

C. Henaff - Ch. Henaff - S. Peyronie - K. Sarre - P. Vilatte

CALCUL MENTAL

CE1

Acquérir et mémoriser
des stratégies

RETZ

editions-retz.com

Sommaire

Introduction	p. 5
Le calcul mental dans les programmes	p. 5
Ce qui inspire notre démarche	p. 6
Ce que nous devons enseigner	p. 11
Programmation des apprentissages	p. 18
Glossaire	p. 21
Présentation des symboles utilisés	p. 23

Période 1

	p. 25
Semaine 1	p. 26
Semaine 2	p. 27
Semaine 3	p. 28
Semaine 4	p. 31
Semaine 5	p. 34
Semaine 6	p. 38

Période 2

	p. 42
Semaine 7	p. 43
Semaine 8	p. 46
Semaine 9	p. 51
Semaine 10	p. 53
Semaine 11	p. 56
Semaine 12	p. 59

Période 3

	→	p. 63
Semaine 13		p. 64
Semaine 14		p. 67
Semaine 15		p. 70
Semaine 16		p. 73
Semaine 17		p. 77
Semaine 18		p. 80

Période 4

	→	p. 83
Semaine 19		p. 84
Semaine 20		p. 88
Semaine 21		p. 92
Semaine 22		p. 95
Semaine 23		p. 98
Semaine 24		p. 102

Période 5

	→	p. 105
Semaine 25		p. 106
Semaine 26		p. 109
Semaine 27		p. 113
Semaine 28		p. 116
Semaine 29		p. 119
Semaine 30		p. 122

Présentation de l'application		p. 126
--	--	---------------

Introduction

Le calcul mental dans les programmes

Les programmes définissent le cahier des charges de l'enseignement du calcul mental au cycle 2, cycle auquel appartient le CE1. Six compétences majeures y sont définies pour les mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. Une compétence chapeaute le domaine « Calculer » : **calculer avec des nombres entiers**. Dans l'introduction du domaine « Nombres et calculs », on relève :

- La connaissance des nombres entiers et du calcul est un objectif majeur du cycle 2. Elle se développe en appui sur les quantités et les grandeurs, en travaillant selon plusieurs axes...
- L'appropriation de stratégies de calcul adaptées aux nombres et aux opérations en jeu. Ces stratégies s'appuient sur la connaissance de faits numériques mémorisés (répertoires additif et multiplicatif, connaissance des unités de numération et de leurs relations, etc.) et sur celle des propriétés des opérations et de la numération. Le calcul mental est essentiel dans la vie quotidienne où il est souvent nécessaire de parvenir rapidement à un ordre de grandeur du résultat d'une opération, ou de vérifier un prix, etc.

L'attendu de fin de cycle « Calculer avec des nombres entiers » définit ce qui doit être enseigné au cycle 2

- Mémoriser des faits numériques et des procédures :
 - tables de l'addition et de la multiplication ;
 - décompositions additives et multiplicatives de 10 et de 100, compléments à la dizaine supérieure, à la centaine supérieure, multiplication par 10 et par 100, doubles et moitiés de nombres d'usage courant, etc.
- Mobiliser en situation ses connaissances de faits numériques et ses connaissances sur la numération pour, par exemple :
 - répondre à des questions comme : $7 \times 4 = ?$; $28 = 7 \times ?$; $28 = 4 \times ?$, etc. ;
 - retrouver que 24×10 , c'est 24 dizaines, c'est 240.

Calcul mental et calcul en ligne

- Traiter à l'oral et à l'écrit des calculs relevant des quatre opérations.
- Élaborer ou choisir des stratégies, expliciter les procédures utilisées et comparer leur efficacité :
 - addition, soustraction, multiplication, division ;
 - propriétés implicites des opérations : $2 + 9$, c'est pareil que $9 + 2$ / 3×5 , c'est pareil que 5×3 / $3 \times 5 \times 2$, c'est pareil que 3×10 ;
 - propriétés de la numération : $50 + 80$, c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est 130 / 4×60 , c'est 4×6 dizaines, c'est 24 dizaines, c'est 240 ;
 - propriétés du type : $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$.

