2

Calcul littéral

Mots-clés du chapitre

Dans ce chapitre, vous allez :

– apprendre à utiliser, transformer et exploiter **des formules** ;

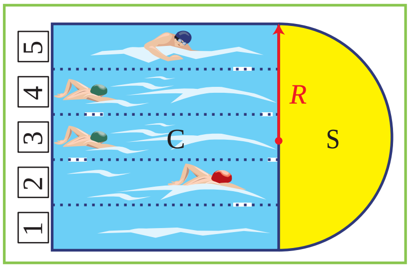
– découvrir **le développement** de $(a + b)(c + d)$;

– déduire de ce résultat **les identités remarquables** et apprendre à les utiliser.

À LA DÉCOUVERTE DE...

Activité 1

Comment utiliser des formules ?



Une société propose à des centres de vacances des bassins de piscines ayant la forme suivante :

– une partie carrée C pour les nageurs ;

– une partie semi-circulaire S pour la détente.

On note R le rayon de la partie S.

1. **Exprimer la longueur du côté de la partie C en fonction de R.**

2. **Calculer l'aire de la partie C pour R = 5 m.**

3. **Exprimer l'aire de la partie S en fonction de R.**

4. **Calculer l'aire de la partie S pour R = 5 m et en prenant π = 3,14.**

5. Le centre Mathvacances choisit le modèle de piscine avec R = 5 m.
En utilisant les résultats précédents, **calculer l'aire de la piscine de ce centre**.

6. Pour déterminer l'aire occupée par la piscine, la société donne la formule suivante :

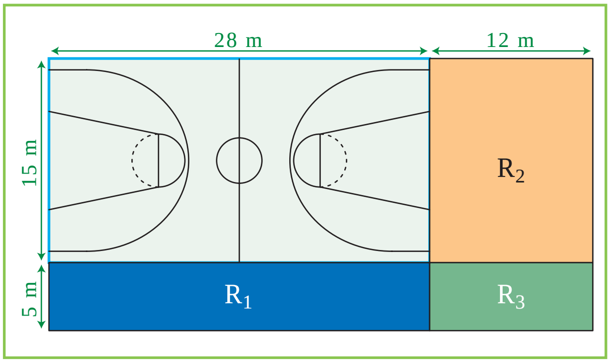
$$\text{aire du bassin} = 4R^2 + \frac{\pi R^2}{2}.$$

Vérifier cette formule dans le cas où R = 5 m.

7. Le camping Pong décide de commander une piscine dont le côté de la partie C mesure 8 m. **Calculer l'aire de cette piscine** (on pourra commencer par calculer le rayon R).

Activité 2

Comment déterminer le développement de $(a + b)(c + d)$?



Dans la cour d'un collège, les élèves jouent au basket sur un terrain rectangulaire ayant pour dimensions 28 m sur 15 m.

Dans le cadre de la réfection de la cour, les élèves ont demandé d'agrandir ce terrain aux dimensions d'un terrain de handball.

Cet aménagement nécessite d'augmenter la longueur de 12 m et la largeur de 5 m.

Abdel et Bastien, intéressés par le projet, ont décidé de calculer l'aire du nouveau terrain.

1. **Méthode d'Abdel**

a) Calculer la longueur et la largeur du nouveau terrain.

b) En déduire l'aire du nouveau terrain.

2. Méthode de Bastien

a) Le nouveau terrain est constitué du terrain de basket et de trois autres parties rectangulaires R_1, R_2 et R_3 (comme indiqué sur la figure).
Calculer l'aire de chacune de ces quatre parties.

b) En déduire l'aire du nouveau terrain.

3. Abdel et Bastien trouvent-ils le même résultat ?

4. Finalement, la surface autour du terrain de basket étant insuffisante, sa longueur sera augmentée de b mètres et sa largeur de d mètres.

En utilisant les mêmes méthodes qu'Abdel et Bastien, exprimer de deux manières différentes l'aire du nouveau terrain en fonction de b et de d.

Activité 3

Comment découvrir des identités remarquables ?

