

Christian Henaff

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

CM2

Apprendre à comprendre
les situations mathématiques





Cet ouvrage suit l'orthographe recommandée par les rectifications de 1990 et les programmes scolaires. (voir le site : <http://www.orthographe-recommandee.info> et son miniguide d'information)

© Retz 2016

ISBN : 978-2-7256-3420-3

Numéro de projet : 10219014

Dépôt légal : mars 2016

Achévé d'imprimer en France
en mars 2016 sur les presses de SEPEC



Les reproductions d'extraits de cette publication sont autorisées dans les conditions du contrat signé entre le ministère de l'éducation nationale et le CFC (Centre d'exploitation du droit de copie).

Dans ce cadre, il est important que vous déclariez au CFC les copies que vous réalisez, lorsque votre école est sollicitée pour les enquêtes sur les photocopies de publications.

Au nom de nos auteurs et de notre maison d'édition nous vous en remercions d'avance.

Sommaire

Préambule	p. 9
Résoudre des problèmes au CM2, quelques principes clés	p. 9
Résoudre des problèmes dans les programmes de 2016	p. 10
Résoudre des problèmes à une opération	p. 11
Qu'est-ce que résoudre un problème à une opération ?	p. 11
Comment identifier la bonne opération ?	p. 11
Les caractéristiques des problèmes	p. 12
Le choix de la bonne opération	p. 13
Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 15
Qu'est-ce qu'un problème à plusieurs étapes ?	p. 15
Les problèmes à plusieurs étapes et les problèmes à plusieurs questions	p. 15
Les problèmes à étapes avec ou sans les questions intermédiaires	p. 16
Les problèmes compliqués	p. 16
Quels sont les prérequis à la résolution des problèmes à étapes ?	p. 17
Quels sont les apprentissages à programmer ?	p. 17
La sélection des informations contenues dans l'énoncé	p. 17
L'utilisation des réponses aux questions intermédiaires	p. 17
L'identification des questions intermédiaires	p. 17
La présentation de la solution	p. 18
Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 19
Qu'est-ce qu'un problème de proportionnalité ?	p. 19
Quelles sont les procédures de résolution de problèmes de proportionnalité ?	p. 20
Utilisation d'un tableau de proportionnalité	p. 20
Passage par l'unité	p. 21
Quels sont les apprentissages à programmer ?	p. 21
Les propriétés de linéarité	p. 21
Le passage par l'unité	p. 22

Quels autres problèmes de proportionnalité faut-il résoudre ?	p. 22
Les problèmes de pourcentages	p. 22
Les problèmes relatifs aux moyennes	p. 23
Les problèmes relatifs aux échelles	p. 23
Résoudre des problèmes portant sur les grandeurs et la mesure	p. 24
Que faut-il enseigner concernant les problèmes de grandeurs et mesure ?	p. 24
Quelles sont les grandeurs à étudier en résolution de problèmes ?	p. 25
Les longueurs, les masses et les contenances	p. 25
Les aires	p. 25
Les durées	p. 25
Résoudre des problèmes particuliers	p. 27
Quels problèmes appartiennent à cette catégorie ?	p. 27
Les problèmes présentés avec un graphique ou un histogramme	p. 27
Les problèmes portant sur les fractions	p. 27
Comprendre les énoncés des problèmes	p. 28
Que signifie « comprendre un énoncé » ?	p. 28
Comment s'approprier l'énoncé ?	p. 29
Qu'est-ce que repérer et traiter les informations ?	p. 30
Quand enseigner la lecture des énoncés ?	p. 30
Comment trier les informations utiles et inutiles ?	p. 31
Faut-il enseigner le repérage des mots clés ?	p. 32
Comment enseigner la lecture de graphiques ou d'histogrammes ?	p. 32
Produire le résultat exact par le calcul	p. 33
Bien calculer, est-ce important en résolution de problèmes ?	p. 33
Apprend-on à calculer lors de séances de résolution de problèmes ?	p. 33
Est-il judicieux de laisser les répertoires à disposition pour le calcul ?	p. 34
Est-il souhaitable de faire produire les résultats par le dessin ou par la manipulation ?	p. 34

Résoudre des problèmes de recherche	p. 35
Quelle est la place des problèmes de recherche dans les programmes ?	p. 35
Quels sont les objectifs de la pratique ?	p. 35
Comment mettre en œuvre les séances ?	p. 36
Les outils pour la classe	p. 37
Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages	p. 37
Les fiches pédagogiques	p. 37
Les supports collectifs	p. 38
Les fiches de problèmes	p. 38
Annexe 1 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction	p. 39
Annexe 2 – Programmation des apprentissages	p. 43
Annexe 3 – Tableau récapitulatif des outils	p. 44

