CHAPITRE

8 Exploitation de données



À la fin du chapitre

Je dois savoir :

- Lire et interpréter des informations à partir d'un tableau ou d'une représentation graphique.
- Présenter des données à l'aide d'un tableau ou d'une représentation graphique.
- Calculer des effectifs et des fréquences.
- Regrouper des données en classes d'amplitude égale.

Pour bien commencer

Activité 1

Effectif – Fréquence

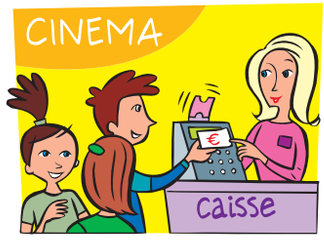
OBJECTIFS :
- Organiser dans un tableau les données d'une enquête.
- Définir le mot effectif.
- Faire le lien entre proportion et fréquence.

Dans un collège, on a demandé à 80 élèves, le nombre de films qu'ils étaient allés voir au cinéma durant l'année scolaire. Voici leurs réponses :

5 – 3 – 6 – 0 – 1 – 5 – 2 – 9 – 8 – 4 – 5 – 6 – 2 – 1 – 0 – 5 – 8 – 9 – 6 – 7
8 – 2 – 6 – 4 – 9 – 1 – 2 – 2 – 7 – 4 – 8 – 6 – 10 – 9 – 8 – 7 – 0 – 3 – 5 – 6
7 – 3 – 3 – 4 – 8 – 10 – 9 – 8 – 4 – 2 – 5 – 4 – 4 – 5 – 5 – 7 – 10 – 8 – 10 – 5
4 – 2 – 3 – 7 – 7 – 6 – 5 – 8 – 1 – 1 – 7 – 3 – 6 – 4 – 9 – 3 – 0 – 2 – 4 – 6

1. Comparer le nombre d'élèves qui sont allés voir exactement 3 films à ceux qui sont allés voir exactement 8 films.

2. Comment organiser toutes les données, en tableau, pour répondre plus facilement à la question 1. (nombre de lignes, de colonnes, légende) ? Comment le compléter en étant certain de ne pas se tromper ?



3. Combien d'élèves sont allés voir au cinéma 4 films ou plus ?

4. a) Combien d'élèves sont allés voir 6 films ?
Ce nombre s'appelle l'**effectif** correspondant à « 6 films ».

b) Quelle proportion du nombre total d'élèves, ces élèves représentent-ils ? Ce nombre s'appelle la **fréquence** correspondant à « 6 films ». En proposer différentes écritures.

5. a) Calculer toutes les fréquences et les présenter dans un tableau.

b) Calculer la somme de toutes les fréquences. Que remarque-t-on ? Est-ce surprenant ?

BILAN

■ Quelles idées importantes peut-on retenir de cette activité ?

Activité 2

Diagramme circulaire

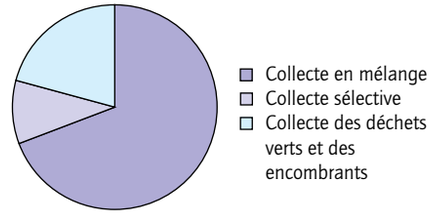
OBJECTIFS :
- Découvrir que dans un diagramme circulaire, il y a proportionnalité entre l'angle et l'effectif.

Le tableau ci-dessous présente les masses de déchets collectés, en milliers de tonnes, en fonction du mode de collecte pour l'année 2002.

Collecte en mélange	22 725
Collecte sélective	3 306
Collecte des déchets verts et des encombrants	6 829

Source : Ademe – Ifen

Ces données sont également représentées par le diagramme ci-dessous :



1. Mesurer les angles correspondant à chacun des types de collecte puis compléter le tableau ci-dessous.

– la collecte sélective correspond à un ramassage, à part, du papier, du verre et de certains plastiques ;

– les déchets verts correspondent aux déchets végétaux.