Calcul mental

- Calculer sans le support de l'écrit, pour obtenir un résultat exact, pour estimer un ordre de grandeur ou pour vérifier la vraisemblance d'un résultat.
- Résoudre mentalement des problèmes arithmétiques, à données numériques simples. En particulier :
 - calculs sur les nombres 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100 en lien avec la monnaie ;
 - calculs sur les nombres 15, 30, 45, 60, 90 en lien avec les durées.

Les repères de progressivité viennent préciser « ce que sait faire l'élève en fin de CE1 »

Mémorisation des faits numériques

- Il connaît les compléments à la dizaine supérieure.
- Il connaît les compléments à 100 des dizaines entières.
- Il sait retrouver rapidement les compléments à la centaine supérieure.
- Il sait multiplier par 10 un nombre inférieur à 100.
- Il connaît les doubles de nombres d'usage courant (nombres de 1 à 15, 25, 30, 40, 50 et 100).
- Il connaît les moitiés de nombres pairs d'usage courant (nombres pairs de 2 à 30, 40, 50 et 100).
- Il connaît les tables d'addition.
- Il connaît les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5.
- Il connaît et sait utiliser la propriété de commutativité de l'addition et de la multiplication.

Procédures de calcul mental

- Il sait retrouver rapidement les compléments à la dizaine supérieure.
- Il sait trouver rapidement les compléments à la centaine supérieure.
- Il calcule mentalement des sommes, des différences et des produits.
- Il utilise des procédures et des propriétés : mettre le plus grand nombre en premier, changer l'ordre des termes d'une somme et d'une multiplication, décomposer additivement un des termes pour calculer plus facilement, associer différemment les termes d'une somme et d'une multiplication.
- Il sait multiplier par 10 un nombre inférieur à 100.
- Il estime un ordre de grandeur pour vérifier la vraisemblance d'un résultat.

Notre point de vue

Les attendus de fin d'année énoncent de nombreuses connaissances pour la fin du CE1. Mais la mémorisation des faits numériques ne s'opère pas par la seule pratique, même régulière et fréquente, du contrôle. Des **apprentissages méthodologiques sont nécessaires**, avec une progression et une programmation spécifiques.

S'agissant des procédures de calcul mental, fixer les buts à atteindre ne suffit pas. Avant d'élaborer une programmation annuelle, nous devons préciser l'objectif pour chacune des trois opérations concernées par le calcul mental au CE1. **Il faut définir les procédures prioritaires*** à enseigner et les attendus concernant la trace écrite. C'est ce que nous proposons ci-après :

Addition

Objectif : calculer $a + b$, la somme étant inférieure à 60

Procédure : – décomposition de b ,
– puis ajout des dizaines,
– et enfin ajout des unités de b .

Remarque : Au début de l'apprentissage, la procédure mentale enseignée est préalablement travaillée à l'écrit. En fin de CE1, l'opération est écrite, mais pas la procédure de calcul.

$$\begin{aligned} 28 + 24 &= 28 + 20 + 4 \\ &= 48 + 4 \\ &= 52 \end{aligned}$$

Trace écrite :
 $28 + 24 = 52$

* Enseigner une procédure prioritaire n'exclut pas que les élèves en construisent d'autres, personnelles celles-là.

Soustraction

Objectif : calculer $a - b$, avec a et b inférieurs à 60 et b terminé par 0, 1, 2, 3, 4 ou 5

Procédure : – décomposition de b ,
– puis retrait des dizaines,
– et enfin retrait des unités de b .

