

Christian Henaff

Conseiller pédagogique

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

CE1

Apprendre à comprendre
les situations mathématiques

RETZ

www.editions-retz.com

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

Sommaire

Préface	p. 6
Préambule	p. 7
Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008	p. 8
Un parcours d'apprentissages pour les problèmes relevant des 4 opérations	p. 9
1. L'identification de l'opération	p. 10
Quatre catégories pour quatre opérations, une catégorisation inappropriée !	p. 10
Les problèmes d'addition et de soustraction	p. 10
Les problèmes de multiplication	p. 11
Les problèmes de division	p.12
La catégorisation des problèmes à la fin du CE1	p. 12
La démarche d'enseignement	p. 13
1. <i>La manipulation pour résoudre des problèmes, une phase de l'apprentissage</i> ..	p. 13
2. <i>Le travail de catégorisation des problèmes</i>	p. 16
3. <i>L'utilisation des opérations pour résoudre les problèmes</i>	p. 18
2. La lecture de l'énoncé	p. 19
La lecture experte d'un énoncé	p. 19
La lecture d'un énoncé, des apprentissages à mener	p. 20
La mémorisation de la question, acte essentiel de la lecture d'un énoncé	p. 20
Des lectures collectives pour apprendre à lire les énoncés... ..	p. 21
Des énoncés adaptés aux élèves et aux objectifs fixés	p. 21
3. Le calcul du résultat	p. 22
4. La présentation de la réponse	p. 22
Les problèmes de recherche dans le parcours des apprentissages	p. 23
Les problèmes de recherche et les programmes	p. 23
Les objectifs de la pratique	p. 24
La mise en œuvre des séances	p. 24
Le choix des problèmes de recherche	p. 25
Les outils pour la classe	p. 25
Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages	p. 25
Annexes	p. 29
Annexe 1 – Programmation des apprentissages	p. 29
Annexe 2 – Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction	p. 30
Annexe 3 – Tableau récapitulatif des outils	p. 35

Période 1

Séquence 1 Manipuler pour comprendre la situation problème p. 37

Séance 1A	Les étapes de la résolution d'un problème (1) p. 38
Séance 1B	Les étapes de la résolution d'un problème (2) p. 41
Séance 1C	Les étapes de la résolution d'un problème (3) p. 44
Séance 1D	Les étapes de la résolution d'un problème (4) p. 46

Séquence 2 Apprendre à reconnaître la catégorie d'un problème p. 48

Séance 2A	Chercher la catégorie d'un problème p. 49
Séance 2B	Reconnaître la catégorie d'un problème p. 51

Période 2

Séquence 3 Apprendre à utiliser la soustraction p. 53

Séance 3A	La recherche d'un reste p. 54
Séance 3B	La recherche d'une partie p. 57
Séance 3C	Le choix entre l'addition et la soustraction : synthèse p. 61

Séquence 4 Apprendre une procédure numérique pour résoudre les problèmes de multiplication p. 64

Séance 4A	Les problèmes de multiplication : l'addition réitérée p. 65
-----------	---

Séquence 5 Synthèse : Utiliser une procédure appropriée p. 68

Séance 5A	Résolution de problèmes relevant des 6 catégories en utilisant la procédure appropriée p. 69
-----------	--

Séquence 6 Évaluation p. 71

Séance 6A	Apprentissages menés en périodes 1 et 2 p. 72
-----------	---

Période 3

Séquence 7 S'entraîner à la résolution de problèmes de recherche p. 74

Séance 7A	Problème de recherche à étapes p. 75
Séance 7B	Problème de recherche avec des essais p. 77
Séance 7C	Problème de recherche de tous les possibles p. 78
Séance 7D	Problème de recherche long p. 80

Séquence 8 Manipuler pour résoudre des problèmes de division p. 83

Séance 8A	Problèmes de division p. 84
-----------	-----------------------------------

Séquence 9	Synthèse : Utiliser une procédure appropriée p. 86
Séance 9A	Résolution de problèmes relevant des 6 catégories en utilisant la procédure appropriée p. 87

Période 4

Séquence 10	Consolider les procédures p. 89
Séance 10A	Problèmes de soustraction : recherche d'un reste p. 90
Séance 10B	Problèmes de soustraction : recherche d'une partie d'un tout p. 92
Séance 10C	Problèmes de multiplication p. 94
Séquence 11	Apprendre une procédure numérique p. 96
Séance 11A	Problèmes de division (1) p. 97
Séquence 12	Apprendre une procédure experte p. 100
Séance 12A	Problèmes de multiplication : écriture de la multiplication p. 101
Séquence 13	Synthèse : Utiliser une procédure appropriée p. 103
Séance 13A	Résolution de problèmes relevant des 6 catégories en utilisant la procédure appropriée p. 104

Période 5

Séquence 14	Apprendre une procédure numérique p. 106
Séance 14A	Problème de division (2) p. 107
Séquence 15	Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures p. 109
Séance 15A	Problèmes portant sur la monnaie p. 110
Séance 15B	Problèmes portant sur les longueurs et les distances p. 112
Séance 15C	Problèmes portant sur les masses p. 113
Séquence 16	Résoudre des problèmes particuliers p. 115
Séance 16A	Problèmes présentés avec un tableau p. 116
Séquence 17	Prolongement : Résoudre des problèmes à 2 étapes p. 118
Séance 17A	La résolution des problèmes à 2 étapes p. 119
Séquence 18	Évaluation p. 121
Séance 18A	Apprentissages menés au CE1 p. 122

Contenu du CD-Rom p. 123

Préface

Les mathématiques constituent l'une des bases fondamentales de l'enseignement à l'école primaire. Plus encore que pour les autres disciplines, elles ont besoin d'être enseignées de manière progressive et cohérente, de la petite section au CM2.

Construire l'activité mathématique de chaque élève et différencier en tenant compte des éléments de progressivité sont les objectifs que tout enseignant doit se donner aujourd'hui, mais ceux-ci ne se réalisent pas aisément.

L'ouvrage rédigé par Christian Henaff est le fruit d'une large expérience conduite dans les classes, riche, variée, au contact du terrain. Grâce à son expertise pointue, il fournit la pièce maîtresse pour étayer les pratiques quotidiennes des enseignants. Clarté didactique et rigueur dans la mise en œuvre en sont les maîtres mots.

Ayant le souci d'explicitier ses choix, de décrire clairement sa démarche afin de pouvoir la communiquer, la lecture de cet ouvrage permet à l'enseignant de se doter d'une méthodologie rigoureuse pour amener chaque élève à construire et à s'approprier démarches et savoirs nécessaires à la résolution de problèmes.

À travers une base théorique solide et une démarche adaptée, cet ouvrage explicite la mise en œuvre de situations d'apprentissages structurées et structurantes, au service de tous les élèves.

Maryse Lacombe, IEN (circonscription de Tulle nord / ASH)

Préambule

Ce guide pédagogique a pour vocation de présenter des outils pour enseigner la résolution de problèmes. Mais il ne peut s'affranchir de dresser en quelques mots un état des lieux.

Dans les faits, la résolution de problèmes est pratiquée mais pas véritablement enseignée. Les élèves sont mis en situation d'affronter des obstacles sans qu'on leur ait véritablement appris au préalable comment est construit un problème mathématique et comment s'y prendre pour le résoudre. Les « bons » élèves s'adaptent et parviennent à répondre aux attentes ; les élèves « fragiles » non. Les uns construisent par eux-mêmes des savoir-faire, pendant que les autres se perdent dans la globalité de l'activité.