	Collecte en mélange	Collecte sélective	Collecte des déchets verts et encombrants
Masse (en milliers de tonnes)	22 725	3 306	6 829
Mesure de l'angle (en degrés)			

2. Semble-t-il y avoir proportionnalité entre l'angle et la masse de déchets ? Justifier.

BILAN

Comment construire un diagramme circulaire ?

Activité 3

Regroupement en classes

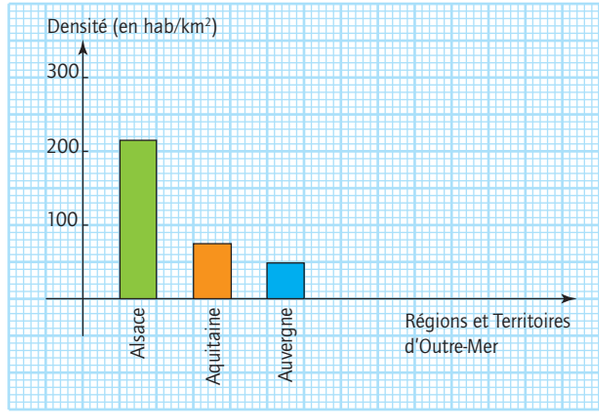
OBJECTIFS :
- Réaliser un diagramme en tuyaux d'orgue.
- Répartir des données statistiques en classes.
- Réaliser un histogramme.
- Confronter, pour des mêmes données, un diagramme en tuyaux d'orgue et un histogramme.

Il est important de souligner que dans ce genre de situation, les valeurs de la caractéristique mesurée étant nombreuses et pouvant prendre toutes les valeurs d'un intervalle réel, un regroupement par classe est le plus adapté.

Le tableau ci-dessous présente les densités de population (en habitants par km²) des différentes régions françaises ainsi que des Territoires d'Outre Mer.

Régions et Territoires d'Outre-Mer	Densité (en hab/km²)	Régions et Territoires d'Outre-Mer	Densité (en hab/km²)
Alsace	216	Mayotte	496
Aquitaine	74	Midi-Pyrénées	59
Auvergne	51	Nord Pas-de-Calais	324
Bourgogne	51	Basse-Normandie	82
Bretagne	111	Haute-Normandie	146
Centre	63	Nouvelle Calédonie	12
Champagne-Ardenne	52	Pays de la Loire	104
Corse	31	Picardie	65
Franche-Comté	70	Poitou-Charentes	149
Guadeloupe	261	Polynésie	66
Guyane	2	Provence-Alpes-Côte d'Azur	135
Île-de-France	938		
Languedoc-Roussillon	90	La Réunion	306
Limousin	42	Rhône-Alpes	111
Lorraine	99	Saint-Pierre et Miquelon	29
Martinique	348	Wallis et Futuna	107

1. On souhaite représenter ces données à l'aide d'un diagramme en tuyaux d'orgue. Reproduire et compléter le diagramme ci-dessous en graduant l'axe des ordonnées jusqu'à 1 000 :



• L'écriture : $50 \leqslant d < 100$ signifie que la densité d est supérieure ou égale à 50 et inférieure à 100.

• Les pointillés dans un tel tableau indiquent qu'il faut le prolonger régulièrement (ici de 50 en 50)



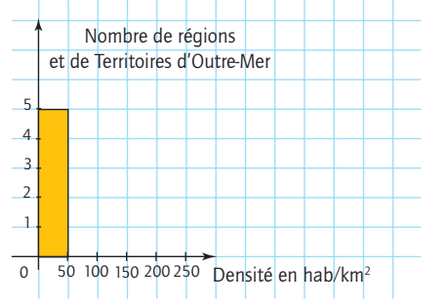
2. On veut maintenant représenter ces données d'une autre manière.

a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

Densité d (en hab/km²)	$0 \leqslant d < 50$	$50 \leqslant d < 100$	...	$900 \leqslant d < 950$
Nombre de régions et de Territoires d'Outre-Mer			...	