Période 1

Séquence 1	Résoudre des problèmes à une opération	p. 47
Séance 1A	Les problèmes d'addition et de soustraction	p. 48
Séance 1B	Les problèmes de multiplication et de division	p. 50
Séance 1C	Le choix entre les 4 opérations – Entraînement	p. 52
Séquence 2	Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 55
Séance 2A	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires – 1	p. 56
Séance 2B	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires – 2	p. 58
Séance 2C	Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires – 3	p. 60

Période 2

Séquence 3	Résoudre des problèmes particuliers	p. 63
Séance 3A	Les histogrammes	p. 64
Séance 3B	Les graphiques	p. 66

Séquence 4	Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 69
Séance 4A	L'identification des questions intermédiaires – 1	p. 70
Séance 4B	L'identification des questions intermédiaires – 2	p. 72
Séance 4C	L'identification des questions intermédiaires – 3	p. 74
Séquence 5	Évaluation	p. 77
Séance 5A	Évaluation des apprentissages menés en périodes 1 et 2	p. 78

Période 3

Séquence 6	Résoudre des problèmes de recherche	p. 79
Séance 6A	Organiser sa recherche – 1	p. 80
Séance 6B	Organiser sa recherche – 2	p. 81
Séance 6C	Organiser sa recherche – 3	p. 83
Séance 6D	Organiser sa recherche – 4	p. 85
Séquence 7	Résoudre des problèmes particuliers	p. 87
Séance 7A	Les fractions – 1	p. 88
Séance 7B	Les fractions – 2	p. 89

Période 4

Séquence 8	Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 93
Séance 8A	Les tableaux de linéarité – 1	p. 94
Séance 8B	Les tableaux de linéarité – 2	p. 96
Séance 8C	Le passage par l'unité	p. 98
Séquence 9	Résoudre des problèmes de grandeurs et mesure	p. 101
Séance 9A	Longueurs, masses et contenances – Entraînement	p. 102
Séance 9B	Mesure d'aires	p. 103
Séance 9C	Longueurs et mesure d'aires	p. 106

Période 5

Séance 9D	Durées	p. 107
Séquence 10	Résoudre des problèmes de proportionnalité	p. 109
Séance 10A	Les pourcentages – 1	p. 110
Séance 10B	Les pourcentages – 2	p. 112
Séance 10C	Les moyennes	p. 113
Séance 10D	Les échelles	p. 115
Séquence 11	Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 119
Séance 11A	Organiser une démarche longue	p. 120
Séquence 12	Évaluation de fin d'année	p. 123
Séance 12A	Évaluation	p. 124
Présentation du CD-Rom		p. 126
Utilisation du CD-Rom		p. 128

Préambule

La résolution de problèmes est un domaine de réinvestissement de savoir-faire. Elle éclaire donc sur la capacité des élèves à mettre en œuvre ce qu'ils ont appris par ailleurs, ce qui lui confère une importance incontestable.

Au cycle des approfondissements, de nombreux élèves y sont en échec de façon répétée car ils se perdent dans la globalité de l'activité. Pour certains, c'est la compréhension des énoncés qui semble faire obstacle, pour d'autres, c'est le sens des opérations. Presque tous ont un point commun, ils manquent de méthodes pour aborder un problème.

La pratique de l'activité, même régulière, ne suffit pas à combler ce déficit car tous les élèves ne sont pas en mesure de tisser par eux-mêmes le réseau des compétences à mobiliser.

La résolution de problèmes constitue donc un domaine d'enseignement à part entière.

- Son enseignement concerne les contenus mathématiques définis par les programmes, mais aussi une méthodologie de résolution visant à apporter à chaque élève les moyens de tirer parti de son potentiel, grâce à des comportements appropriés et des savoir-faire solidement installés.
- Une progression identifiant et articulant tous les objectifs doit structurer l'enseignement. C'est à cette condition que l'élève pourra donner du sens à ce qu'on lui apprend.
- Une programmation des apprentissages dans le temps doit permettre de tous les mener à bien. Pour cela, une séance hebdomadaire doit être inscrite à l'emploi du temps, la fréquence et la régularité de la pratique étant des facteurs de réussite.

Inscrite dans cette logique, l'évaluation permet de mesurer avec précision l'évolution des compétences des élèves, par l'observation et l'étayage de l'activité pendant et à l'issue de chaque séance, mais aussi lors de bilans fournissant aux enseignants matière à une analyse fine et objective des résultats.

Résoudre des problèmes au CM2, quelques principes clés

La conception de notre ouvrage, et donc de notre enseignement de la résolution de problèmes, s'appuie sur quelques principes clés qui ont guidé la préparation des outils pour enseigner.