La résolution de problèmes ne doit pas être une simple activité d'évaluation du niveau des élèves. Elle constitue un domaine d'enseignement à part entière, avec une logique de progression et des objectifs intermédiaires à atteindre.

Choix didactiques et pédagogiques

- **Enseigner à partir d'une progression identifiant et articulant tous les apprentissages...** C'est-à-dire éclairer la tâche de l'élève, qui doit pouvoir repérer dans l'enseignement qui lui est dispensé chacune des acquisitions à effectuer, mais aussi la logique de progression des apprentissages.
- **Enseigner une méthodologie de résolution...** C'est-à-dire apporter à chaque élève les moyens de planifier son travail grâce à des savoir-faire solidement installés.
- **Programmer ces apprentissages dans le temps afin de tous les mener à bien...** C'est-à-dire attribuer à chaque apprentissage le nombre de séances et la durée qui lui sont nécessaires, mais aussi coordonner l'ensemble du parcours.
- **Enseigner au rythme d'une séance hebdomadaire...** C'est-à-dire accorder au domaine la place qui lui revient dans les apprentissages mathématiques, la fréquence et la régularité de la pratique étant des facteurs importants de réussite.
- **Enseigner en s'appuyant sur des temps et des supports collectifs pour modéliser, synthétiser ou rappeler...** C'est-à-dire utiliser les interactions lors de temps d'apprentissages ritualisés, mais aussi permettre à chaque élève de disposer de repères visuels lors de ces phases collectives.
- **Enseigner puis entraîner pour automatiser...** C'est-à-dire donner à chaque élève les moyens de gravir les échelons de la difficulté par la maîtrise des fondamentaux.
- **Mesurer avec précision l'évolution des compétences des élèves...** C'est-à-dire évaluer les apprentissages par l'observation et l'étayage de l'activité des élèves lors de chaque séance, mais aussi lors de bilans fournissant aux enseignants matière à une analyse fine et objective des résultats.

Avant d'exposer nos conceptions et nos outils, nous tenons aussi à rappeler que la mise en œuvre des séances et l'analyse des productions des élèves tiennent une place déterminante dans la réussite.

La mise en œuvre doit s'effectuer dans des conditions favorisant les apprentissages. L'attention, l'écoute et l'implication des élèves, le respect du contrat didactique en sont des illustrations.

L'enseignant joue un rôle essentiel, tantôt animant ou régulant le groupe, tantôt étayant l'activité d'un élève. Il guide sur le chemin des apprentissages et croit en les possibilités de chacun.

L'analyse des productions éclaire l'enseignant sur l'état des apprentissages. Par voie de conséquence, elle doit aussi permettre à l'élève de se situer.

Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008

Dans les programmes de 2008, les apprentissages à mener au CE1 s'intègrent dans une progression qui démarre à la grande section de l'école maternelle pour se poursuivre jusqu'au CM2. Prendre connaissance de l'ensemble des programmes permet de situer le CE1 dans le parcours des apprentissages.

Le domaine *Résolution de problèmes* doit être traité en cohérence avec le domaine *Nombres et calcul* puisque c'est ce dernier qui rythme les apprentissages spécifiques des opérations.

	Résolution de problèmes	Nombres et calcul
GS	Résoudre des problèmes portant sur les quantités.	—
CP	Résoudre des problèmes simples à une opération.	Calculer mentalement ou en ligne des sommes, des différences et des opérations à trous.
CE1	Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication. Approcher la division de 2 nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements. Résoudre des problèmes de longueur et de masse. Organiser les informations d'un énoncé. Utiliser un tableau, un graphique.	Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. Connaître et utiliser une technique opératoire de la multiplication par un nombre à un chiffre. Diviser par 2 ou par 5 des nombres inférieurs à 100 (quotients entiers).
CE2	Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.	Effectuer un calcul posé (addition, soustraction et multiplication). Connaître une technique opératoire de la division.
CM1	Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes.	Addition et soustraction de 2 nombres décimaux. Multiplication d'un décimal par un entier. Division euclidienne de 2 entiers. Division décimale de 2 entiers.
CM2	Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.	Addition, soustraction et multiplication de 2 nombres entiers ou décimaux. Division d'un nombre décimal par un nombre entier.

Un parcours des apprentissages bien déterminé

- L'enseignement de la résolution de problèmes débute en grande section sans que des compétences en calcul soient mobilisées. On précisera que ces problèmes portent alors sur la comparaison, l'augmentation, la diminution, la distribution ou les partages, c'est-à-dire sur des situations relevant des quatre opérations. S'il est écrit dans les programmes que les problèmes « constituent une première entrée dans l'univers du calcul », c'est par la manipulation, ou plus exactement par simulation du réel, que les élèves résolvent les problèmes de partage par exemple.
- Au CP et dans la continuité, ce sont les problèmes à une opération qui sont au programme, avec utilisation des calculs additifs et soustractifs pour les problèmes qui le permettent.
- Au CE, les élèves vont peu à peu disposer des connaissances et des savoir-faire qui leur permettront de résoudre tous les problèmes à une opération par une procédure numérique, même si, s'agissant de la division, la maîtrise de la technique n'est pas encore attendue.

C'est donc une démarche d'enseignement qui peut ainsi être déterminée : on fait résoudre des problèmes par la simulation du réel pour construire le sens des différentes situations, puis on apprend à utiliser les nombres et le calcul pour résoudre ces mêmes problèmes. On part du réel pour aller vers l'abstrait.

Le CE1, niveau charnière

Au CE1, le champ d'action est clairement limité aux problèmes numériques, en particulier à ceux relevant des quatre opérations, les problèmes liés aux grandeurs et mesures en faisant partie. Le CE1 est aussi l'année où sont enseignées les techniques opératoires de l'addition, de la soustraction et de la multiplication par un nombre à un chiffre. Les apprentissages des objets mathématiques (exemple : les opérations) sont donc liés dans le temps à leur utilisation comme outils pour résoudre des problèmes.

Les problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes étant un élément de progression du CM1, on peut considérer que les programmes du CE1 se concentrent sur les problèmes à une étape. C'est d'ailleurs seulement au CE2 que tous les problèmes à une opération sont résolus par procédure experte, grâce à l'acquisition de la technique opératoire de la division. Les problèmes à plusieurs étapes ne peuvent donc être utilisés qu'exceptionnellement, et en tout état de cause il ne peut pas être demandé aux élèves de savoir les résoudre... puisqu'ils n'ont pas appris à le faire !

Les programmes catégorisent les problèmes suivant le critère « opération » (exemple : problèmes d'addition), à l'exception de la division pour laquelle il est fait mention (au CE1) de groupements ou de partage, soit deux familles de problèmes pour une seule opération. Ce sont donc bien quatre catégories correspondant aux quatre opérations qui au bout du compte sont déterminées, la formulation adoptée pour le CE2 (« Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations ») en témoignant. C'est vers cet objectif de catégorisation qu'il faut tendre dès le CE1, même si le nombre réel des catégories de problèmes est bien plus élevé et si, répétons-le, c'est au cours de l'année du CE2 qu'il devra être atteint.

Ces programmes sont également marqués par la disparition des problèmes de recherche auxquels il n'est plus explicitement fait référence. Cela en interdit-il la pratique pour autant ? Non, et nous pensons même qu'un module annuel construit avec des objectifs précis et s'appuyant sur des problèmes bien choisis permet de développer « le goût du raisonnement » (BO n°3, 19 juin 2008, page 18).

Un parcours d'apprentissages pour les problèmes relevant des 4 opérations

Commençons par identifier ce que nous faisons lorsque nous, « adultes experts », résolvons un problème simple à une opération.