Le professeur de mathématiques de la classe de 3e T propose à ses élèves un concours de calcul mental. La question est la suivante :
« *Calculer le plus rapidement possible, sans calculatrice et sans poser les opérations :*

a) *105^2 ;*

b) *99^2 ;*

c) *103×97.* »

Férid a l'idée d'utiliser le développement de $(a + b)(c + d)$.

1. Pour le calcul de 105^2, il a remarqué que :

$$105^2 = 105 \times 105$$
$$= \overbrace{(100 + 5)}\overbrace{(100 + 5)}.$$

Développer $(100 + 5)(100 + 5)$. En déduire 105^2.

2. En remarquant que $99 = 100 + (-1)$, **écrire le développement correspondant à 99^2. En déduire le résultat.**

3. En écrivant $103 = 100 + 3$ et $97 = 100 - 3$, **calculer 103×97.**

4. Pour répondre rapidement à ce type de question, on veut généraliser ces méthodes.
En écrivant que $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ et en remarquant que $a \times b = b \times a = ab$, **développer $(a + b)^2$.**
De même, **développer $(a + b)(a - b)$.**

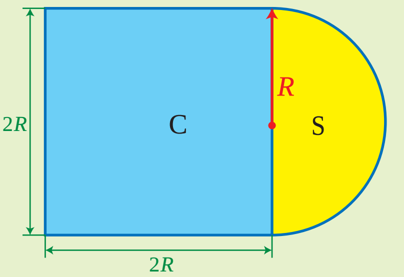
5. En utilisant les formules trouvées à la question **4.**, **calculer 32^2 et 41×39.**

Solutions pages suivantes

...SOLUTIONS DES ACTIVITÉS

Activité 1

Comment utiliser des formules ?



1. La longueur du côté de la partie C est égale à $\boldsymbol{2R}$.

2. La longueur du côté est $2 \times 5 = 10$ m.
L'aire d'un carré de côté k est $k \times k = k^2$, donc l'aire de la partie C est $10^2 = 100$ soit **100 m²**.

3. L'aire de la partie S correspond à l'aire d'un demi-disque de rayon R. L'aire d'un disque de rayon R est πR^2, donc l'aire de la partie S est égale à $\boldsymbol{\dfrac{\pi R^2}{2}}$.

4. L'aire de la partie S est donc :

$$\frac{\pi \times 5^2}{2} = \frac{3{,}14 \times 25}{2}$$
$$= \mathbf{39{,}25}.$$

L'aire de la partie S est de **39,25 m²**.

5. L'aire totale du bassin est égale à la somme de l'aire de la partie C et de l'aire de la partie S.

$$\text{Aire totale} = 100 + 39{,}25$$
$$= 139{,}25.$$

L'aire de la piscine du centre Mathvacances est de **139,25 m²**.

6. En remplaçant R par 5 et π par 3,14 dans la formule donnée, on obtient :

$$4 \times 5^2 + \frac{3{,}14 \times 5^2}{2} = 139{,}25.$$

La formule donne bien pour résultat **139,25 m²**.

7. À partir de la question **1.**, on peut écrire que $2R = 8$ donc $R = 4$.
On remplace ensuite, dans la formule de la question **6.**, R par 4 et π par 3,14.
On obtient :

$$4 \times 4^2 + \frac{3{,}14 \times 4^2}{2} = 89{,}12.$$

L'aire de la piscine du camping Pong est de **89,12 m²**.

Pour utiliser une **formule**, on remplace chaque variable (chaque lettre) par une valeur numérique, puis on effectue le calcul.

Activité 2

Comment déterminer le développement de $(a + b)(c + d)$?

1. **Méthode d'Abdel**

a) La longueur du nouveau terrain est $28 + 12 = 40$ soit **40 m**.
La largeur du nouveau terrain est $15 + 5 = 20$ soit **20 m**.

b) L'aire du nouveau terrain est $40 \times 20 = 800$ soit **800 m²**.

DE DÉCOUVERTE

2. **Méthode de Bastien**

a) Aire du terrain de basket : $\mathbf{28} \times \mathbf{15} = 420$ soit **420 m²**.
Aire de la partie R_1 : $\mathbf{28} \times \mathbf{5} = 140$ soit **140 m²**.
Aire de la partie R_2 : $\mathbf{12} \times \mathbf{15} = 180$ soit **180 m²**.
Aire de la partie R_3 : $\mathbf{12} \times \mathbf{5} = 60$ soit **60 m²**.

b) L'aire du nouveau terrain est : $420 + 140 + 180 + 60 = 800$ soit **800 m²**.