Remarques :

- Au début de l'apprentissage, la procédure mentale enseignée est préalablement travaillée à l'écrit. En fin de CE1, l'opération est écrite, mais pas la procédure de calcul.
- Pour calculer $23 - 5$, les élèves devront décompter ($22 - 21 - 20 - 19 - 18$).
- Plus tard (au CE2), c'est leur connaissance des résultats des répertoires additifs qui leur permettra de calculer le résultat de $23 - 5$: « J'ai appris que $5 + 8 = 13$, donc je sais que $13 - 5 = 8$. Alors, $23 - 5 = 18$. »

$$\begin{aligned} 43 - 25 &= 43 - 20 - 5 \\ &= 23 - 5 \\ &= 18 \end{aligned}$$

Trace écrite :

$$43 - 25 = 18$$

Multiplication

Objectif : calculer $a \times b$, avec a inférieur à 20 et b inférieur ou égal à 5

Procédure : – décomposition de a en $10 + c$,
– puis calcul de $10 \times b = d$ et de $c \times b = e$,
– et enfin de $d + e$.

Remarque : La procédure n'est pas mentale car des résultats intermédiaires sont écrits... Ce travail favorisera l'accès, dès le CE2, à la procédure mentale.

$$\begin{aligned} 18 \times 4 &= 10 \times 4 + 8 \times 4 \\ &= 40 + 32 \\ &= 72 \end{aligned}$$

Trace écrite :

$$18 \times 4 = 40 + 32 = 72$$

Ce qui inspire notre démarche

Les trois procédures ci-dessus font apparaître divers choix qu'il nous faut justifier. Nous le ferons en les resituant dans la globalité de l'enseignement du calcul mental au CE1.

Bâtir une culture du calcul par l'enseignement « jusqu'à automatisation » de procédures élémentaires et mémorisation stabilisée des répertoires

En calcul mental, chacun manifeste ses compétences dans les temps de calcul réfléchi où la capacité à réinvestir les connaissances et les savoir-faire est mobilisée.

Les **procédures élémentaires** de calcul, comme celles présentées dans le tableau ci-dessus, doivent être automatisées. Pour parvenir à ce degré de maîtrise, il faut qu'elles soient expliquées, appliquées mais aussi entraînées avec une contrainte de rapidité. C'est à cette condition qu'elles deviennent des outils mobilisables lors de calculs complexes.

La **connaissance des répertoires** est également sollicitée dans tous les calculs complexes et la mémorisation doit commencer au plus tôt, donc dès le moment où on a pu observer la stabilité des résultats. Il est pertinent de prendre appui sur cette caractéristique du calcul qui justifie à elle seule que soit programmé un apprentissage.

Cet apprentissage ne peut pas être autonome, faute d'une connaissance suffisante du fonctionnement de la mémoire par les élèves... Il doit être accompagné par l'enseignant jusqu'à son terme, c'est-à-dire jusqu'au moment où tous les résultats peuvent être restitués très vite et dans un ordre aléatoire.

La mémorisation des répertoires mobilise de l'énergie, mais c'est au bout du compte pour en économiser beaucoup plus par la suite...

Nous enseignerons et entraînerons des procédures élémentaires de calcul afin qu'elles soient automatisées et deviennent peu à peu des outils maîtrisés et disponibles à tout moment pour des calculs plus complexes.

Nous ferons mémoriser et réviser les répertoires de sorte que la restitution d'un résultat devienne rapide, voire immédiate.

L'acquisition des répertoires et de la maîtrise de procédures élémentaires est lente

Les premiers calculs additifs et soustractifs sont effectués dès l'école maternelle par manipulation de matériel ou des doigts. Le passage à des procédures de calcul exclusivement basées sur les propriétés des nombres et opérations demande du temps. Le CP et le CE1 réunis ne sont pas de trop pour y parvenir !

Passer de la compréhension d'une procédure de calcul à sa maîtrise demande de l'entraînement, de la répétition, donc aussi du temps.

L'accès au calcul réfléchi est le but à atteindre. Dans cette perspective, nous pensons qu'il faut consacrer le CE1 aux acquisitions préalables au calcul réfléchi. Nous sommes convaincus qu'avec un enseignement programmé dans ce sens, les élèves y accéderont avec plus d'aisance dès le CE2.

Nous ne programmerons pas de temps de calcul réfléchi au CE1.