Exemple : Le tir à l'arc – Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Enzo a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Louis, son partenaire d'entraînement, et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. *Combien Louis a-t-il marqué de points ?*

La première tâche est celle de **lecture de l'énoncé**, une lecture qui ne se limite pas à l'identification des mots et qui anticipe. Un bon lecteur, familier des énoncés de problèmes, sait avant de la lire quelle question va lui être posée.

La deuxième réside dans l'**identification de l'opération** qui permet de répondre à la question. Ici, le choix de la soustraction dépend de la compréhension de la situation (Louis a marqué moins de points que Enzo) et de sa mise en relation avec les effets de l'opération (la soustraction « fait diminuer » les nombres).

La troisième consiste en un **calcul du résultat**, calcul qui nécessite la maîtrise de techniques réfléchies ou posées. La **rédaction de la réponse** est la dernière tâche et elle répond aux exigences de présentation fixées par l'enseignant.

Mener à bien ces quatre tâches requiert des apprentissages spécifiques. Dans un premier temps, intéressons-nous à l'identification de l'opération.

1. L'identification de l'opération

Choisir la bonne opération, c'est, à partir d'une situation et de la question associée (*ce qu'on cherche*), identifier l'outil mathématique approprié. Il s'agit donc de reconnaître la famille à laquelle appartient la situation, d'où le nécessaire travail de catégorisation des problèmes auquel il faut conduire les élèves.

Quatre catégories pour quatre opérations, une catégorisation inappropriée !

Le classement des problèmes en 4 catégories correspondant aux 4 opérations semble le plus naturel, mais il ne permet pas aux élèves de s'appuyer sur les invariants des situations. Prenons deux exemples de problèmes de soustraction :

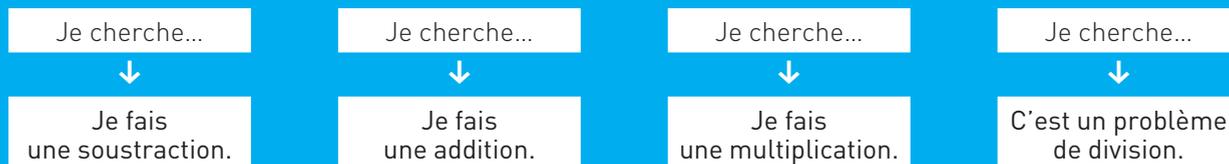
Exemple 1 : Lucas a 123 billes. Il perd 65 billes. *Combien lui reste-t-il de billes ?*

Exemple 2 : Lucas a 123 billes. Il a 65 billes rouges et des billes bleues. *Combien a-t-il de billes bleues ?*

L'élève ne peut pas reconnaître dans l'exemple 2 (recherche d'une partie d'un tout) les caractéristiques de la recherche de reste de l'exemple 1. Et pourtant, c'est bien la même soustraction qui est attendue pour répondre aux deux questions, à savoir $123 - 65$.

Une même opération peut donc être utilisée pour résoudre des problèmes issus de plusieurs catégories. Nous allons voir lesquelles. Pour cela, nous conserverons l'entrée « opération ».

Notre catégorisation prendra la forme suivante :



La connaissance de la division n'étant pas acquise à la fin du CE1, nous en resterons à la formulation « c'est un problème de division », les problèmes correspondants étant résolus par des procédures numériques non expertes.

Les problèmes d'addition et de soustraction

Nous proposerons une catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction à une étape, en nous appuyant sur les travaux de Gérard Vergnaud qui a élaboré une typologie des structures additives (cf. « La typologie des structures additives », *Le Nombre au cycle 2*, SCEREN).

En déclinant les questionnements possibles, on formule ainsi 15 problèmes d'addition et de soustraction, qui correspondent à 14 catégories. L'étude de toutes ces catégories (cf. annexe 4 - La catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction) nous conduit à penser qu'il faut prolonger au CE2 les apprentissages relatifs au choix de l'addition et de la soustraction, et ce en raison, d'une part, du nombre élevé de catégories (il n'est pas envisageable de demander aux élèves de CE1 de toutes les connaître) et, d'autre part, du niveau de difficulté de certaines catégories.

Nous retiendrons deux catégories de problèmes de soustraction et deux catégories de problèmes d'addition à étudier prioritairement.

Les catégories de problèmes d'addition à étudier au CE1

- Dans une situation de transformation positive (augmentation), la recherche de l'état final :

Exemple : Valérie avait 25 billes. Pendant la récréation, elle en a gagné 12. <i>Combien a-t-elle de billes maintenant ?</i>	$25 + 12$	On cherche combien cela fait en tout. Il y a correspondance entre situation (gain) et opération (+).
--	-----------	--

- Dans une situation de composition de 2 mesures, la recherche du tout :

Exemple : Lucas a un sac de billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et 11 billes bleues. <i>Combien y a-t-il de billes ?</i>	$17 + 11$	On recherche « combien ça fait en tout ». L'utilisation de l'addition est en correspondance avec la situation de réunion.
---	-----------	---

Les catégories de problèmes de soustraction à étudier au CE1

- Dans une situation de transformation négative (diminution), la recherche de l'état final :

Exemple : Alexandre avait 25 billes. Pendant la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il de billes ?</i>	$25 - 12$	On cherche combien il reste . Il y a correspondance entre situation (perte) et opération (-).
---	-----------	---

- Dans une situation de composition de 2 mesures, la recherche d'une mesure (ou partie) :

Exemple : Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et des billes bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues ?</i>	$28 - 17$ ($17 + \dots = 28$)	On recherche une partie d'un tout . <i>L'addition à trou</i> ($17 + \dots = 28$) peut aussi être utilisée en lieu et place de la <i>soustraction</i> . Il faudra apprendre aux élèves à passer de la première à la seconde, l'utilisation de l'addition à trou étant limitée à un domaine numérique restreint. Obstacle : la composition de 2 mesures incite certains élèves à utiliser systématiquement l'addition.
--	------------------------------------	--

Les problèmes de multiplication

Trois situations donnent du sens à la multiplication :

- *La réunion de collections équipotentes*

Exemple : Julie a 3 paquets de 5 images. <i>Combien a-t-elle d'images ?</i>	$5 + 5 + 5 = 5 \times 3$	<i>Ce sont les situations de réunion où toutes les collections ont le même cardinal.</i> Dans les problèmes, on cherche combien ça fait en tout . Ces problèmes se résolvent à deux niveaux successifs : 1. par <i>l'utilisation de l'addition répétée</i> ; 2. puis par <i>l'utilisation de la multiplication</i> , dès lors que les répertoires sont construits.
---	--------------------------	---

Les deux nombres présents dans l'énoncé ont un statut différent : l'un est le cardinal des collections, l'autre est le facteur de répétition.

Ces situations sont de loin les plus fréquentes.

- *Les situations rectangulaires*

Exemple : Julie trace un quadrillage sur son cahier. Il est constitué de 6 lignes et 8 colonnes. *Combien ce quadrillage compte-t-il de cases ?*

On répond à cette question indifféremment par l'un ou l'autre des deux calculs suivants : $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \times 8$ ou $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8 \times 6$.

Ces situations sont intéressantes pour mettre en évidence la commutativité de la multiplication, lors de séances consacrées à « la multiplication – objet d'étude ». Elles sont peu nombreuses.

- *Les produits cartésiens*

Exemple : Momo le clown possède 2 chapeaux, 2 vestes et 3 pantalons. *Combien de costumes différents peut-il se constituer ?* (Un costume, c'est un chapeau, plus une veste, plus un pantalon.)