3. Abdel et Bastien trouvent **le même résultat**.

4. L'aire du terrain exprimée avec la méthode d'Abdel est : $(\mathbf{28} + \boldsymbol{b})(\mathbf{15} + \boldsymbol{d})$.
L'aire du terrain exprimée avec la méthode de Bastien est :
$$\mathbf{28} \times \mathbf{15} + \mathbf{28} \times \boldsymbol{d} + \boldsymbol{b} \times \mathbf{15} + \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d}.$$
Comme les deux méthodes donnent des résultats égaux, on a :
$$(28 + b)(15 + d) = \mathbf{28} \times \mathbf{15} + \mathbf{28} \times \boldsymbol{d} + \boldsymbol{b} \times \mathbf{15} + \boldsymbol{b} \times \boldsymbol{d}.$$

Pour tous nombres a, b, c et d, on a : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Activité 3

Comment découvrir des identités remarquables ?

1. **Développement** de $(100 + 5)(100 + 5)$:
$$(100 + 5)(100 + 5) = 100 \times 100 + 100 \times 5 + 5 \times 100 + 5 \times 5$$
$$(100 + 5)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2.$$
On en déduit que $105^2 = 10\,000 + 1\,000 + 25 = \mathbf{11\,025}$.

2. $99^2 = 100 \times 100 + 100 \times (-1) + (-1) \times 100 + (-1) \times (-1)$
$99^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times (-1) + (-1)^2 = 10\,000 - 200 + 1 = \mathbf{9\,801}$.

3. $103 \times 97 = (100 + 3)(100 - 3) = 100 \times 100 + 100 \times (-3) + 3 \times 100 + 3 \times (-3)$
$103 \times 97 = 100^2 - 3^2 = \mathbf{9\,991}$.

4. $(a + b)^2 = a \times a + a \times b + b \times a + b \times b$
$(a + b)^2 = a^2 + a \times b + a \times b + b^2 = \boldsymbol{a^2 + 2ab + b^2}$.

On obtient une première **identité remarquable** : $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Développement de $(a + b)(a - b)$:
$$(a + b)(a - b) = a \times a + a \times (-b) + b \times a + b \times (-b)$$
soit : $(a + b)(a - b) = a^2 - a \times b + b \times a - b^2 = \boldsymbol{a^2 - b^2}$.

On obtient une deuxième identité remarquable : $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

5. Pour calculer 32^2, on remarque que $32 = 30 + 2$.
Ainsi, $32^2 = (30 + 2)^2$ est de la forme $(a + b)^2$ avec $a = 30$ et $b = 2$.
D'où : $(30 + 2)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 2 + 2^2$ (première identité remarquable)
soit : $(30 + 2)^2 = 900 + 120 + 4 = \mathbf{1\,024}$.
Pour calculer 41×39, on remarque que $41 = 40 + 1$ et que $39 = 40 - 1$.
Ainsi, $41 \times 39 = (40 + 1)(40 - 1)$ est de la forme $(a + b)(a - b)$ avec $a = 40$ et $b = 1$.
D'où : $(40 + 1)(40 - 1) = 40^2 - 1^2$ (deuxième identité remarquable)
soit : $41 \times 39 = \mathbf{1\,599}$.

L'ESSENTIEL

Utilisation de formules

Pour utiliser une formule donnée sous forme d'**expression littérale** (avec des lettres à la place des nombres), on remplace chaque variable (chaque lettre) par une valeur et on calcule avec les règles habituelles du calcul algébrique.

Exemple : la formule donnant l'aire d'un losange est $\frac{D \times d}{2}$ où D et d sont les longueurs des deux diagonales.
Sachant que les diagonales d'un losange ont pour longueurs 6 cm et 4 cm, on calcule l'aire de ce losange en remplaçant dans la formule D par 6 et d par 4.