1. L'enseignement doit s'appuyer sur des temps collectifs ritualisés en début de séances, permettant de présenter et d'expliquer les nouveaux savoirs et savoir-faire, de résoudre des problèmes exemples ou de rappeler des connaissances.
2. L'utilisation systématique d'un affichage collectif doit permettre à chaque élève de disposer de repères visuels qui favorisent la compréhension et de bénéficier des interactions qui sont facilitées par le dispositif.
3. L'entraînement individuel doit tenir une place essentielle dans l'apprentissage. Il a pour support des fiches de problèmes prévues pour automatiser les savoir-faire autant que possible, afin de donner à chaque élève les moyens de gravir les échelons de la difficulté.

Pour conclure, rappelons que la qualité de la mise en œuvre des séances tient une place déterminante dans la réussite du projet d'enseignement. Elle doit s'effectuer dans des conditions favorisant les apprentissages, l'attention, l'écoute et l'implication des élèves, le respect du contrat didactique en étant des illustrations. L'enseignant y joue un rôle essentiel, tantôt animant ou régulant le groupe, tantôt étayant avec exigence et bienveillance l'activité d'un élève.

Résoudre des problèmes, dans les programmes de 2016

Les programmes pour le cycle 3 réaffirment l'importance de la résolution de problèmes dans les enseignements mathématiques : « *Dans la continuité des cycles précédents, le cycle 3 assure la poursuite du développement des six compétences majeures des mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. La résolution de problèmes constitue le critère principal de la maîtrise des connaissances dans tous les domaines des mathématiques, mais elle est également le moyen d'en assurer une appropriation qui en garantit le sens...* »

Ils déterminent les types de problèmes à proposer aux élèves :

« *Les situations sur lesquelles portent les problèmes sont, le plus souvent, issues d'autres enseignements, de la vie de classe ou de la vie courante. Les élèves fréquentent également des problèmes issus d'un contexte interne aux mathématiques...*

... *On veille aussi à proposer aux élèves des problèmes pour apprendre à chercher qui ne soient pas directement reliés à la notion en cours d'étude, qui ne comportent pas forcément une seule solution, qui ne se résolvent pas uniquement avec une ou plusieurs opérations mais par un raisonnement et des recherches par tâtonnements...* »

La résolution de problèmes est présente dans les six compétences majeures des mathématiques, de façon explicite (dans les compétences 1 à 4) ou implicite (dans les compétences 5 et 6) :

1. Chercher

- Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc.
- S'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses, en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques déjà rencontrées, en élaborant un raisonnement adapté à une situation nouvelle.
- Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

2. Modéliser

- Utiliser les mathématiques pour résoudre quelques problèmes issus de situations de la vie quotidienne.
- Reconnaître et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

3. Représenter

- Utiliser des outils pour représenter un problème : dessins, schémas, diagrammes, graphiques, écritures avec parenthésages...

4. Raisonner

- Résoudre des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche qui combine des étapes de raisonnement.

5. Calculer

- Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne, ou en posant les opérations).
- Contrôler la vraisemblance de ses résultats.

6. Communiquer

- Utiliser progressivement un vocabulaire adéquat et/ou des notations adaptées pour décrire une situation, exposer une argumentation.
- Expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

Enfin, dans les Repères de progressivité, on peut lire :

« *La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :*

- *les nombres mis en jeu ;*
- *le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves ;*
- *les supports envisagés pour la prise d'informations.*

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations, l'objectif est d'automatiser la reconnaissance de l'opération en fin de cycle 3. »

Il faut maintenant procéder à l'étude des contenus à enseigner, ce qui permettra de déterminer les objectifs spécifiques au CM2, puis d'élaborer une progression et une programmation cohérentes.

Résoudre des problèmes à une opération

1. Qu'est-ce que résoudre un problème à une opération ?

Prenons un exemple :

Exemple – Le tir à l'arc : *Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Bibi a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Loulou, son partenaire d'entraînement et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. Combien Loulou a-t-il marqué de points ?*

La résolution (écrite) de ce problème comporte quatre tâches :

- la lecture de l'énoncé ;
- l'identification de l'opération qui permet de répondre à la question ;
- le calcul du résultat ;
- la rédaction de la réponse.

Pour résoudre un problème, comprendre l'énoncé nous est indispensable, nous y reviendrons, mais cela ne suffit pas. Il nous faut aussi savoir quelle opération correspond à ce que nous avons compris du texte.

2. Comment identifier la bonne opération ?

Identifier la bonne opération, c'est choisir l'outil mathématique approprié pour répondre à la question posée. Pour cela, il faut disposer de règles simples et applicables à tous les problèmes.

Chaque opération constitue l'outil approprié pour résoudre les problèmes d'une famille, famille elle-même constituée de plusieurs catégories. Par exemple, cinq catégories composent la famille des problèmes d'addition et neuf composent la famille des problèmes de soustraction (cf. annexe 1 – Catégorisation des problèmes, p. 39).