La question est en fait : « Combien existe-t-il de combinaisons possibles ? ».

On répond à cette question par $2 \times 2 \times 3 = 12$.

À l'école élémentaire, les problèmes de ce type sont traités par la recherche de tous les possibles par une procédure personnelle. La multiplication n'est alors pas un outil disponible pour trouver le nombre de combinaisons.

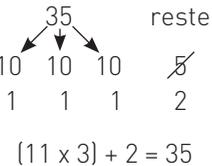
La catégorie de problèmes de multiplication à étudier au CE1

- La réunion de collections équipotentes

Les problèmes de division

Deux situations donnent du sens à la division : les partages (équitables) et les groupements.

Pour comprendre la nécessité de les distinguer, prenons l'exemple d'un problème de partage et d'un problème de groupement qui tous les deux se résolvent par le calcul *35 divisé par 3*.

<p>Exemple de partage : Marilou a 35 images. Elle les partage avec 2 copines de sa classe. <i>Combien chacune aura-t-elle d'images ?</i></p>		<p>On recherche combien chacun aura. La réponse est composée de 2 nombres, le quotient et le reste. La procédure personnelle est un arbre de calcul faisant appel aux 3 autres opérations..</p>
<p>Exemple de groupement : Marilou a 35 images. Elle fait des paquets de 3. <i>Combien fait-elle de paquets ?</i></p>	$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2$ $= (11 \times 3) + 2 = 35$	<p>On cherche combien ça fait de groupes. La réponse est composée de 2 nombres, le quotient et le reste. L'addition réitérée est utilisée comme procédure personnelle.</p>

Dans le **partage** (équitable), il s'agit de distribuer (terme à terme) pour trouver la valeur d'une part.

Dans le **problème de groupement**, il faut faire des groupes de 4 pour trouver le nombre de parts (groupes).

La distinction entre les deux situations n'est pas nécessaire à partir du moment où elles ont bien été rattachées à l'utilisation d'une seule et même opération : la division. Mais pendant la phase d'apprentissage ou d'exploration des situations, il est difficile pour les élèves de retrouver les caractéristiques des situations de partage lorsqu'ils sont face à une situation de groupement, et réciproquement.

Les catégories de problèmes de division à étudier au CE1

- La recherche du nombre de groupes dans un problème de groupement
- La recherche de la valeur d'une part dans un problème de partage

Remarque : l'étude des problèmes de division au CE1 s'arrêtera à l'utilisation des procédures personnelles numériques.

La catégorisation des problèmes à la fin du CE1

Nous arrivons ainsi à la catégorisation suivante pour l'année de CE1 :

<p>Catégorie n°1 J'enlève... je cherche <i>combien il reste</i>.</p>	<p>Catégorie n°3 Ce sont plusieurs collections différentes ou c'est une collection qui augmente et je cherche <i>combien ça fait en tout</i>.</p>	<p>Catégorie n°4 Ce sont plusieurs collections identiques et je cherche <i>combien ça fait en tout</i>.</p>	<p>Catégorie n°5 Je fais un partage et je cherche <i>combien ça fait pour chacun</i>.</p>
<p>Catégorie n°2 Je cherche combien fait <i>une partie d'une collection</i>.</p>			<p>Catégorie n°6 Je fais des groupes et je cherche <i>combien ça fait de groupes</i>.</p>
<p>↓ Je fais une soustraction.</p>	<p>↓ Je fais une addition.</p>	<p>↓ Je fais une multiplication.</p>	<p>↓ C'est un problème de division.</p>

Fixer l'objectif de maîtrise en fin de CE1 des 6 catégories sélectionnées (les quatre opérations ont alors été étudiées) est à la fois raisonnable et suffisant. Certes, cette catégorisation est imparfaite, puisque incomplète, et les choix opérés peuvent être discutés, mais elle nous semble répondre à l'objectif fixé pour le CE1 d'enseigner l'utilisation des quatre opérations pour résoudre des problèmes.

Remarque :

L'étude des problèmes d'addition est amorcée au CP... Elle se poursuit au CE1, puis au CE2. C'est vrai aussi pour la soustraction (cf. « Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction », en annexe 2, page 30).

De fait, les problèmes d'addition et les problèmes de soustraction sont étudiés dans le même temps, afin de toujours mettre les élèves en situation de choisir entre deux opérations. (Ce qui ne signifie pas que les propriétés des opérations et les techniques de calcul sont étudiées en même temps.)

La démarche d'enseignement

Plusieurs paramètres doivent guider l'enseignant :

- Les élèves ont résolu des problèmes relevant des 4 opérations à l'école maternelle et en CP. Ils possèdent donc une expérience qu'il faut consolider.
- Ils doivent apprendre à résoudre par le calcul les problèmes relevant des 4 opérations, c'est-à-dire passer d'une procédure de « simulation » à une procédure « abstraite ».
- Ils doivent apprendre, pour résoudre chaque problème, à identifier parmi les 4 opérations celle qui est la plus appropriée.
- Ils doivent acquérir une aisance suffisante dans l'identification de l'opération pour résoudre un problème en moins de 5 minutes.

Une démarche d'apprentissages en 3 temps

1 La résolution des problèmes par manipulation : les élèves résolvent des problèmes de toutes les catégories pour apprendre qu'ils en sont capables et pour comprendre les situations. Ce 1^{er} temps donne lieu à plusieurs séances (cf. « La manipulation pour résoudre des problèmes, une phase de l'apprentissage », pp. 13 à 16).

2 La catégorisation des problèmes : les élèves identifient les caractéristiques des problèmes résolus et déterminent ainsi des catégories. Ensuite, des rappels réguliers permettent de consolider les repères installés et de les enrichir de nouvelles catégories.

3 L'apprentissage du choix de l'opération : les élèves identifient le lien entre une catégorie de problèmes et l'opération qui lui est associée. Ils apprennent donc à résoudre dans l'abstraction (par l'utilisation de l'opération).

Dans ce 3^e temps, on distingue :

- **le temps pour apprendre**, c'est-à-dire les temps collectif et individuel au cours desquels l'opération apprise lors de séances spécifiques fait son entrée dans le domaine de la résolution de problèmes ;
- **le temps pour s'entraîner et automatiser**, c'est-à-dire l'ensemble des séances pendant lesquelles les élèves résolvent des problèmes, en bénéficiant de l'étayage de l'enseignant mais aussi d'outils synthétisant les acquis (cf. « Les fiches outils », pp. 16 et 17), avec pour objectifs de gagner en efficacité et en rapidité.

1. La manipulation pour résoudre des problèmes, une phase de l'apprentissage

Manipuler permet de simuler le réel

Exemple : Enzo avait un paquet de 24 gâteaux, mais il en a mangé 8. *Combien lui reste-t-il de gâteaux ?*

La manipulation permet aux élèves de résoudre « en faisant comme si... ». Avec des cubes ou des jetons, l'élève prend la place d'Enzo.

On peut noter que cette phase permet à l'élève d'acquérir confiance en lui. (« Je suis capable de résoudre un problème. »)

Remarque : les problèmes relatifs aux grandeurs et mesures ne sont pas « manipulables ». Il est difficile, par exemple, de représenter un kilomètre par un jeton et donc de simuler une mesure de distance.

Manipuler permet de résoudre des problèmes avant que les opérations soient étudiées

Comprendre l'enjeu de l'activité et accepter la difficulté de la tâche est parfois difficile pour de jeunes élèves. La manipulation permet de démarrer la résolution de problèmes sans affronter la difficulté supplémentaire que constitue l'utilisation des outils mathématiques.