On obtient alors : $\frac{6 \times 4}{2} = 12$. L'aire est égale à 12 cm^2.

On peut écrire une formule de différentes façons selon la variable que l'on veut calculer.

Exemple : pour calculer la vitesse (v) connaissant la distance (d) et la durée (t) du parcours, on utilise la formule suivante : $v = \frac{d}{t}$.

À partir de cette formule, on peut aussi :
– calculer la distance connaissant la vitesse et la durée en écrivant : $d = v \times t$;
– calculer la durée connaissant la distance et la vitesse en écrivant : $t = \frac{d}{v}$.

Développement d'un produit de deux sommes

Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme.

Exemple : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

Identités remarquables

Pour développer ou factoriser certaines expressions, on utilise les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2.$$

EXERCICES ET PROBLÈMES

EXERCICES

▶ Utilisation de formules

1 Calculer $(a + b) \times c$ dans le cas suivant :
$a = 3{,}1$; $b = 5{,}3$; $c = 4$.

Corrigé
$(3{,}1 + 5{,}3) \times 4 = 8{,}4 \times 4$
$= \mathbf{33{,}6}$.

2 Calculer $(a + b) \times c$ dans le cas suivant :
$a = 5{,}8$; $b = 6{,}4$; $c = 2{,}5$.

3 Calculer $y + xz$ dans les cas suivants :
a) $x = 4{,}3$; $y = -2{,}1$; $z = 3$.
b) $x = -8$; $y = 5{,}6$; $z = 4{,}2$.

4 Recopier et compléter le tableau suivant :

a	7	2,3	5,4	8,1
b	2	5,7	3,6	6,5
a + b				
3a – b				
5a + 2b				
4(a + b)				

5 L'aire latérale d'un cylindre est donnée par la formule :
$$\mathcal{A} = 2\pi Rh$$
où R est le rayon de la base et h la hauteur du cylindre.
On prendra $\pi = 3{,}14$.
Déterminer l'aire latérale d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 9 cm.

6 L'aire d'un trapèze est donnée par la formule suivante :
$$\mathcal{A} = \frac{(B + b) \times h}{2}$$
où B est la longueur de la grande base, b la longueur de la petite base et h la hauteur du trapèze.
Déterminer l'aire d'un trapèze ayant pour dimensions :
$B = 8$ cm ; $b = 5$ cm ; $h = 4$ cm.

7 Le volume d'un prisme droit est donné par la formule :
$$V = B \times H$$
où B est l'aire de la base et H la hauteur du prisme.
Sachant que la base du prisme est un triangle de base 6 cm et de hauteur 3,5 cm et que la hauteur du prisme est 8,5 cm, déterminer le volume du prisme droit.

Rappel : l'aire d'un triangle est : $\dfrac{b \times h}{2}$.

8 **1.** En 1990, Linford Christie a couru le 100 m en 10 s. Quelle était sa vitesse moyenne en m/s ?

2. L'escargot a une vitesse moyenne de 0,05 km/h.
Combien de temps mettrait-il pour parcourir 1 km à cette vitesse ?

3. Sachant qu'un guépard peut courir pendant 20 s à une vitesse moyenne de 27 m/s, calculer la distance qu'il peut parcourir pendant cette période.

▶ Suites d'additions et de soustractions

Point méthode

Pour réduire une expression :
- **on supprime les parenthèses précédées d'un signe + sans modifier l'expression ;**
- **on supprime les parenthèses précédées d'un signe – en multipliant chaque terme entre parenthèses par (– 1).**

On peut supprimer le signe « multiplier » et remplacer par exemple $3 \times x$ par $3x$.

9 Simplifier les expressions en supprimant les parenthèses :
$A = (2x + 5) + (x - 3)$
$B = -(3x + 4) - (2x - 1)$.

Corrigé

$A = 2x + 5 + x - 3 = \mathbf{3x + 2}$

$B = -3x - 4 - 2x + 1 = \mathbf{-5x - 3}$.

10 Simplifier les expressions en supprimant les parenthèses :

$C = 7 + (3x - 2)$

$D = -(5x + 6)$

$E = (4x - 1) + (-2x + 1)$

$F = (8x + 4) - (x - 3)$.