L'étude de toutes les catégories est nécessaire. Elle permet de repérer les caractéristiques de chacune, mais aussi de déconstruire les représentations erronées que se créent les élèves, comme « *Lorsque j'enlève, je fais toujours une soustraction* » ou bien « *Lorsqu'il y a de plus dans l'énoncé, j'utilise toujours l'addition* ».

Les problèmes à une opération dans la programmation du CM2

Au CM2, l'objectif est de rendre le choix de l'opération encore plus rapide, voire immédiat. C'est la raison pour laquelle nous avons exposé ci-dessus une démarche visant à utiliser des règles de choix prenant appui sur des repères déjà installés au cours des années précédentes (cf. *Résoudre des problèmes au CE1, au CE2 et au CM1*).

Période 1 / Séquence 1 : Résoudre des problèmes à une opération

- Les problèmes d'addition et de soustraction, 1 séance : 1A
- Les problèmes de multiplication et de division, 1 séance : 1B
- Le choix entre les 4 opérations, 1 séance : 1C

Attention ! Il ne serait pas raisonnable de penser que ces trois séances peuvent transformer les mauvaises habitudes prises par les élèves les plus fragiles, notamment celle consistant à écrire un calcul « au hasard » pour résoudre un problème. Pour ces élèves, il est nécessaire de prévoir une démarche adaptée, utilisant des outils prévus pour les apprentissages qui constituent les prérequis au CM2.

Notons, pour conclure, que le choix de l'opération est sollicité dans les problèmes à plusieurs étapes et que ceux-ci permettront de l'entraîner.

Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

1. Qu'est-ce qu'un problème à plusieurs étapes ?

Les problèmes à plusieurs étapes et les problèmes à plusieurs questions

Les problèmes à plusieurs questions

Exemple : Au marché, Louis achète 5 caisses de 12 melons à 15 euros la caisse.

- 1) Combien achète-t-il de melons ?
- 2) Combien paie-t-il ?

Réponse :

- 1) $12 \times 5 = 60$. Il achète 60 melons.
- 2) $15 \times 5 = 75$. Il paie 75 euros.

Les deux questions sont indépendantes l'une de l'autre. Le traitement des deux questions n'est pas nécessairement chronologique. Toutes les informations à utiliser sont présentes explicitement dans le texte.

Les problèmes à plusieurs étapes

Exemple : Au marché, Louis achète 5 caisses de 12 melons à 1,50 euro le melon.

- 1) Combien achète-t-il de melons ?
- 2) Combien paie-t-il ?

Réponse :

- 1) $12 \times 5 = 60$. Il achète 60 melons.
- 2) $1,50 \times 60 = 90$. Il paie 90 euros.

Les deux questions sont liées. Il faut répondre à la question 1 avant de répondre à la question 2, la question 1 étant une étape intermédiaire.

Toutes les informations à utiliser ne sont pas présentes explicitement dans le texte, puisqu'il faut construire l'une d'elles (*le nombre de melons achetés*) pour pouvoir répondre à la question 2.

Les problèmes à étapes avec ou sans les questions intermédiaires

Les problèmes à plusieurs étapes sans les questions intermédiaires

Exemple : Au marché, Louis achète 5 caisses de 12 melons à 1,50 euro le melon. Combien paie-t-il ?

Parfois, seule la dernière question est écrite. Il faut alors identifier la (ou les) question(s) intermédiaire(s) et y répondre pour, dans un second temps, résoudre le problème posé.

REMARQUE

- On peut résoudre ce problème en écrivant un seul calcul, à savoir $(12 \times 5) \times 1,50$. Mais au cycle 3, il est préférable de faire identifier et traiter les questions intermédiaires, l'élève apprenant ainsi à structurer sa démarche de résolution. □

Les problèmes combinant questions indépendantes et questions liées

Exemple : Au marché, Louis achète 5 caisses de 12 melons à 9 euros la caisse. Pour payer, il donne au commerçant un billet de 100 euros.

- 1) Combien achète-t-il de melons ?
- 2) Combien paie-t-il ?
- 3) Combien le commerçant doit-il lui rendre ?

Réponse :

- 1) $12 \times 5 = 60$. Il achète 60 melons.
- 2) $15 \times 5 = 75$. Il paie 75 euros.
- 3) $100 - 75 = 25$. Le commerçant doit lui rendre 25 euros.

La question 1 est indépendante des deux autres. Mais il faut répondre à la question 2 avant de répondre à la question 3.

Les problèmes compliqués

Le nombre des étapes ou des questions est un paramètre de la difficulté d'un problème, à plus forte raison s'il faut identifier les questions intermédiaires.

Au CM2, il est possible de proposer des problèmes à 5, voire 6, étapes si les questions intermédiaires sont données. Mais il est préférable de limiter le nombre des questions à identifier à 3.

