pelles de gravier pour 300 pelles de sable ?

Nombre de pelles de...		
sable	ciment	gravier
2		
4		
8		
10		
50		
100		
150		
300		

À retenir...
La situation du problème 1 est une situation de proportionnalité.
Pour effectuer les calculs, on a utilisé un tableau de proportionnalité.

Complète les tableaux et réponds aux questions sur ton cahier.

2 • Une fleuriste prépare des bouquets de 5 tulipes. Elle vendra chaque bouquet 2 euros.

- 1) Combien peut-elle faire de bouquets avec 125 tulipes ?
- 2) Quelle somme pourra-t-elle rapporter la vente de 125 tulipes ?

Nombre de tulipes	Nombre de bouquets	Somme gagnée (en euros)
5		
10	1	2
15		
20		
25		
50		
75		
100		
125		

1

Corrigés

Séquence 7 / Résoudre des problèmes de proportionnalité - Les tableaux de proportionnalité (II)

Période 3
Séance 7B

Corrigés

Problème 1 :

Nombre de pelles de...		
sable	ciment	gravier
2	1	3
4	2	6
8	4	12
10	5	15
50	25	75
100	50	150
150	75	225
300	150	450

1) Réponse : 75 pelles de ciment
2) Réponse : 450 pelles de gravier

Problème 2 :

Nombre de tulipes	Nombre de bouquets	Somme gagnée (en euros)
5	1	2
10	2	4
15	3	6
20	4	8
25	5	10
50	10	20
75	15	30
100	20	40
125	25	50

1) Réponse : 25 bouquets
2) Réponse : 50 euros

• Les posters

Les posters¹² se substituent aux affichages collectifs pour les classes ne disposant ni d'un tableau interactif, ni d'un vidéoprojecteur. Ils ne peuvent pas les remplacer complètement, le nombre de « pages » étant forcément limité. Ils permettent de :

- présenter et conserver en mémoire une trace écrite (posters 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 15, 16, 17, 18) ;
- présenter un exemple (posters 8, 13, 14, 19, 20, 21, 22, 23, 24) ;
- lire collectivement un énoncé (posters 9, 10, 11, 12).

12. Les posters ne sont pas disponibles dans le CD-Rom mais sont proposés à part, sous le titre *Résoudre des problèmes CM1 - Posters*.

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Référence au socle commun :

« Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas¹. »

Compétences :

« Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations² (CE2). »

• Maîtriser le choix entre l'addition et la soustraction est important.

La capacité à effectuer ce choix est essentielle car elle est sollicitée dans la plupart des problèmes. Une séquence spécifique consacrée à la consolidation de cette compétence de CE2 a toute sa place dans la programmation du CM1.

• Il faut déconstruire certaines représentations erronées.

S'ils n'ont pas étudié auparavant les différentes catégories de problèmes d'addition et de soustraction, de nombreux élèves, à l'entrée au CM1, utilisent mal les mots-clés pour choisir l'opération. Ils associent par exemple la présence de « *gagner* » à l'utilisation systématique de l'addition ou bien la présence de « *de moins* » à l'utilisation de la soustraction.

• Il faut enseigner une règle simple permettant d'effectuer le choix entre l'addition et la soustraction.

L'étude des différentes familles de problèmes a permis de dégager la règle suivante :

Pour résoudre les problèmes d'addition et de soustraction :

- on utilise l'addition quand il faut trouver un nombre plus grand ;
- on utilise la soustraction quand il faut trouver un nombre plus petit.

• Il faut consolider la règle par un entraînement soutenu à son application.

Au CM1, on ne fait pas construire la règle, on la réactive à partir de l'analyse d'exemples. Ensuite, l'entraînement proposé vise à rendre les élèves de plus en plus rapides et efficaces.

La progression est la suivante :

- Réactivation de la règle à partir d'exemples.
- Entraînement sur les problèmes d'augmentation et de diminution.
- Entraînement sur les problèmes de comparaison.
- Entraînement sur tous les types de problèmes d'addition et de soustraction.

• La lecture des énoncés est au cœur de l'apprentissage du choix de l'opération.

Les deux premières séances débutent par une phase collective, ce qui permet d'illustrer en contexte la méthodologie de lecture des énoncés ici enseignée.

1. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?*, op. cit., p. 89.

2. *Ibid.*, p. 114.

Objectifs de la séquence

Résoudre des problèmes de diminution et d'augmentation.