▶ Développements simples

Point méthode

Pour développer une expression du type $k(a + b)$, on multiplie chaque terme de la parenthèse par k en respectant la règle des signes **:**

- **« – » par « – » donne « + » ;**
- **« – » par « + » donne « – » ;**
- **« + » par « + » donne « + ».**

11 Développer les expressions suivantes :

$A = 6 \times (x + 5)$; $B = 5(x - 9)$.

Corrigé

$A = 6 \times (x + 5) = 6 \times x + 6 \times 5 = 6x + 30$.

$B = 5 \times (x - 9) = 5 \times x - 5 \times 9 = 5x - 45$.

12 Développer les expressions suivantes :

$C = 4(x + 3)$ $D = 9(x - 6)$

$E = -3(4x + 8)$ $F = -7(2x - 3)$

$G = -2(-3x + 5)$ $H = 8(-6x - 1)$.

▶ Développement d'une expression (a + b)(c + d)

Point méthode

Pour développer une expression du type $(a + b)(c + d)$:

- **on multiplie chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde *en respectant la règle des signes* ;**
- **on réduit l'expression obtenue.**

13 Développer puis réduire les expressions suivantes :

a) $A = (2x + 3)(x + 5)$.

b) $B = (a - 4)(a - 7)$.

Corrigé

a) • On multiplie $2x$ par $x + 5$:

$(2x + 3)(x + 5) = 2x \times x + 2x \times 5 + \ldots$

$= 2x^2 + 10x + \ldots$

• On multiplie 3 par $x + 5$:

$(2x + 3)(x + 5) = 2x^2 + 10x + 3 \times x + 3 \times 5$

$= 2x^2 + 10x + 3x + 15$

• On réduit :

$A = 2x^2 + 13x + 15$.

b) $B = (a - 4)(a - 7)$

$B = a \times a + a \times (-7) + (-4) \times a + (-4) \times (-7)$

$B = a^2 - 7a - 4a + 28$

$\mathbf{B = a^2 - 11a + 28}$.

14 Recopier et compléter les développements suivants :

$(x + 2)(x + 3) = x \times \ldots + x \times \ldots + 2 \times \ldots + 2 \times \ldots$

$= \ldots + \ldots + \ldots + \ldots$

$= \ldots x^2 + \ldots x + \ldots$

$(x + 4)(3x + 1) = x \times \ldots + x \times \ldots + 4 \times \ldots + 4 \times \ldots$

$= \ldots + \ldots + \ldots + \ldots$

$= \ldots x^2 + \ldots x + \ldots$

15 Développer puis réduire les expressions suivantes :

$C = (2y + 4)(y + 6)$

$D = (t + 7)(3t + 5)$

$E = (2 + 3z)(z + 1)$.

16 Développer puis réduire les expressions suivantes :

$F = (b - 5)(2b + 3)$

$G = (-c + 3)(c - 6)$.

17 Voici un programme de calcul :

« Choisir un nombre, lui ajouter 5, tripler le résultat obtenu puis lui retrancher 10, retrancher au nombre obtenu le double du nombre choisi. »

1. Appliquer ce programme pour les nombres 2, 5 et 10.

2. Écrire les opérations correspondant à ce programme en appelant x le nombre choisi et retrouver les résultats précédents.

Développer avec les identités remarquables

Point méthode

Pour développer avec les identités remarquables :

- **on repère de quelle identité il s'agit et on l'écrit ;**
- **on donne les valeurs de a et de b dans l'identité repérée ;**
- **on remplace a et b par ces valeurs ;**
- **on termine le calcul.**

18 Développer l'expression suivante : $(3x+5)^2$.

Corrigé

- Il s'agit de l'identité $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a = 3x$ et $b = 5$
- $(3x+5)^2 = (3x)^2 + 2 \times (3x) \times 5 + 5^2$
- $(3x+5)^2 = \mathbf{9x^2 + 30x + 25}$.

19 Recopier et compléter :

$(x+3)^2 = x^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x+7)^2 = \ldots^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

20 Développer les expressions suivantes :

a) $(x+9)^2$
b) $(2x+6)^2$
c) $(y+11)^2$
d) $(3t+4)^2$.