Cette répartition des données s'appelle en mathématiques un **regroupement par classes**. Chaque classe a la même amplitude de 50 hab/km².

b) Reproduire et compléter l'histogramme ci-dessous.



3. La densité moyenne est proche de 100 hab/km². Pour chacune des questions, préciser laquelle des deux représentations graphiques semble la plus adaptée pour y répondre puis donner la réponse.

a) Combien de régions et Territoires d'Outre-Mer ont une densité supérieure à celle-ci ?

b) Nommer les régions et Territoires d'Outre-Mer qui ont une densité supérieure à celle-ci ?

4. La Principauté de Monaco a une densité de 16 329 hab/km². La représenter sur chacun des deux diagrammes. Que se passe-t-il ?

BILAN

■ Comment réaliser ces diagrammes ? À quoi servent-ils ?

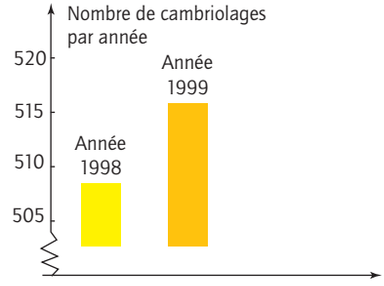
Activité 4

Lecture critique de représentations graphiques

OBJECTIFS :
• Faire une lecture critique d'une représentation graphique.

Dans la première question, il est important de ne pas expliquer le sens du « zigzag » sur l'axe vertical : cela doit faire sujet de débat

1. Lors d'une émission télévisée, un journaliste commente le graphique ci-contre en affirmant : « Ce graphique montre qu'il y a une très forte augmentation du nombre de cambriolages entre 1998 et 1999 ».

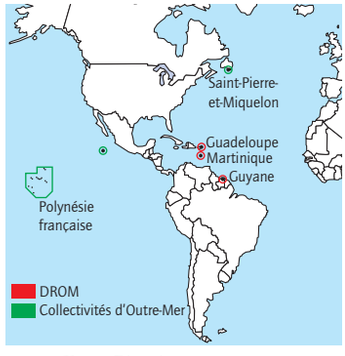


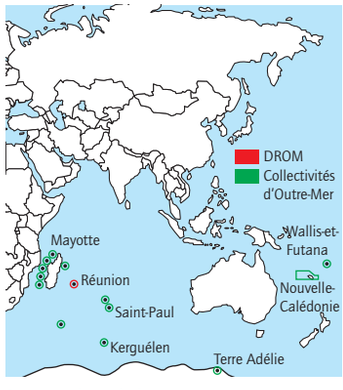
a) Pensez-vous que cette affirmation soit une interprétation correcte de ce graphique ?
Justifiez votre réponse.

b) Trouver un graphique faisant changer d'avis ce journaliste ?

• Dans le cas d'un histogramme, constater que certaines caractéristiques peuvent être gommées par le choix d'une amplitude trop grande.

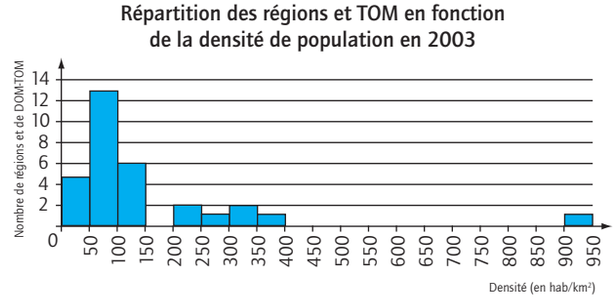
2. Les deux histogrammes ci-dessous sont deux représentations différentes des données fournies dans l'activité 3.