Lorsque leur nombre est plus élevé, la démarche de résolution est longue, on parle alors de problème compliqué. Au CM2, la pratique de ces problèmes est exceptionnelle et encadrée par une phase collective au cours de laquelle les étapes de la résolution sont identifiées.

Exemple :

Rédige les questions intermédiaires et résous le problème.

- 1 • **Le sauté de veau aux poireaux** – Ce midi, un groupe de 12 enfants et 28 adultes est attendu au restaurant « À la bonne table ». Jean, le cuisinier du restaurant, doit préparer son plat favori : le sauté de veau aux poireaux.

Il prend sa recette et lit la liste des ingrédients pour **4 personnes** :

- 600 grammes de veau
- 500 grammes de poireaux
- 40 grammes de raisins secs
- ½ oignon

Jean fait les courses. Il achète tout ce dont il a besoin. Les prix sont les suivants :

- 13 € le kilo de viande de veau
- 2,50 € le kilo de poireaux
- 2,50 € le sachet de 300 grammes de raisins secs
- 1,25 € le paquet de 3 oignons

Il achète aussi une plaquette de beurre à 2 €.

Jean voudrait savoir combien coute ce plat pour chaque personne.

1.
2.
3.
4.
5.
6. *Quel est le prix de revient par personne du sauté de veau aux poireaux ?*

2. Quels sont les prérequis à la résolution des problèmes à étapes ?

Pour aborder la résolution des problèmes à plusieurs étapes, chaque élève doit savoir résoudre des problèmes à une étape, c'est-à-dire savoir dans quelles conditions on utilise chaque opération.

Toutefois, il s'avère que la résolution des problèmes à étapes permet de consolider cette compétence.

3. Quels sont les apprentissages à programmer ?

La sélection des informations contenues dans l'énoncé

Exemple : Un transporteur doit livrer 85 tonnes de sable à une entreprise qui fabrique du béton, avec son camion qui permet de transporter 5 tonnes à chaque voyage.

Ce transporteur a commencé sa livraison et il a déjà effectué 9 voyages.

- 1) Combien a-t-il déjà livré de sable ?
- 2) Combien lui reste-t-il de sable à livrer ?
- 3) Combien doit-il encore effectuer de voyages ?

Pour répondre à la question 1, on utilise les informations surlignées. On laisse ainsi de côté l'information soulignée (Un transporteur doit livrer 85 tonnes de sable) qui servira pour répondre à la question 2 et qui n'est donc pas une information inutile.

Il faut apprendre aux élèves à localiser la ou les informations permettant de répondre à la question.

L'utilisation des réponses aux questions intermédiaires

Exemple : Un transporteur doit livrer 85 tonnes de sable à une entreprise qui fabrique du béton, avec son camion qui permet de transporter 5 tonnes à chaque voyage.

Ce transporteur a commencé sa livraison et il a déjà effectué 9 voyages.

- 1) Combien a-t-il déjà livré de sable ?
- 2) Combien lui reste-t-il de sable à livrer ?
- 3) Combien doit-il encore effectuer de voyages ?

Réponse :

1) $5 \times 9 = 45$. Il a déjà livré 45 tonnes de sable.

Dans les problèmes à une opération, les informations à utiliser sont toujours données dans l'énoncé. Dans les problèmes à plusieurs étapes, pour répondre à la question 2, on doit utiliser une information de l'énoncé et la réponse à la question 1. *A priori*, cela ne semble pas constituer un obstacle. Or, quand on interroge les élèves, on constate que, pour certains, utiliser la réponse de la question 1 pour répondre à la question 2 est interdit.

Il faut donc expliciter le statut des réponses trouvées :

Les réponses aux premières questions d'un problème à plusieurs étapes constituent de nouvelles informations dont on va se servir par la suite.

Il convient également d'entraîner le regard des élèves à chercher les informations dans les réponses car leur regard reste parfois figé sur le texte de l'énoncé, suivant des habitudes bien installées. Les temps collectifs consacrés à la méthodologie répondent parfaitement à ce besoin.

L'identification des questions intermédiaires

Exemple : Un transporteur doit livrer 85 tonnes de sable à une entreprise qui fabrique du béton, avec son camion qui permet de transporter 5 tonnes à chaque voyage.

Ce transporteur a commencé sa livraison et il a déjà effectué 9 voyages.

Combien doit-il encore effectuer de voyages ?

Identifier les questions intermédiaires, c'est trouver le chemin à suivre, construire la démarche de résolution. Seule la dernière question étant écrite, on peut considérer que la ou les questions intermédiaires sont « cachées ».

Deux stratégies possibles d'identification des questions intermédiaires

- Chercher à identifier quelles informations manquent pour répondre à la question écrite.