21 Recopier et compléter :

$(x-4)^2 = x^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(x-6)^2 = \ldots^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

$(2x-5)^2 = \ldots^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

22 Développer les expressions suivantes :

a) $(x-10)^2$
b) $(3x-7)^2$
c) $(t-12)^2$
d) $(4y-1)^2$.

23 Recopier et compléter :

$(x+3) \times (x-3) = x^2 - \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots$

$(x+8) \times (x-8) = \ldots^2 - \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots$

$(2x+5)(2x-5) = \ldots^2 - \ldots^2$
$= \ldots\ldots\ldots$

24 Développer les expressions suivantes :

a) $(x+5)(x-5)$
b) $(3x+8)(3x-8)$
c) $(2t+3)(2t-3)$
d) $(y+9)(y-9)$.

25 Développer les expressions suivantes :

a) $(2x+3)^2$
b) $(5x-4)^2$
c) $(5x+9)(5x-9)$
d) $(4x-5)^2$
e) $(6x+1)^2$
f) $(x+6)(x-6)$.

26 Voici un programme de calcul :

« Choisir un nombre, lui ajouter 1, élever le résultat au carré et retrancher au nombre obtenu le carré du nombre de départ. »

1. Appliquer ce programme pour les nombres 1, 10 et 20.

2. Écrire les opérations correspondant à ce programme en appelant x le nombre choisi et expliquer les résultats précédents.

Factoriser avec les identités remarquables

Point méthode

Factoriser, c'est transformer une somme en un produit.

Pour factoriser certaines expressions, on utilise les identités remarquables dans l'autre sens, c'est-à-dire :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

27 Factoriser $A = x^2 + 6x + 9$ et $B = 4x^2 - 25$.

Corrigé

$A = x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2 = \mathbf{(x + 3)^2}$.

$B = (2x)^2 - 5^2 = \mathbf{(2x + 5)(2x - 5)}$.

28 Recopier et compléter :

$x^2 + 10x + 25 = x^2 + 2 \times \ldots \times x + \ldots^2$
$= (\ldots + \ldots)^2$

$4x^2 - 12x + 9 = (\ldots x)^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= (\ldots - \ldots)^2$

$9x^2 - 36 = (\ldots x)^2 - \ldots^2$
$= (\ldots + \ldots)(\ldots - \ldots)$.

29 Factoriser les expressions suivantes en utilisant les identités remarquables :

$C = 9x^2 + 6x + 1$

$D = x^2 - 49$.

30 Reprendre l'exercice précédent pour :

$E = x^2 - 20x + 100$

$F = 16x^2 - 81$.

31 Recopier et compléter les expressions suivantes pour qu'elles soient le développement d'un carré, puis les factoriser.

$A = x^2 - \ldots x + 1$

$B = 4x^2 - 12x + \ldots$

$C = \ldots x^2 + 30x + 25$.

► Calculer avec les identités remarquables

32 Calculer, en utilisant les identités remarquables :

$A = 6{,}2^2$ et $B = 28^2 - 27^2$.

Corrigé

$A = (6 + 0{,}2)^2$
$= 6^2 + 2 \times 6 \times 0{,}2 + 0{,}2^2$
$= 36 + 2{,}4 + 0{,}04$
$= \mathbf{38{,}44}$.

$B = (28 + 27)(28 - 27)$
$= 55 \times 1 = \mathbf{55}$.

33 Recopier et compléter :

$51^2 = (\ldots + 1)^2$
$= \ldots^2 + 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots$

$57^2 = (\ldots - 3)^2$
$= \ldots^2 - 2 \times \ldots \times \ldots + \ldots^2$
$= \ldots$

$72 \times 68 = (\ldots + 2) \times (\ldots - 2)$
$= \ldots^2 - \ldots^2$
$= \ldots$

34 Calculer en utilisant les identités remarquables :

$C = 102^2$; $D = 199^2$; $E = 91 \times 89$.

35 Reprendre l'exercice précédent pour :

$F = 20{,}1^2$; $G = 2{,}9^2$; $H = 45^2 - 44^2$.

► Autres développements

36 Développer et réduire l'expression suivante :

$A = (x + 5)^2 - (x^2 + 25)$.