Manipuler favorise la construction du sens de toutes les situations

Chaque catégorie de situation doit être rencontrée à plusieurs reprises afin que les élèves en repèrent les invariants et construisent ainsi un « bagage culturel » qui trouvera tout son sens lorsque les opérations seront enseignées. C'est un objectif intermédiaire qui est fixé ici et non le but à atteindre. Il s'agit de rendre familière chaque catégorie de situation avant que soit enseigné l'outil mathématique correspondant.

Attention !

Manipuler amène à constater la réponse, et ce n'est pas « faire des maths » !

La résolution des problèmes par manipulation ne peut être qu'un stade de l'apprentissage, parce qu'elle ne constitue pas une activité mathématique. Les élèves n'y sont jamais dans une activité purement abstraite.

Dans leurs procédures, les élèves dénombrent des collections et en constatent les effets. Jamais ils ne sont en situation de calculer, le calcul étant une tâche d'anticipation qui s'effectue hors de la présence de collections. **Il importe donc de bien resituer les places respectives de la résolution d'un problème par manipulation et de cette même résolution par le calcul.**

Notre démarche est claire : elle propose de faire manipuler les élèves avant l'apprentissage des opérations, et ce pendant quelques séances. Son objectif est de favoriser l'accès de tous les élèves aux procédures numériques et de calcul.

Lorsque vient le temps de l'apprentissage de l'utilisation des opérations, on explicite le lien entre manipulation et opération, **on montre comment l'opération se substitue à la manipulation. Alors, cette dernière disparaît !**

Manipuler est éphémère et ne laisse pas de trace de la procédure.

Inconvénient non négligeable, la manipulation de cubes ou de jetons laisse une trace du résultat, pas de la procédure. Seul le résultat est enregistré.

Faire manipuler tous les élèves... Oui, mais pourquoi ?

Le choix de faire manipuler tous les élèves en début d'année implique d'en freiner temporairement certains, déjà capables d'utiliser des calculs pour résoudre des problèmes. Il peut donc être discuté et nécessite d'être argumenté.

Les séances de manipulation :

- permettront aux élèves les plus fragiles de résoudre quelques problèmes de chaque catégorie et donc de construire des savoir-faire qui leur seront indispensables ultérieurement pour apprendre le choix de l'opération ;
- amèneront les élèves les plus performants à résoudre de nombreux problèmes et donc à consolider leur compréhension des situations et notamment celles avec lesquelles ils n'ont pas été familiarisés au CP ;
- poursuivront un autre objectif très important : installer une méthodologie pour résoudre des problèmes dont tous les élèves tireront profit.

Les élèves les plus performants seront rapidement autonomes lors de ces séances.

L'enseignant pourra alors apporter aux élèves les plus fragiles toute l'attention nécessaire, alors que solliciter ou autoriser l'utilisation des calculs par certains élèves ne manquerait pas de mobiliser son attention, notamment pour aider à la mise en œuvre de procédures peu familières (exemple : problèmes de partage).

Il paraît tout aussi nécessaire d'expliquer la démarche aux élèves et de les informer à l'avance de la durée de la contrainte. Considérons qu'il est possible, dès la troisième séance, d'inciter les élèves les plus performants à se servir des calculs... Mais en prenant garde à ce qu'ils les utilisent à bon escient, et pas uniquement pour faire l'économie d'une manipulation.

Repères pour la mise en œuvre des séances

Le matériel utilisé peut être constitué de cubes, de jetons ou bien encore de bâchettes. On veillera à ce qu'il soit de petite taille afin que la table ne soit jamais « envahie » et que les collections soient toujours dénombrables.

La manipulation individuelle doit être la règle. C'est à cette condition que chaque élève est véritablement confronté aux obstacles posés par les problèmes. Elle facilite le dialogue pédagogique entre l'enseignant et l'élève, car avec du matériel les erreurs de compréhension sont exploitables.

Il est judicieux d'apprendre aux élèves à *placer les jetons « appartenant au problème » sur la fiche de travail*, et de les y laisser jusqu'à la fin de la résolution du problème. Ainsi, ils ne sont pas mélangés avec les jetons non utilisés pour le problème.

La manipulation collective a aussi son intérêt, en particulier pour modéliser une procédure. Dans ce cas, la projection d'un PowerPoint permet à tous les élèves de bien visualiser la chronologie des actions.

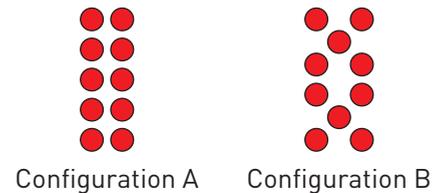
La taille des collections

Plus les quantités à manipuler sont grandes, plus les risques d'erreurs sont importants. Par conséquent, dans les cas où la taille des nombres n'influe pas sur la procédure, il est inutile de créer, *en utilisant de grands nombres*, un obstacle supplémentaire qui détournerait de l'objectif de résolution de problème. Nous pouvons considérer que *manipuler plus de 30 éléments est peu pertinent, sauf cas spécifiques* (dans le cas du partage de 52 sucettes en 4, la quantité 52 est choisie dans le but de mettre en évidence une spécificité du calcul de la division : on commence le partage par les grandes unités).

L'organisation des collections

La gestion d'une classe impose à l'enseignant d'aller voir chacun de ses élèves et de déterminer presque instantanément un besoin d'intervention. Les collections doivent être lisibles et un regard doit suffire à les dénombrer.

Ce sont *les groupements par 10* qui permettent cette lisibilité. Les deux configurations ci-contre ont leurs avantages. La configuration A prend moins de place et les dizaines mises côte à côte sont mieux identifiables ; c'est celle que nous choisissons. La configuration B met en évidence le 5 et par conséquent 5 + 5.



Si ces groupements sont systématisés lors des activités de numération, les élèves ne les mettent pas spontanément en œuvre dans leurs procédures en résolution de problèmes. Imposer, dès la première séance au CE1, l'organisation par groupes de 10 des collections manipulées permet à l'enseignant de comprendre rapidement la manipulation de chaque élève... et à chaque élève de réduire de manière significative le nombre de ses erreurs.

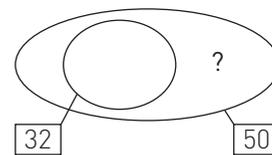
Le schéma peut-il remplacer la manipulation ?

S'interroger quant à la possibilité de substituer le schéma à la manipulation pendant cette première phase est parfaitement légitime. Mais dessiner ou schématiser, est-ce vraiment la même chose que manipuler ? Le schéma permet de reformuler la situation pour en conforter la compréhension.

Exemple :

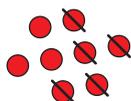
Louis avait 50 billes dans sa poche. Mais pendant la récréation, il en a perdu 32.

Combien lui reste-t-il de billes maintenant ?



Cette représentation peut être utilisée par l'enseignant, mais elle est trop abstraite pour être utilisée par les élèves qui en auraient besoin. Abandonnons-la pour le CE1.

La véritable fonction du schéma est de simuler la situation et « de faire apparaître » la réponse à la question posée... comme la manipulation. En témoigne l'exemple ci-dessous.



Exemple : Marc avait 8 billes, il en perd 5 pendant la récréation.
Combien a-t-il de billes maintenant ?

L'utilisation du schéma par les élèves présente pour l'enseignant le double avantage de lui faciliter la gestion des séances et de lui permettre de disposer de traces écrites qu'il pourra analyser en différé.