Exemple : *La masse de sable qu'il reste à transporter, car elle n'est pas directement disponible.*

Avantage de cette stratégie : elle est centrée sur la résolution du problème posé.

Inconvénient : elle nécessite de prendre le problème par la fin et de « remonter le courant ». Elle s'avère difficile à mettre en œuvre sur des problèmes longs.

- Chercher quelle nouvelle information peut être construite à partir des informations disponibles dans le texte.

Exemple : *La masse de sable déjà transportée.*

Avantage de cette démarche : elle est facile d'accès.

Inconvénient : on avance parfois « à l'aveugle », sans savoir si la nouvelle information sera utile.

Il n'y a pas de modèle unique à enseigner aux élèves.

Dans certains cas, il est plus pertinent d'identifier quelles sont les informations manquantes, alors que dans d'autres, c'est l'utilisation des informations disponibles qui s'avèrera être la bonne stratégie.

REMARQUE

- Lors de la résolution de problèmes à deux étapes (ayant une seule question intermédiaire), on permet aux élèves de mettre en œuvre les deux démarches. □

Exemple : *De nouveaux élèves sont attendus à l'école et, pour les accueillir, il faut acheter quelques tables.*

La directrice dispose d'un budget de 600 euros, alors elle commande 8 nouvelles tables à 53 euros pièce.

1)

2) *Combien va-t-il rester d'argent ?*

L'élève peut utiliser les informations surlignées pour en calculer une nouvelle : *la somme dépensée*. *La somme dépensée*, c'est aussi ce qui manque pour répondre à la question 2.

La préparation des supports

Deux paramètres doivent être pris en compte :

- En phase d'apprentissage, il est pertinent de baliser la recherche des questions intermédiaires en indiquant le nombre. Ce sera le cas tout au long du CM2.
- La rédaction des questions intermédiaires doit être intégrée à l'activité car elle constitue l'une des tâches de la résolution d'un problème.

La présentation du problème devient alors :

Exemple : *Un transporteur doit livrer 85 tonnes de sable à une entreprise qui fabrique du béton, avec son camion qui permet de transporter 5 tonnes à chaque voyage.*

Ce transporteur a commencé sa livraison et il a déjà effectué 9 voyages.

1)

2)

3) *Combien doit-il encore effectuer de voyages ?*

La présentation de la solution

Chaque enseignant doit expliciter ses propres attentes en matière de présentation, à l'occasion de la résolution collective d'exemples. L'organisation dans la page ou la présence des calculs posés (à condition qu'ils soient légitimes !) en sont des illustrations.

Toutefois, deux invariants contraignent la rédaction de la solution :

- La réponse est constituée du calcul écrit en ligne et d'une phrase pour chaque question.
- Le numéro de chaque question doit être reporté en début de réponse.

Exemple de présentation de la solution :

1) $5 \times 9 = 45$

Il a déjà livré 45 tonnes de sable.

2) $85 - 45 = 40$

Il lui reste 40 tonnes de sable à livrer.

3) $40 = (5 \times 8) + 0$

Il doit encore effectuer 8 voyages. Il restera 0 tonne de sable.

Les problèmes à plusieurs étapes dans la programmation du CM2

Au CM2, le premier objectif est de consolider ce qui a été appris au CM1. La résolution de problèmes à plusieurs étapes dont les questions intermédiaires sont données dans l'énoncé, répond à ce besoin de progressivité dans les apprentissages.

Ainsi, les élèves s'habituent à suivre le chemin tracé par l'ensemble des questions et s'approprient la structure de ces problèmes. Par ailleurs, ils rédigent aussi des problèmes, ce qui favorise la compréhension de la structure des problèmes à étapes. Pour cela, il s'avère pertinent d'imposer des contraintes de structure. Alors, il devient possible au plus grand nombre d'identifier les questions intermédiaires des problèmes à plusieurs étapes.

Les compétences acquises sont ensuite mobilisées lors de la résolution de problèmes de tous types.

Période 1 / Séquence 2 – Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

→ Problèmes à plusieurs étapes avec les questions intermédiaires, 3 séances : 2A, 2B et 2C.

Période 2 / Séquence 4 – Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

→ L'identification des questions intermédiaires, 3 séances : 4A, 4B et 4C.

Les compétences développées sont entraînées lors de séquences consacrées à des contenus spécifiques (proportionnalité, grandeurs et mesures,...) tout au long des périodes 3, 4 et 5.

Période 5 / Séquence 11 – Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

→ Résoudre un problème compliqué, 1 séance : 11A.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

1. Qu'est-ce qu'un problème de proportionnalité ?

Une situation est dite de proportionnalité lorsque 2 séries de nombres sont liées entre elles par un coefficient multiplicateur.

Exemple : Chaque mois, Léa met de côté la même somme d'argent pour acheter une voiture.