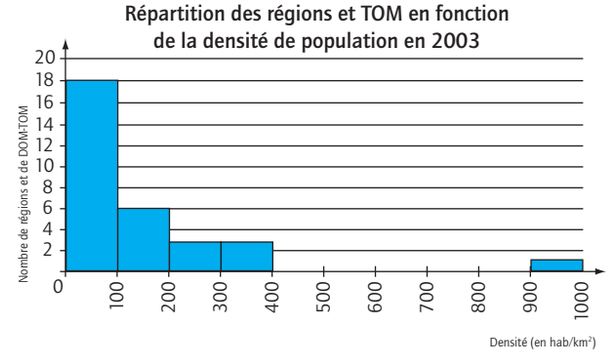


La question a) de cette deuxième partie est volontairement très ouverte afin que toutes les paroles d'élèves y aient leur place.

• Représentation 1



• Représentation 2



a) Quels points communs et quelles différences y a-t-il entre ces deux représentations graphiques ?

b) Pour chaque représentation, quelles sont les classes pour lesquelles il n'y a pas de régions ou de Territoires d'Outre Mer ?

c) Que ne voit-on pas sur la seconde représentation ?

BILAN

■ Quelles idées importantes peut-on retenir de cette activité ?

Apprendre le cours

1 Population – individu – caractère

• Lorsque l'on mène une enquête, on s'intéresse à une **population d'individus** (*élèves d'une classe, pays de l'Union Européenne, animaux d'une région, ...*) et on en étudie une propriété commune appelée un **caractère** (*taille des élèves d'une classe, langue officielle des pays de l'Union Européenne, régime alimentaire des animaux d'une région,...*).
• Un caractère peut prendre plusieurs **valeurs**.

Exemple

herbivore, carnivore, fructivore.... sont des valeurs possibles du caractère « régime alimentaire » de la population « animaux d'une région ».

Un caractère peut être :
• **quantitatif** comme par exemple : *taille des élèves d'une classe ; poids des joueurs d'une équipe de rugby ; nombre de frères et sœurs des élèves d'une classe ;*
• **qualitatif** comme par exemple : *le sport préféré par les élèves d'une classe ; langue officielle des pays de l'Union Européenne ; ....*

2 Effectif – Fréquence

Définition Pour un caractère donné, on appelle **effectif** d'une valeur le nombre de fois où cette valeur apparaît.
Le nombre d'individus de la population étudiée est appelé l'**effectif total**.

Définition Pour un caractère donné, on appelle **fréquence** d'une valeur le quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total. C'est donc la **proportion** de cette valeur par rapport à l'effectif total.

Exemple

Dans une classe de 5e de 30 élèves, on a demandé à chaque élève le nombre de ses frères et sœurs. Voici leurs réponses :

1	2	0	1	1	3	2	4	1	1	2	0	2	6	1
7	2	1	3	1	0	5	2	1	2	1	1	3	2	1

La population d'individus étudiés est une classe d'élèves de 5e.
Son effectif total est 30.
Le caractère étudié est le nombre de frères et de sœurs.
Ses valeurs sont : 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7.
Dans cette classe, 12 élèves ont un frère ou une sœur.
L'**effectif** de la valeur « 1 » est 12. L'effectif total est 30.
La **fréquence** de la valeur « 1 » est $\frac{12}{30}$ qui peut aussi s'écrire 0,4 ou 40 %.

La fréquence de chaque valeur peut être présentée dans un tableau.

Nombres de frères et de sœurs	0	1	2	3	4	5	6	7
Fréquence	$\frac{3}{30}$	$\frac{12}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{30}$

Théorème **Pour une population et un caractère donnés, la fréquence d'une valeur est un nombre qui peut être 0 ou 1, ou n'importe quel nombre compris entre 0 et 1.**

Théorème **Pour une population et un caractère donnés, la somme des fréquences est toujours égale à 1.**

3 Diagrammes en tuyaux d'orgue, en bandes ou en secteurs

Lorsque le caractère est qualitatif, ses valeurs peuvent être représentées à l'aide des différents diagrammes suivants.