Mais... parfois, certains élèves rompent le fil qui relie la situation et leur schéma. La représentation n'est alors plus celle de la situation. Par exemple, dans le cas d'un groupement (exemple : *faire des paquets de 4 avec 21, donc faire 5 paquets avec un reste 1*), le crayon peut « inventer » les éléments dont on aurait besoin (*représenter les 3 éléments qui permettraient de constituer un paquet supplémentaire et éviteraient ainsi le reste qui gêne*).

Le schéma est une production écrite, une transcription du réel ; il est donc plus éloigné du réel et constitue pour certains élèves un obstacle supplémentaire.

Notons aussi que pour certaines catégories de situations, la résolution par le schéma est un vrai casse-tête. C'est le cas des partages, pour lesquels il faut d'abord représenter la collection à partager, puis effectuer une distribution en alternant « barrer-dessiner ».

Cela nous conduit à un autre inconvénient : la réalisation du schéma nécessite un apprentissage. En effet, pour être efficace, un schéma doit être soigné (pour que tous les éléments soient bien visibles) et organisé (les groupements par 10 doivent être systématisés), sinon les erreurs y sont fréquentes et finissent par décourager les élèves.

Enfin, dernier inconvénient et pas le moindre : certains élèves éprouvent des difficultés à substituer les procédures numériques à leurs schémas. C'est ainsi que des élèves de cycle 3 dessinent les images pour trouver « combien d'images font 6 paquets de 5 ». Pourquoi alors se contraindre à apprendre des répertoires ? Pourquoi mettre en œuvre des procédures de calcul si le schéma permet de dénombrer ?

À l'inverse, les élèves habitués à manipuler sont bien obligés, lorsqu'on ne leur donne plus de matériel, de basculer vers les procédures numériques qui leur sont enseignées.

En faisant la synthèse des arguments pour et contre, nous en arrivons à la conclusion suivante. Faire résoudre les problèmes par le schéma n'est pas une stratégie pertinente pour tous les élèves ; elle est même risquée pour les plus fragiles. Il est conseillé de ne l'utiliser que pour les élèves les plus performants et pour faciliter la mise en œuvre des premières séances... Et en considérant alors que comme la manipulation, la résolution par le schéma ne doit être qu'une phase de l'apprentissage.

2. Le travail de catégorisation des problèmes

La catégorisation est progressive et se met en place au fil des apprentissages.

Elle commence en appui sur les procédures de manipulation, pour peu à peu donner leur place aux opérations.

Elle s'opère sur le critère « ce que je cherche », pour peu à peu automatiser la correspondance avec une opération. (Exemple : «Je cherche une partie d'une collection. C'est un problème de soustraction.»)

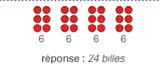
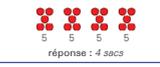
Elle donne lieu à des séances spécifiques :

- 1^{re} séance : à l'issue de la phase de manipulation, 6 problèmes sont donnés à résoudre, chacun représentant une des catégories. Une fois les problèmes résolus, au cours d'un temps collectif, on fait associer chaque problème à une phrase « qui dit ce qu'on cherche ».
- 2^e séance : après un rappel collectif, les élèves mettent en œuvre cette catégorisation. Pour cela, ils résolvent une nouvelle série de 6 problèmes par manipulation.
- Ensuite, régulièrement, on fait le point au cours de temps collectifs sur l'évolution des savoir-faire. Au cours de ces temps de synthèse, chaque catégorie est étudiée, ce qui permet de verbaliser les attentes spécifiques pour chacune d'elles (exemple : en fin de période 2, résoudre un problème de recherche de ce qui reste avec la soustraction, alors que dans le même temps les problèmes de partage sont résolus par manipulation).

La catégorisation est consolidée lors des séances d'apprentissage et d'entraînement à l'utilisation des opérations.

Une fiche outil organise la catégorisation, sous une forme respectant les contraintes énoncées ci-dessus. Elle évolue en même temps que les compétences des élèves, ce qui se traduit par 4 versions présentées lors des temps de synthèse.

Fiche outil n°1, issue de la première catégorisation opérée en fin de période 1

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°1			
<p>Je cherche combien il reste.</p> <p>Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12.</p> <p><i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i></p>  <p>ou 25 - 12</p> <p>réponse : 13 billes</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.</p> <p>Hier, Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i></p>  <p>ou 13 + 12</p> <p>réponse : 25 billes</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.</p> <p>Aline a gagné 4 sacs de 6 billes.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i></p>  <p>réponse : 24 billes</p>	<p>Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.</p> <p>Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa.</p> <p><i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i></p>  <p>réponse : 7 billes chacun</p>
<p>Je cherche une partie d'une collection.</p> <p>Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues.</p> <p><i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i></p>  <p>17 billes rouges les billes bleues</p> <p>réponse : 11 billes bleues</p>	<p>Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.</p> <p>Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes.</p> <p><i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i></p>  <p>réponse : 4 sacs</p>		
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

Fiche outil n°2, en fin de période 2, après étude des procédures expertes pour les problèmes d'addition et de soustraction, puis étude de l'addition réitérée pour les problèmes de multiplication

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°2			
<p>Je cherche combien il reste.</p> <p>Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12.</p> <p><i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 25 - 12</p> <p>réponse : Il lui reste 13 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.</p> <p>Hier, Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 13 + 12</p> <p>réponse : Elle a gagné 25 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.</p> <p>Aline a gagné 4 sacs de 6 billes.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 6 + 6 + 6</p> <p>réponse : Elle a gagné 24 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.</p> <p>Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa.</p> <p><i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i></p>  <p>réponse : Chacun aura 7 billes.</p>
<p>Je cherche une partie d'une collection.</p> <p>Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues.</p> <p><i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 28 - 17</p> <p>réponse : Il y a 11 billes bleues.</p>			<p>Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.</p> <p>Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes.</p> <p><i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i></p>  <p>réponse : Il a fait 4 sacs.</p>
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

Fiche outil n°3, en fin de période 4, après étude de la procédure experte pour les problèmes de multiplication et de procédures numériques pour les problèmes de division

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°3			
<p>Je cherche combien il reste.</p> <p>Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12.</p> <p><i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 25 - 12</p> <p>réponse : Il lui reste 13 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.</p> <p>Hier, Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 13 + 12</p> <p>réponse : Elle a gagné 25 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.</p> <p>Aline a gagné 4 sacs de 6 billes.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 6 x 4</p> <p>réponse : Elle a gagné 24 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.</p> <p>Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa.</p> <p><i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i></p> <p>J'écris</p>  <p>réponse : Chacun aura 7 billes.</p>
<p>Je cherche une partie d'une collection.</p> <p>Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues.</p> <p><i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 28 - 17</p> <p>réponse : Il y a 11 billes bleues.</p>			<p>Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.</p> <p>Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes.</p> <p><i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 5 + 5 + 5 + 5</p> <p>réponse : Il a rempli 4 sacs.</p>
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