En 3 mois, elle a économisé la somme de 1 000 €.

1) *Si elle continue à ce rythme, quelle somme aura-t-elle économisée au bout de 18 mois ?*

2) *Quelle somme aura-t-elle économisée au bout de 30 mois ?*

Un problème de proportionnalité questionne sur les deux séries de nombres ou sur le coefficient multiplicateur.

Résoudre des problèmes à plusieurs étapes

Compétences :

Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes.

- **La séquence doit permettre de consolider ce qui a été appris au CM1.**

Les caractéristiques de la résolution des problèmes à plusieurs étapes sont les suivantes :

- Pour résoudre un problème à étapes, on répond aux questions dans l'ordre.
- Chaque réponse est une nouvelle information qu'on peut utiliser pour les questions suivantes.
- Pour chaque question :
 - on recopie le numéro,
 - on écrit le calcul en ligne et la phrase réponse.
- On saute une ligne entre deux réponses.

Les élèves ont étudié ces caractéristiques au CM1 ; par conséquent, la séquence n'a pas pour objectifs de les faire identifier mais de les réactiver et d'améliorer leur utilisation.

Il faudra procéder à leur rappel en début de séquence.

- **La résolution collective d'exemples permet de modéliser l'activité.**

En effet, elle permet à chaque élève de vivre la démarche qui consiste à résoudre successivement plusieurs problèmes à une opération. La lecture de l'énoncé, avec pour chaque question l'identification des informations à utiliser, peut alors faire l'objet d'une attention particulière.

Chaque séance commencera par un temps collectif qui sera consacré tout ou partie à la résolution d'un problème, favorisant ainsi les apprentissages méthodologiques.

- **La rédaction de problèmes à 2 étapes contribue à la compréhension de la structure de ces problèmes.**

En rédigeant un problème à étapes, puis en le résolvant, les élèves repèrent les liens qui unissent les questions et l'organisation des informations de l'énoncé.

L'activité sera programmée lors des séances 2 et 3 de la séquence 2.

- **La résolution individuelle de problèmes de plus en plus longs permet de consolider les apprentissages méthodologiques.**

Les problèmes à résoudre lors de la phase individuelle seront de plus en plus longs.



Objectif de la séquence

Résoudre un problème à plusieurs étapes dont les questions intermédiaires écrites sont dans l'énoncé.

Plan de la séquence

- Séance 2A : Les problèmes à plusieurs étapes avec les questions intermédiaires - 1
- Séance 2B : Les problèmes à plusieurs étapes avec les questions intermédiaires - 2
- Séance 2C : Les problèmes à plusieurs étapes avec les questions intermédiaires - 3

Matériel

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PDF.



Fiches individuelles pour les élèves

Pour chaque séance :

- une série de problèmes à effectuer ;
- une fiche donnant les corrigés des problèmes.

Les problèmes à étapes avec questions intermédiaires – 1

Séance 2A

Durée : 50 min

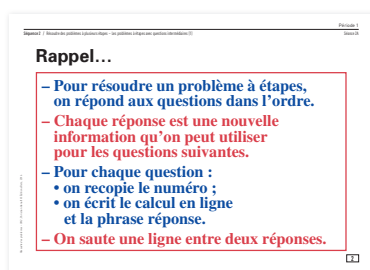
Objectif Résoudre un problème à plusieurs étapes dont les questions intermédiaires sont écrites dans l'énoncé.

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

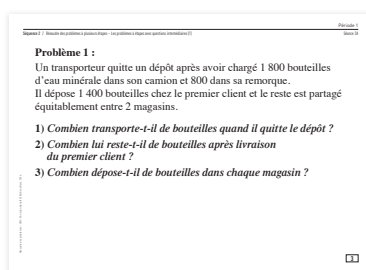
- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée aux problèmes à plusieurs étapes.

2. Rappel collectif des caractéristiques de la résolution de problèmes à plusieurs étapes



diapositive 2

La diapositive 2 est destinée à réactiver ce qui a été appris au CM1.



diapositive 3

- Faire lire les phrases.
- Annoncer la résolution collective d'un problème qui servira d'exemple. Projeter et lire la diapositive 3 (l'énoncé du problème).

3. Résolution collective d'un problème à plusieurs étapes

- Passer à la diapositive 4. Faire lire la question 1.
- Faire identifier les informations permettant d'y répondre.
- Faire énoncer le calcul à écrire (diapositive 5).
- Faire formuler la phrase réponse (diapositive 6).

Fiche élève 2A.

Les élèves en auront besoin pendant la phase collective.

Affichage collectif 2A.

Ces caractéristiques ont été étudiées au CM1.

Les règles de présentation sont nécessaires à la lisibilité de la réponse.

La seconde phrase attire l'attention sur le rôle des réponses intermédiaires dans la résolution.