Chaque séance doit combiner enseignements du calcul et de la mémorisation

Les 15 minutes d'une séance quotidienne de calcul mental ne peuvent pas être consacrées exclusivement à la mémorisation, les données scientifiques encourageant plutôt des actions étalées dans le temps. Nous y reviendrons.

Par ailleurs, nous pensons que l'enseignement du calcul est plus efficace lorsqu'il repose sur des séances courtes et répétées. Calculer quotidiennement trois opérations pendant une semaine conduit à de meilleurs résultats qu'une seule séance de douze calculs. Le rappel quotidien de la procédure de calcul (modèle) contribue largement à expliquer cette différence.

Nous concevons chacune des séances en articulant mémorisation des répertoires et enseignement de procédures.

Ce principe prendra effet en cours de période 1, le début de l'année étant consacré à la consolidation de la connaissance des nombres jusqu'à 100.

La mémorisation des répertoires doit s'effectuer en classe suivant les principes définis par les études scientifiques

L'enseignement de la mémorisation est nécessaire. Nous parlons ici de l'enseignement méthodologique. Apprendre à un élève comment fonctionne sa mémoire, c'est lui apporter certaines clés de la réussite.

Pour de nombreux élèves, la répétition orale et/ou écrite n'y suffit pas.

« Faire apprendre les tables » incombe-t-il aux parents ou à l'école ? Nous pensons qu'il faudrait commencer par se demander s'il est réaliste d'espérer que toutes les familles feront apprendre les répertoires à leurs enfants.

De plus, nous considérons que c'est bien à l'enseignant qu'il revient d'enseigner, et à plus forte raison quand il s'agit de méthodes de travail.

Cet enseignement doit prendre en compte des données scientifiques connues :

La mémorisation se compose du geste de stockage, de révisions programmées et de temps de contrôle

- **Le geste de stockage** est le moment où « on prend ce qui est sur le cahier pour le mettre dans sa tête ». Il est facilité par le repérage des caractéristiques de l'élément à mémoriser. *Exemple : dans la table de multiplication par 5, l'alternance 0/5 dans les résultats est une aide à la mémorisation.*

- **Les révisions** doivent être variées dans leur forme afin de mobiliser l'attention. *Exemple : $6 + 5$ est mémorisé dans la table d'addition de 5... Lors de révisions, faire chercher les sommes 11 permet de retrouver $6 + 5$ par une autre entrée.*

- **Les révisions** doivent être multiples et espacées dans le temps.

- **L'évocation** précède la restitution ; elle vise à rappeler « en surface » ce qu'on a mémorisé. *Le maître peut demander à ses élèves de fermer les yeux et de revoir le tableau sur lequel était écrit le répertoire, de réciter dans sa tête...* L'évocation devient inutile lorsque la mémorisation est suffisamment stabilisée, lorsqu'on n'a plus besoin de redire toute la table, que chaque résultat peut être restitué automatiquement, indépendamment des autres.

- **La restitution** peut être orale ou écrite. Elle peut être exercée collectivement (« On apprend à retrouver en mémoire. ») mais elle est individuelle quand il s'agit d'un contrôle.

- **Le contrôle** peut être précédé d'une révision pendant toute la phase de l'apprentissage... Les révisions ne disparaissent que lorsque la mémorisation est définitive.

- **Le contrôle** doit toujours être individuel.

Le fonctionnement de la mémoire est dépendant des conditions dans lesquelles elle est sollicitée

- **La mémoire a besoin de sens.** Il faut mettre en évidence l'intérêt de mémoriser, et par opposition « l'énergie perdue à réinventer » ce qui est stable, ce qui ne changera jamais (*exemple : $6 + 7$ feront toujours 13*). C'était vrai hier, c'est vrai aujourd'hui et le restera demain. Il faut aussi montrer que la connaissance des répertoires facilite la mise en œuvre des techniques de calcul et la réussite des tâches de calcul.

- **La mémoire aime que les éléments à mémoriser soient organisés.** C'est un principe d'empilement qu'il faut respecter, chaque répertoire étant dans un premier temps mémorisé dans l'ordre.