Fiche outil n°4, en période 5, pour synthèse des apprentissages menés au CE1

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°4			
<p>Je cherche combien il reste.</p> <p>Alexandre avait 85 billes. À la récréation, il en a perdu 47.</p> <p><i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i></p> <p>J'écris et je calcule</p> $\begin{array}{r} 85 - 47 = 38 \\ \quad 8 \quad 15 \\ - \quad 47 \\ \hline \quad 38 \end{array}$ <p>réponse : Il lui reste 38 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.</p> <p>Hier, Emma a gagné 43 billes à la récréation du matin et 47 à celle de l'après-midi.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i></p> <p>J'écris et je calcule</p> $\begin{array}{r} 43 + 47 = 90 \\ \quad 4 \quad 3 \\ + \quad 4 \quad 7 \\ \hline \quad 90 \end{array}$ <p>réponse : Elle a gagné 90 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.</p> <p>Aline a gagné 5 sacs de 24 billes.</p> <p><i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i></p> <p>J'écris et je calcule</p> $\begin{array}{r} 24 \times 5 = 120 \\ \quad 2 \quad 4 \\ \times \quad 5 \\ \hline \quad 120 \end{array}$ <p>réponse : Elle a gagné 120 billes.</p>	<p>Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.</p> <p>Arthur a 37 billes. Il les partage avec Paul et Léa.</p> <p><i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i></p> <p>J'écris</p>  <p>réponse : Chacun aura 12 billes. Il restera 1 bille.</p>
<p>Je cherche une partie d'une collection.</p> <p>Lucas a un sac de 45 billes. Dans le sac, il y a 27 billes rouges et les autres sont bleues.</p> <p><i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i></p> <p>J'écris et je calcule</p> $\begin{array}{r} 45 - 27 = 18 \\ \quad 4 \quad 15 \\ - \quad 27 \\ \hline \quad 18 \end{array}$ <p>réponse : Il y a 18 billes bleues.</p>			<p>Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.</p> <p>Paul a 36 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes.</p> <p><i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i></p> <p>J'écris et je calcule 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 1 = 36</p> <p>réponse : Il a rempli 7 sacs. Il reste 1 bille.</p>
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

Le choix des problèmes de recherche

Les problèmes proposés aux élèves doivent répondre à des besoins d'apprentissages. En voici deux exemples :

- Un problème à plusieurs étapes est un problème de recherche pour les élèves de CE1 car ceux-ci n'ont pas appris à identifier les questions cachées. Cette activité leur permettra de se familiariser avec cette catégorie de problèmes et de préparer des apprentissages qui seront conduits au cycle 3.
- Faire résoudre un problème de recherche de tous les possibles permet de mettre en évidence des procédés d'organisation d'une démarche.

Les outils pour la classe

L'année de CE1 est dense en apprentissages dans le domaine de la résolution de problèmes. Pour les mener à bien, ont été déterminés :

- **un schéma unique de construction des séances :**

- avec pour commencer un **temps collectif** de modélisation, de rappel ou de synthèse ;
- puis un temps de **travail individuel ou par groupes** de résolution de problèmes.

Seules les séances d'évaluation dérogent à cette règle.

- **une progression et une programmation permettant :**

- de prendre en compte tous les apprentissages à mener ;
- de les coordonner entre eux, mais aussi avec les autres apprentissages mathématiques.

La programmation annuelle décline et positionne les apprentissages dans l'année scolaire.

Elle se compose d'un ensemble de 18 séquences (cf. Sommaire, pp. 4 à 6) prenant en compte les contraintes liées aux apprentissages mathématiques non spécifiques au domaine de la résolution de problèmes (numération et calcul).

La programmation annuelle est aussi présentée dans un tableau (cf. Annexe 1, p. 29) qui permet de visualiser leur chronologie et leur articulation.

Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages

Les 18 séquences représentent un total de 31 séances, réparties en 5 périodes et prévues pour une mise en œuvre effectuée au rythme d'une séance hebdomadaire.

Chacune des séances prévoit l'utilisation :

- d'un **affichage collectif** (sur CD-Rom ou en poster, voir p. 27 et pp. 125 à 127) ;
- d'une **fiche individuelle à photocopier** (sur CD-Rom, voir pp. 28 et 124) ;
- du **corrigé des problèmes** (sur CD-Rom, voir p. 124).

Voir aussi Annexe 3, p. 35.

Les fiches pédagogiques

Elles ont vocation à apporter les informations utiles aux maîtres. Chacune de ces fiches présente :

- l'objectif de la séance ;
- une aide à la mise en œuvre dont un des objectifs est d'éclairer l'enseignant sur le contenu de la séance ;
- le déroulement que nous conseillons ;
- les modalités de travail.

Les contenus mis en jeu y sont également développés afin de donner plus d'aisance aux enseignants dans la mise en œuvre des séances.

Période 1

Séquence 1

Manipuler pour comprendre la situation problème

Les 4 étapes de la résolution énoncées ci-dessus constituent un ensemble destiné à fournir aux élèves une méthodologie de résolution. Celle-ci est adaptée aux élèves de CE1 et son apprentissage nécessite une mise en œuvre collective et répétée.

Les élèves les plus performants seront capables de résoudre par le calcul certains des problèmes proposés dans cette séquence. On les fera cependant manipuler pendant deux séances dont ils tireront profit en consolidant leur connaissance des différentes situations.

Objectifs de la séquence

Faire acquérir une méthodologie en 4 étapes, favorisant la résolution des problèmes mathématiques :

1. lire l'énoncé ;
2. apprendre la question par cœur ;
3. identifier la réponse en manipulant ;
4. écrire la réponse.

Favoriser la compréhension des situations et des problèmes appartenant à toutes les catégories à étudier au CE1, par l'utilisation de la manipulation comme moyen de résolution.

Plan de la séquence

Elle est constituée de 4 séances portant le même titre : « Les étapes de la résolution d'un problème ».

Une série de 6 problèmes est prévue pour chaque séance. Elle concerne un problème de chacune des 6 catégories à étudier au CE1.

Matériel

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PowerPoint (séances 1A, 1B, 1C, 1D) permettant d'afficher les 4 étapes de la méthodologie et la modélisation de la résolution d'un problème.

Fiches individuelles à photocopier

Série de 6 problèmes, suivies de problèmes supplémentaires :

- Séance 1A : Les images
- Séance 1B : Les petites voitures
- Séance 1C : Les récoltes
- Séance 1D : Les élèves

Matériel pour la manipulation

Pour chaque élève, 30 à 40 jetons (ou cubes ou bûchettes). Il mis dans un pot.

Séance 1A

Les étapes de la résolution d'un problème (1)

Présentation et mise en œuvre collective de la méthodologie, puis application individuelle

50 min

1. Présentation de la séance

- Demander aux élèves de réfléchir aux caractéristiques d'un problème en général.

Réponses attendues :

- Un problème est le plus souvent composé d'un texte et d'une question. On se souciera de cette représentation qui sera enrichie en cours d'année.
- Il faut trouver la réponse à la question posée, cette réponse n'étant pas écrite dans le texte.

- Expliquer aux élèves qu'ils vont apprendre comment résoudre un problème, et pour commencer quelles sont les étapes de la résolution.

2. Modélisation de la résolution d'un problème

- Distribuer la fiche photocopiée en veillant à ce que deux élèves voisins aient une fiche différente (sous séries sont proposées : séries A et B).

Commencer la présentation du PowerPoint « Séance 1A ».

Faire lire la diapositive 1 silencieusement puis à voix haute. Elle présente les 4 étapes de la méthodologie.

Les images

La série de problèmes est préparée en 2 versions (horizontale pour les problèmes 1 et 2, supports à un travail collectif et à partir de problèmes 3, les 7 autres étant préparés par deux élèves mathémagiciens. Ils donnent une série différente à deux voisins, en échange de messages habillés (sauter places et se faire l'installation de la certifiée (P-C) que je réussis, je la réussis aussi).

1A Méthodologie

Cette première diapositive permet d'activer le travail de méthodologie de la résolution par elle-même.

Pour résoudre un problème, lire bien :

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Identifier la réponse en manipulant.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Affichage collectif

Fiches individuelles à photocopier

L'ensemble est visualisable au moyen d'un Tableau récapitulatif des outils (cf. Annexe 3, pp. 35-36).