Choisir entre addition et soustraction en suivant la règle : « On utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite. »

Plan de la séquence

- Séance 1A : Les problèmes d'augmentation et de diminution
- Séance 1B : Les problèmes de comparaison
- Séance 1C : Le choix entre addition et soustraction - Entraînement

Matériel

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PDF.



ou posters 1, 2 et 3

Fiches individuelles pour les élèves



Pour chaque séance :

- une fiche contenant des exemples, des rappels des règles à retenir et des problèmes à effectuer ;
- une fiche donnant les corrigés des problèmes.

Les problèmes d'augmentation et de diminution

Séance 1A

50 min

Objectifs Résoudre des problèmes de diminution et d'augmentation.

Choisir entre addition et soustraction en suivant la règle : « On utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite. »

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée aux problèmes d'addition et de soustraction.
- Préciser que seront traités les problèmes d'augmentation et de diminution.

2. Réactivation collective de la règle de choix entre addition et soustraction

- Présenter la diapositive 2 de l'affichage collectif 1A.
- C'est l'exemple 1. Faire lire le problème.

Exemple 1 :

Exemple 1 :
Faustine avait 27 billes dans sa trousse.
Elle en a gagné pendant la récréation et maintenant, elle en a 37.
Combien Faustine a-t-elle gagné de billes ?

diapositive 2

Ne rien distribuer dans un premier temps.

Les termes seront illustrés par les 3 exemples de la phase collective (ci-dessous).



Affichage collectif 1A

L'exemple 1 est un problème d'augmentation qu'on résout avec la soustraction. La résolution collective de ce problème vise à mettre en évidence la nécessité de se poser « la bonne question » pour ne pas tomber dans le piège tendu par certains mots repères.

- Faire repérer le verbe « *gagner* » pour expliquer qu'il s'agit d'un problème d'augmentation.
- Demander quelle opération permet de répondre à la question posée.
- Écrire au tableau les deux opérations proposées : $37 + 27$ et $37 - 27$.
- Demander aux élèves : « *Faustine a-t-elle gagné plus ou moins de 37 billes ?* »
- Amener les élèves à dire que Faustine a gagné moins de 37 billes, que le nombre à trouver doit être inférieur à 37 et que l'opération à utiliser est donc la soustraction.
- Passer à la diapositive 3 pour mettre en évidence les informations à utiliser.
- Passer à la diapositive 4 pour rappeler ce qui a été formulé.
- Présenter la diapositive 5 de l'affichage collectif 1A.

L'association « *présence de gagner / utilisation systématique de l'addition* » est probablement toujours présente chez certains élèves. Il est important de montrer que cette représentation est erronée.



Exemple 2 :

diapositive 5

diapositive 7

L'exemple 2 est un nouveau problème d'augmentation qui va être résolu avec la soustraction.

- Procéder pour l'exemple 2 de la même façon que pour l'exemple 1.
- Demander aux élèves de poser la question qui permettra de savoir s'il faut utiliser l'addition ou la soustraction : « *Élie avait-il plus ou moins de billes avant la récréation ?* »
- Y répondre.
- Afficher les diapositives 6 et 7 pour valider.

La résolution collective de ce problème vise à confirmer la nécessité de se poser la question : « *Faut-il trouver un nombre plus grand ou plus petit ?* »

- Présenter la diapositive 8 de l'affichage collectif 1A.

Exemple 3 :

diapositive 8

L'exemple 3 est un nouveau problème d'augmentation, mais on va le résoudre, cette fois, avec l'addition.

- Procéder de la même façon que pour les deux exemples ci-dessus.
- Demander aux élèves de poser la question qui permettra de savoir s'il faut utiliser l'addition ou la soustraction : « *Camille a-t-elle plus ou moins de billes maintenant ?* »
- Y répondre.
- Afficher la diapositive 10 pour valider.

Faire remarquer que les trois problèmes contenaient le verbe « *gagner* » et que si l'addition est parfois la bonne opération, ce n'est pas toujours le cas.

- Présenter la diapositive 11 de l'affichage collectif, et faire lire le cadre « À retenir ».

À retenir...

Pour résoudre les problèmes d'augmentation et de diminution :

- on utilise l'addition quand il faut trouver un nombre plus grand ;
- on utilise la soustraction quand il faut trouver un nombre plus petit.

diapositive 11


Affichage collectif 1A

Les trois exemples ont montré la pertinence de ces règles. Les élèves l'ont observé. Ce n'est pas pour autant que leur application sera aisée et automatique pour tous.

3. Application individuelle

- Distribuer la fiche élève 1A.
- Dire aux élèves : « *Les exemples situés en haut de la fiche sont ceux que nous avons étudiés. Le cadre grisé rappelle les règles à utiliser pour faire le choix entre l'addition et la soustraction.* »


Fiche élève 1A

En cas de besoin, l'enseignant pourra prendre appui sur ces rappels pour étayer l'activité d'un élève.