Exemple

Lors d'une enquête menée auprès d'élèves de 5e d'un collège, la question suivante a été posée : « Que buvez-vous le plus ? ».
Le tableau ci-dessous présente les résultats obtenus :

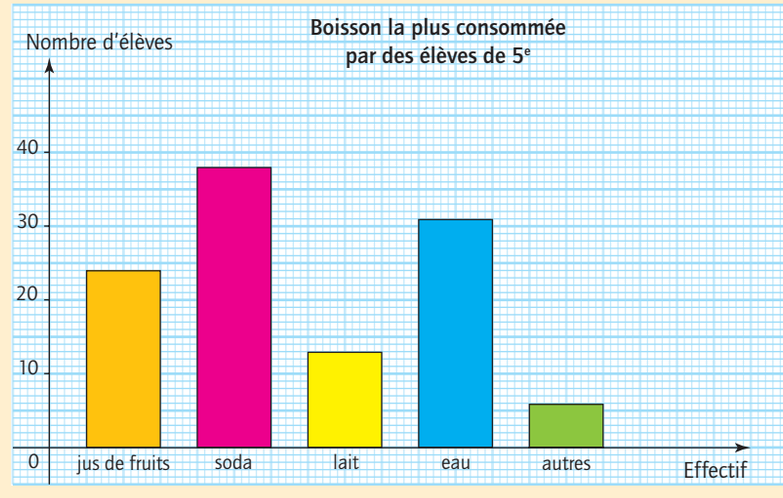
Boissons	jus de fruits	soda	lait	eau	autres
Effectif	24	38	13	31	6

La population est composée d'élèves de 5e.
Son effectif total est obtenu par le calcul :

24 + 38 + 13 + 31 + 6, soit 112.

Le caractère étudié est la boisson la plus consommée.
Ses valeurs sont : *jus de fruits ; soda ; lait ; eau* et *autres*.

a) Diagramme en tuyaux d'orgue



b) Diagramme en secteurs

Théorème

Dans un diagramme circulaire ou semi-circulaire, pour n'importe quel rayon du cercle, les angles sont proportionnels aux effectifs de chaque valeur.

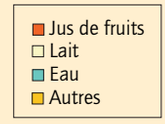
Boissons	Jus de fruits	Lait	Eau	Autres	Total
Effectif	24	13	31	44	112
Angles (arrondis au degré)	77	42	100	141	360

× $\frac{360}{112}$

Pour réaliser un diagramme circulaire, les angles s'obtiennent ici en multipliant les effectifs par le coefficient de proportionnalité $\frac{360}{112}$.



Boisson la plus consommée par des élèves de 5e



c) Diagramme en bandes

Théorème

Dans un diagramme en bandes de largeur fixée, les longueurs de chaque rectangle sont proportionnelles aux effectifs de chaque valeur.

Boissons	Jus de fruits	Lait	Eau	Autres	Total
Effectif	24	13	31	44	112
Longueurs en cm (arrondies au dixième)	1,3	0,7	1,7	2,3	6

× $\frac{6}{112}$

Pour représenter ces données par un rectangle de longueur 6 cm, les longueurs s'obtiennent en multipliant les effectifs par le coefficient de proportionnalité $\frac{6}{112}$



Le diagramme circulaire permet, contrairement à la représentation en tuyaux d'orgue ou au tableau, de remarquer que le soda (boisson la plus citée) est consommée par un peu plus d'un quart des élèves. Un diagramme en bandes sera plus utile pour comparer des populations différentes dont on a étudié le même caractère.