- **La mémoire n'aime pas être surchargée.** Faire mémoriser tout un répertoire le même jour, c'est trop pour la mémoire de bien des élèves. Il est préférable de segmenter le répertoire en plusieurs « tronçons » et de faire mémoriser un tronçon par séance.

- **La mémoire fonctionne mieux s'il y a un enjeu.** Pourquoi solliciter sa mémoire si le risque (ou la chance ?) existe de ne pas être interrogé ? Faire restituer individuellement, à chaque fois, et par écrit contribue à mobiliser l'attention de chacun. Par ailleurs, la mesure des scores de réussite constitue un bon moyen de motiver l'élève.

- **La mémoire a besoin de réactivations régulières, de révisions...** C'est une condition de la mémorisation à long terme, le nombre de rencontres, de révisions étant directement lié à l'efficacité de la restitution (exactitude et rapidité). Ces révisions contribuent à ancrer solidement en mémoire le répertoire dans l'ordre. Alors vient le moment de le « déstructurer » pour solliciter une restitution des résultats dans un ordre aléatoire.

- **La mémoire a besoin de pauses.** Après le stockage d'un répertoire, il est bon de laisser passer quelques jours avant de réviser. Alors, le repérage de ce qui est resté ancré et de ce qui « s'est envolé » permet de mieux organiser la révision en zoomant sur les éléments du répertoire qui le nécessitent.

• **La mémoire enfouit ce qui n'est pas rappelé régulièrement.** Les « oublis de ce qu'on croyait pourtant savoir » sont normaux. Il est important de le dire aux élèves.

Nous programmerons la mémorisation des répertoires, en classe, avec des temps de stockage, d'autres de révision et des contrôles réguliers.

Chaque procédure de calcul mental doit être expliquée, appliquée et entraînée

Les pratiques extra-scolaires du calcul mental varient considérablement d'un élève à l'autre. Pour certains élèves, l'école est le seul lieu où se pratique le calcul. Pour eux, l'enseignement par la présentation de modèles est une nécessité.

Ces modèles doivent être observés par les élèves, expliqués par le maître, reformulés par les élèves. C'est à ce prix qu'ils deviennent reproductibles par tous.

Nous prévoyons l'enseignement des procédures à partir de modèles qui seront analysés collectivement.

Les procédures de calcul mental doivent être travaillées à l'écrit dans un premier temps

Les procédures de calcul mental sont différentes de celles du calcul posé, et le calcul mental se définit par l'absence de trace du ou des calculs effectués. Cela ne signifie nullement qu'il faut enseigner des procédures mentales sans qu'elles aient été travaillées au préalable à l'écrit.

Nous pensons qu'il faut :

- formaliser les procédures par écrit dans un premier temps, car la visualisation des différentes étapes du calcul en favorise la compréhension et l'appropriation (exemple : $41 - 25 = 41 - 20 - 5 = 21 - 5 = 16$) ;
- en assurer ensuite la maîtrise par un entraînement écrit, de sorte que la gestion mentale ne vienne pas alourdir la charge cognitive.

Ces étapes franchies, les conditions sont alors réunies pour enseigner le calcul mental (exemple : $41 - 25 = 16$).

Nous enseignerons les procédures mentales lorsqu'elles seront maîtrisées à l'écrit.

Au CE1, on écrit l'opération. C'est la mise en œuvre de la procédure qui est mentale

Dans un calcul mental, il n'y a pas trace de la procédure, mais l'opération, elle, peut être écrite...

La distinction est importante car ne pas écrire au tableau le calcul à effectuer, c'est imposer la gestion mentale des nombres et de la procédure en même temps.

La coordination des deux est difficile et peut suffire à mettre de nombreux élèves en échec.

Nous pensons qu'il est préférable de :

- privilégier la mise en œuvre mentale de la procédure ;
- ne pas complexifier la tâche de l'élève avec la mémorisation des nombres et du calcul.

Lorsque la procédure mentale est maîtrisée, la mémoire des nombres peut alors être sollicitée.

Nous enseignerons les procédures mentales, mais nous écrirons les opérations au tableau ou sur papier.