Exemples

- Exemple 1 :**
Faustine avait 27 billes dans sa trousse. Elle en a gagné pendant la récréation et maintenant elle en a 37.
Combien Faustine a-t-elle gagné de billes ?
→ *Faustine a gagné moins de 37 billes. On utilise la soustraction ; on fait : $37 - 27$.*
- Exemple 2 :**
Élie a gagné 25 billes pendant la récréation. Maintenant il en a 35.
Combien Élie avait-il de billes avant la récréation ?
→ *Avant la récréation, Élie avait moins de 35 billes. On utilise la soustraction ; on fait : $35 - 25$.*
- Exemple 3 :**
Camille avait 22 billes dans sa trousse. Elle en a gagné 32 pendant la récréation.
Combien Camille a-t-elle de billes maintenant ?
→ *Camille a plus de 32 billes. On utilise l'addition ; on fait : $32 + 22$.*

À retenir...

Pour résoudre les problèmes d'augmentation et de diminution :

- on utilise l'addition quand il faut trouver un nombre plus grand ;
- on utilise la soustraction quand il faut trouver un nombre plus petit.

- Faire relire ces règles.
- Dire aux élèves : « *Vous allez maintenant résoudre une série de problèmes. Pour chaque problème, demandez-vous si vous devez trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit.* »

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition ou la soustraction.

- Je pense à un nombre. Je lui enlève 400 et je trouve 2 100.
À quel nombre ai-je pensé ?
.....
- Je pense à un nombre. Je lui ajoute 400 et je trouve 2 900.
À quel nombre ai-je pensé ?
.....
- Ce matin, Manon n'avait que 400 photos dans son album. Elle en a ajouté et maintenant elle en a 650.
Combien Manon a-t-elle ajouté de photos dans son album ?
.....

L'entraînement est un temps de l'apprentissage. L'enseignant doit l'utiliser pour aider les élèves à consolider ce qu'ils ont compris. Il conviendra de vérifier que chaque élève se pose « la bonne question » avant d'écrire l'opération.

- 4 • Ce matin, Florine a ajouté 120 images dans son album et maintenant elle en a 650.

Combien Florine avait-elle d'images dans son album ce matin ?

.....

- 5 • La semaine dernière, monsieur et madame Demaison ont vu un salon qui leur plaisait dans un magasin.

Mais lorsqu'ils sont revenus pour l'acheter, le prix était passé de 1 500 euros à 1 650 euros.

De combien le prix du salon a-t-il augmenté ?

.....

- 6 • Le livre que Gaël est en train de lire compte 485 pages. Gaël a déjà lu 210 pages.

Combien lui reste-t-il de pages à lire ?

.....

- 7 • On a fait des travaux dans un stade pour améliorer la sécurité des spectateurs. La capacité du stade a diminué de 3 000 places. Maintenant, il ne peut plus accueillir que 51 000 spectateurs.

Quelle était la capacité du stade avant les travaux ?

.....

- 8 • Avant l'hiver, monsieur et madame Gaspi avaient 1 250 litres de fuel dans leur cuve pour le chauffage de leur maison. À la fin de l'hiver, il ne leur reste plus que 120 litres de fuel.

Quelle quantité de fuel ont-ils consommée pour le chauffage de leur maison cet hiver ?

.....



- Deux problèmes supplémentaires sont prévus pour les élèves ayant terminé avant la fin du temps imparti.

Problèmes supplémentaires

- 9 • Quand Mattéo est parti en vacances, le compteur de sa voiture affichait 76 352 kilomètres. Depuis, il a effectué 2 725 kilomètres.

Qu'affiche le compteur de la voiture de Mattéo aujourd'hui ?

.....

- 10 • Loriane a acheté une boîte de 1 500 perles. Elle en a utilisé 486 pour faire un tableau de perles et 256 pour faire 3 colliers.

Combien Loriane a-t-elle utilisé de perles ?

.....

Source des problèmes : CMI, Christian Hervé © Editions Hatier, 2015



Les problèmes de comparaison

Séance 1B

50 min

Objectifs Résoudre des problèmes de comparaison.

Choisir entre addition et soustraction en suivant la règle : « On utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite. »

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée aux problèmes d'addition et de soustraction.
- Préciser que seront abordés les problèmes de comparaison, c'est-à-dire des problèmes où il est question de deux collections.

Ne rien distribuer dans un premier temps.