Les informations permettant de répondre à la question 1 ne sont pas de simples données numériques mais des morceaux d'une phrase.

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé **1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque.** Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.

1) **Combien transporte-t-il de bouteilles quand il quitte le dépôt ?**
2)
3)

Solution :
1)

diapositive 4

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.

1) **Il transporte 2 600 bouteilles quand il quitte le dépôt.**
2)
3)

Solution :

diapositive 6

Les diapositives 4 à 6 présentent les étapes à suivre pour répondre à la question 1.

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. **Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client** et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.

1) **Il transporte 2 600 bouteilles quand il quitte le dépôt.**
2) **Combien lui reste-t-il de bouteilles après la livraison du premier client ?**
3)

Solution :
2)

diapositive 7

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.

1) Il transporte 2 600 bouteilles quand il quitte le dépôt.
2) **Il lui reste 1 200 bouteilles après la livraison du premier client.**
3)

Solution :

diapositive 9

Les diapositives 7 à 9 présentent les étapes à suivre pour répondre à la question 2.

- Pour répondre à la question 2, procéder comme pour la question 1.

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client **et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.**

1) Il transporte 2 600 bouteilles quand il quitte le dépôt.
2) **Il lui reste 1 200 bouteilles après la livraison du premier client.**
3) **Combien dépose-t-il de bouteilles dans chaque magasin ?**

Solution :
3)

diapositive 10

Problème 1 – Correction et résolution :
Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client **et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.**

1) Il transporte 2 600 bouteilles quand il quitte le dépôt.
2) **Il lui reste 1 200 bouteilles après la livraison du premier client.**
3) **Combien dépose-t-il de bouteilles dans chaque magasin ?**

Solution :
3) $1\ 200 \div 2 = 600$
Il dépose 600 bouteilles dans chaque magasin.

diapositive 11

Les diapositives 10 et 11 présentent les étapes à suivre pour répondre à la question 3.

4. Application individuelle

- Faire résoudre les problèmes 2 et 3 de la fiche photocopiée.

Résous les problèmes suivants.
Présente tes réponses en respectant les contraintes indiquées ci-dessus.

❶ Un transporteur quitte un dépôt après avoir chargé 1 800 bouteilles d'eau minérale dans son camion et 800 dans sa remorque. Il dépose 1 400 bouteilles chez le premier client et le reste est partagé équitablement entre 2 magasins.

- Combien transporte-t-il de bouteilles quand il quitte le dépôt ?
- Combien lui reste-t-il de bouteilles après livraison du premier client ?
- Combien dépose-t-il de bouteilles dans chaque magasin ?

❷ Lucie économise 100 euros par mois pour s'acheter un téléviseur grand écran à 900 euros et un VTT à 700 euros. Au bout d'un an, elle achète le téléviseur.

- Combien a-t-elle économisé en un an ?
- Combien lui reste-t-il après l'achat du téléviseur ?
- Combien lui manque-t-il pour acheter le VTT ?
- Si elle continue ainsi, pendant combien de mois devra-t-elle encore économiser pour s'acheter le VTT ?

Problème supplémentaire

❸ À l'arboretum, les prix d'entrée sont les suivants : 8 euros par adulte et 4 euros par enfant. Ce mercredi, 120 adultes ont payé leur entrée et il y a eu 90 enfants de plus que d'adultes.

- Combien d'enfants sont venus à l'arboretum ce mercredi ?
- Quelle a été le montant de la recette pour les enfants ?
- Quelle a été le montant de la recette pour les adultes ?
- Quelle a été le montant total de la recette de la journée ?

❹ Florie la fleuriste a 180 tulipes. Elle confectionne un bouquet de 20 tulipes qu'elle place dans la vitrine de sa boutique. Avec les autres tulipes, elle va préparer des bouquets composés de 8 fleurs. Puis elle vendra ses bouquets 10 euros chaque.

- Combien lui reste-t-il de tulipes pour faire les bouquets ?
- Combien de bouquets Florie va-t-elle pouvoir préparer ?
- Combien pourra-t-elle gagner d'argent en vendant tous ses bouquets ?

- Le problème supplémentaire ci-dessus est prévu pour les élèves ayant terminé avant la fin du temps imparti.

On fera remarquer que d'autres informations de l'énoncé ne sont pas utiles pour répondre à cette question.

Une des informations à utiliser est la réponse à la question 1. On attirera l'attention des élèves sur cette particularité des problèmes à plusieurs étapes. On insistera donc sur la nécessité de faire porter le regard aussi sur les réponses intermédiaires.

Répéter la remarque faite pour répondre à la question 2.

Fiche élève 2A.

Pendant la phase individuelle, veiller à ce que les élèves appliquent les règles énoncées lors de la phase collective.

Se référer si besoin à la Fiche élève 2A – Corrigés.