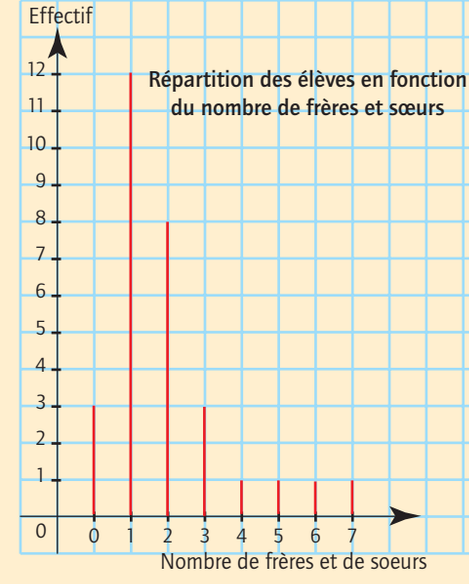
4 Diagrammes en bâtons

Lorsque le caractère est quantitatif, ses valeurs peuvent être représentées à l'aide d'un diagramme en bâtons.

Exemple

En utilisant l'exemple de la partie 2 du cours, on peut construire le tableau ci-dessous :

Nombre de frères et de sœurs	Effectif
0	3
1	12
2	8
3	3
4	1
5	1
6	1
7	1



5 Regroupement en classes – Histogrammes

Lorsque les données sont nombreuses, on peut les regrouper en classes pour faciliter leur lecture.

Exemple

Voici les tailles en centimètres de quelques joueurs de volley-ball :

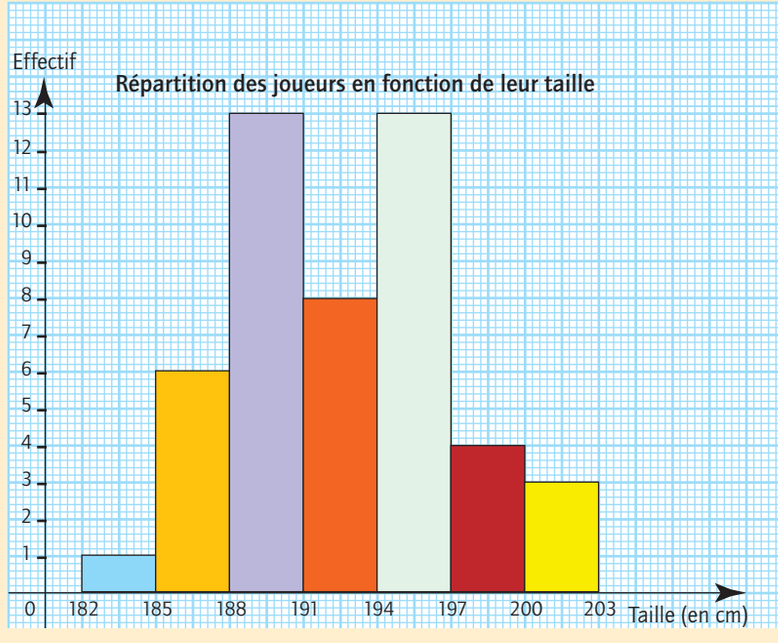
194 195 188 194 190 185 193 198 189 200 187 190 192 192 191 190
195 197 186 189 194 194 200 196 192 185 182 195 195 195 191 190
191 185 198 189 195 191 200 188 190 198 195 195 185 190 190 190

La population d'individus étudiée est un groupe de joueurs de volley-ball. Son effectif total est 48.

Le caractère étudié est la *taille de ces joueurs*.
Ses valeurs sont des nombres entiers compris entre 183 et 200.
Ces tailles étant nombreuses et diverses, il est préférable de les regrouper par classes, toutes les classes ayant la même amplitude : 3 cm.

Taille t (en cm)	$182 \leqslant t < 185$	$185 \leqslant t < 188$	$188 \leqslant t < 191$	$191 \leqslant t < 194$
Effectif	1	6	13	8

Taille t (en cm)	$194 \leqslant t < 197$	$197 \leqslant t < 200$	$200 \leqslant t < 203$
Effectif	13	4	3



Un ensemble de données, regroupées par classes, se représente par un histogramme.

Toutes les barres ayant la même largeur, la longueur de chacune d'elle est proportionnelle à l'effectif qu'elle représente.