Calculer A pour $x = 11{,}72$.

Corrigé

On utilise l'identité remarquable :
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$,
puis on supprime les parenthèses.

$A = (x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2) - (x^2 + 25)$

$A = x^2 + 10x + 25 - x^2 - 25$

$A = 10x$.

En utilisant l'expression développée, on calcule A en remplaçant x par 11,72.

$\mathbf{A = 10 \times 11{,}72 = 117{,}2}$.

37 Développer et réduire l'expression suivante, et la calculer pour $x = 20$.

$B = (x - 2)^2 + 4(x - 1)$.

38 Même exercice pour :

$C = (x + 3)(x - 2) - (x^2 - 6)$.

39 Même exercice pour :

$D = (x + 7)(x - 7) - x^2 + 99$.

40 On considère l'expression suivante :

$E = (y + 1)^2 - (y + 4)(y - 2)$.

1. Développer et réduire l'expression E.

2. En déduire, sans calculatrice, le résultat de $1\,001^2 - 1\,004 \times 998$.

41 On considère l'expression suivante :

$F = (z + 2)(z - 2) - (z - 4)(z + 3)$.

1. Développer et réduire l'expression F.

2. En déduire, sans calculatrice, le résultat de $502 \times 498 - 496 \times 503$.

PROBLÈMES

*, **, *** : niveau de difficulté du problème – C : problème corrigé (voir solution page 145).

42 * Brevet

Recopier et compléter le tableau :

a	b	c	$a \times b \times c$	$a + b$	$a - c$	b^2
– 2	1	3				
– 4	– 2	1				
5	8	2				

43 * Brevet

Recopier et compléter le tableau :

x	2	0	– 1	0,3
$2x - 5$				
$-3x + 2$				
x^3				

44 ** Brevet

Recopier et compléter le tableau ci-dessous en calculant la valeur des expressions algébriques :

x	– 3	– 1	0	0,002	0,5	11,1	20
x^2					0,25		
x^3		– 1					
$2x - 1$						21,2	

45 * Brevet

Pour $x = 2$, calculer la valeur de C :

$$C = 3(5x - 7) - 12x.$$

46 ** Brevet

Calculer :

1. $D = (a + b)c$ pour $a = 2$; $b = 3$; $c = -4$.

2. $E = \dfrac{a + b}{c + d}$ pour $a = 5$; $b = 3$; $c = 2{,}5$; $d = 1{,}5$.

47 ** Brevet

La hauteur h d'un cône est donnée par la formule :

$$h = \frac{3V}{\pi R^2}$$

où V est le volume du cône et R son rayon.

Calculer h au cm près pour $V = 753{,}6\ \text{cm}^3$ et $R = 12$ cm. (On prendra $\pi = 3{,}14$.)

48 * Brevet

Un routier quitte son entrepôt à 7 h 45 min.

Le compteur du camion indique 45 678 km. Il roule sans arrêt et arrive chez son client à 10 h 45 min. Le compteur du camion indique alors 45 873 km.

1. Combien de temps le camion a-t-il roulé ?

2. Quelle distance a-t-il parcourue ?

3. Calculer sa vitesse moyenne en km $\times$ h^{-1}.

Rappel : vitesse moyenne = $\dfrac{\text{distance}}{\text{temps}}$.

49 ** Brevet

Voici un programme de calcul :

« • *On choisit un nombre ;*
• *on lui ajoute 3 ;*
• *on élève le résultat au carré ;*
• *on retranche 25 au nombre obtenu.* »

1. Appliquer ce programme au nombre 2.
Quel nombre obtient-on ?

2. On appelle n le nombre auquel on applique le programme de calcul précédent.
Exprimer, en fonction de n, le résultat de ce programme de calcul.
Tester l'expression obtenue en donnant à n la valeur 2.

50 ** Brevet

1. Éric dit à Zoé : « *Choisis un nombre x ; ajoute 1 au triple de x ; calcule alors le carré du nombre obtenu et retranche-lui le nombre 4.* »
Quel résultat trouvera Zoé si elle choisit $x = 5$?

2. Éric propose à Zoé quatre expressions dont l'une correspond au calcul qu'il lui a fait faire.
Voici ces quatre expressions :
$A = 3(x + 1)^2 - 4$;
$B = 4 - (3x + 1)^2$;
$C = (3x + 1)^2 - 4$;
$D = (x + 3)^2 - 4$.
Quelle expression Zoé doit-elle choisir ?

51 * Brevet

Développer et réduire :
$H = 3(x - 5) + 5x$
$J = (x - 2)(x + 3)$.

52 * Brevet

Développer et réduire :

A = $3 + 2(3 - 2x)$

B = $(x - 3)^2$

C = $(x - 5)(x + 5)$.

53 ** Brevet

1. Développer et réduire les expressions suivantes :

A = $3(2x + y) - (x - y)$

B = $(2x - 3)^2$.

2. a) Donner la valeur de A pour $x = 0$ et $y = 1$.

b) Donner la valeur de B pour $x = 1{,}5$.

54 *** Brevet

1. Développer, réduire et ordonner :

$$A(x) = (3x + 1)(2x - 5).$$

2. Calculer $A(2)$; $A(-3)$ et $A\left(\frac{5}{2}\right)$.

3. Factoriser : $B(x) = 4x^2 - 9$.

55 *** Brevet C

1. Développer $A(x) = (2x + 1)(2x - 1)$.

2. Calculer $A(x)$ pour $x = \sqrt{5}$.

3. Expliquer comment on peut utiliser le résultat de la première question pour calculer $20\,001 \times 19\,999$.

56 *** Brevet

On considère l'expression :

$$E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2).$$

1. Développer et réduire E.

2. Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$?

57 *** Brevet C

1. Reproduire et compléter le tableau en appliquant le programme de calcul aux nombres indiqués (on ne demande pas d'explications).

Programme de calcul

« Choisis un nombre. Calcule son double. Soustrais 1. Calcule le carré du résultat obtenu. Soustrais 36. Note le résultat final. »

Tableau

Nombre choisi au départ	4	0	$\frac{7}{2}$	x
Résultat final				

2. On considère l'expression $R = (2x - 1)^2 - 36$.

a) Développer l'expression R. Quelle est la valeur de R pour $x = 0$?

b) Factoriser l'expression R.

58 *** Brevet

Le tableau présente six formules de calcul de la masse idéale d'une personne.

La taille et le tour de poignet sont en centimètres. La masse idéale M est en kilogrammes.	
Formule ① Homme : $M = \dfrac{22{,}7 \times \text{taille} \times \text{taille}}{10\,000}$ Femme : $M = \dfrac{22{,}4 \times \text{taille} \times \text{taille}}{10\,000}$	**Formule ②** Homme : $M = \text{taille} - 100 - \dfrac{\text{taille} - 150}{4}$ Femme : $M = \text{taille} - 100 - \dfrac{\text{taille} - 150}{2}$
Formule ③ Homme et femme : $M = \text{taille} - 110$ si taille > 175. $M = \text{taille} - 105$ si 165 < taille < 175. $M = \text{taille} - 100$ si taille < 165.	**Formule ④** Homme et femme : $M = C + A - d$ C est la taille au-dessus de 100 ; A est l'âge en dizaines d'années ; d est le nombre de décimètres de la taille au-dessus de un mètre.
Formule ⑤ Homme et femme : $M = \text{taille} - 100 + \dfrac{\text{âge}}{10} \times \dfrac{9}{10}$	**Formule ⑥** Homme et femme : $M = \dfrac{\text{taille} - 100 + 4 \times \text{tour du poignet}}{2}$

1. Dans quelle formule le tour du poignet intervient-il ?

2. Dans quelles formules l'âge de la personne intervient-il ?

3. Dans combien de formules fait-on la distinction homme/femme ?

4. Calculer, en écrivant les calculs sur votre feuille, la masse idéale d'un homme de 50 ans mesurant 1,71 m avec les formules ①, ③ et ⑤.

5. Calculer, en écrivant les calculs sur votre feuille, la masse idéale d'une femme de 40 ans mesurant 1,60 m et dont le tour de poignet mesure 15 cm avec les formules ②, ④, ⑤ et ⑥.