Les supports collectifs

Chaque séance doit poursuivre un objectif lisible par les élèves. Si c'est une séance d'apprentissage, ce dernier doit être explicité. Si c'est une séance d'entraînement, elle doit commencer par un rappel de ce qui va être mis en jeu.

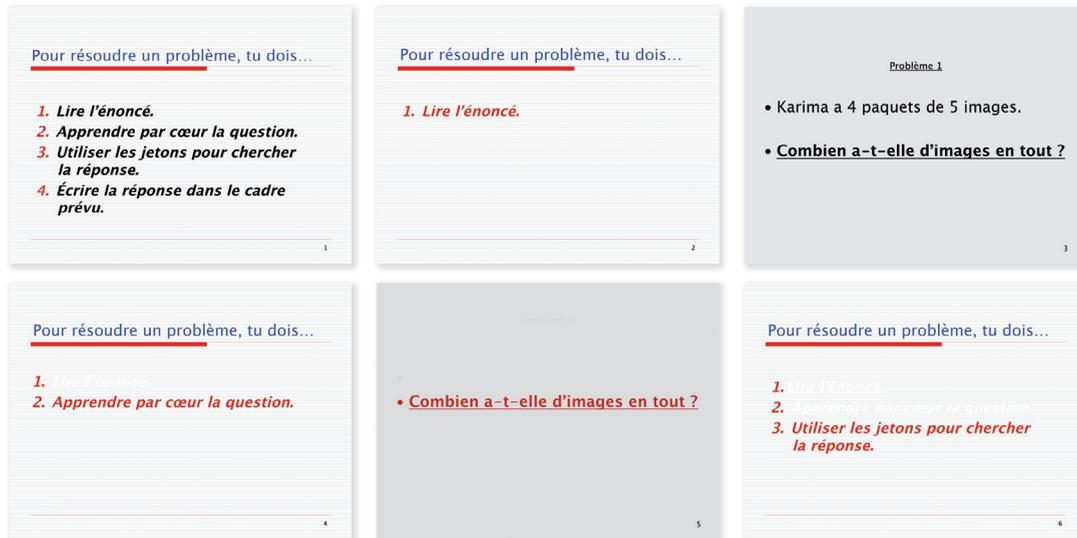
Un temps collectif est donc prévu systématiquement en début de séance. Il permet de modéliser, de rappeler, de construire ce qui sera ensuite utilisé.

Pour mener avec efficacité ces temps, il faut un support collectif permettant à tous les élèves de visualiser et donc d'échanger avec plus de facilité.

Ces supports sont de quatre sortes :

- des présentations PowerPoint, pour des temps de modélisation ou de rappel ;
- des documents Word pour une projection ;
- des documents format PDF (les fiches outils) pour effectuer une synthèse régulière des savoirs et savoir-faire acquis ;
- des posters.

Les présentations PowerPoint



En début d'année, elles permettent de modéliser la méthodologie à enseigner aux élèves. Les 4 temps de la résolution d'un problème sont ainsi exposés et vécus en direct.

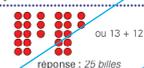
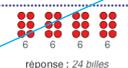
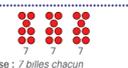
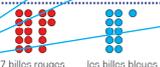
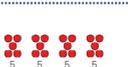
Elles permettent, par le jeu des animations, de simuler la procédure de manipulation pour chacune des catégories de problèmes. Les élèves visualisent ainsi ce qui caractérise chacune d'elles.

Pour les séances visant le passage aux procédures numériques, elles mettent en évidence le lien entre manipulation et opération.

Pour les séances d'entraînement mettant en confrontation deux catégories de problèmes, la présentation compare les deux procédures, afin que les élèves puissent visualiser ce qui les rassemble et ce qui les différencie.

Les fiches outils

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°1

Je cherche combien il reste.	Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.	Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.	Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.
Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i>	Hier, Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi. <i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i>	Aïme a gagné 4 sacs de 6 billes. <i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i>	Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. <i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i>
 ou $25 - 12$ réponse : 13 billes	 ou $13 + 12$ réponse : 25 billes	 ou 6×4 réponse : 24 billes	 ou $21 \div 3$ réponse : 7 billes chacun
Je cherche une partie d'une collection.			Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.
Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>			Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes. <i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i>
 17 billes rouges les billes bleues réponse : 11 billes bleues			 ou $20 \div 5$ réponse : 4 sacs
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

les 6 mêmes problèmes de référence sont utilisés, ce qui permet de mettre en évidence l'évolution des procédures.

L'entrée dans la fiche (le haut de la page) correspond à l'activité de l'élève qui part de la question et donc de ce qu'il cherche.

Ces fiches outils sont conçues pour les temps de synthèse, d'état des lieux des savoirs et des savoir-faire, c'est-à-dire lors des séances d'entraînement à la résolution des problèmes relevant des 6 catégories étudiées au CE1.

Elles sont prévues pour une utilisation collective en début de séance ou une utilisation individuelle accompagnée pendant la résolution des problèmes... Utilisation accompagnée car l'expérience a montré que les élèves rencontrant des difficultés sont aussi ceux qui ont peine à utiliser la fiche à bon escient. Lorsque l'enseignant vient apporter son étayage à la réflexion d'un élève, ces fiches outils constituent une aide efficace aux échanges.

Elles sont présentées en format PDF pour être projetées, mais aussi imprimées en vue d'une distribution aux élèves.

4 versions de la fiche outil sont présentées au cours de l'année (cf. pp. 16-17).

Les fiches de problèmes

Période 1
Séance 14

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie

Nom : _____
Date : _____

Pour résoudre un problème, tu dois :

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Les images – série A

Résolution collective

1 • Karima a 4 paquets de 5 images. <i>Combien a-t-elle d'images en tout ?</i>	Réponse : _____
2 • Léo avait 26 images. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il d'images ?</i>	Réponse : _____

Résous seul les problèmes suivants.

3 • Ali a 20 images. Il les partage avec Jules, Léa et Évan. <i>Combien chacun aura-t-il d'images ?</i>	Réponse : _____
4 • Laura avait 7 images. Sa mamie lui en a donné 16. <i>Combien a-t-elle d'images maintenant ?</i>	Réponse : _____
5 • Tom a une boîte de 18 images. Il compte 6 images de chats. Les autres sont des images de chiens. <i>Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?</i>	Réponse : _____
6 • Éva a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page. <i>Combien lui faut-il de pages ?</i>	Réponse : _____

Illustration: © Nathan, Hatier © Clément, Bay, 2015

Période 1
Séance 14

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie

Nom : _____
Date : _____

Pour résoudre un problème, tu dois :

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Les images – série B

Résolution collective

1 • Karima a 4 paquets de 5 images. <i>Combien a-t-elle d'images en tout ?</i>	Réponse : _____
2 • Léo avait 26 images. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il d'images ?</i>	Réponse : _____

Résous seul les problèmes suivants.

3 • Ali a 24 images. Il les partage avec Jules, Léa et Évan. <i>Combien chacun aura-t-il d'images ?</i>	Réponse : _____
4 • Laura avait 12 images. Sa mamie lui en a donné 15. <i>Combien a-t-elle d'images maintenant ?</i>	Réponse : _____
5 • Tom a une boîte de 26 images. Il compte 15 images de chats. Les autres sont des images de chiens. <i>Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?</i>	Réponse : _____
6 • Éva a 20 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 4 images sur chaque page. <i>Combien lui faut-il de pages ?</i>	Réponse : _____

Illustration: © Nathan, Hatier © Clément, Bay, 2015

Elles sont presque toutes constituées :

- D'un rappel du savoir ou du savoir-faire enseigné et mis en jeu dans les problèmes... Chaque séance ayant un objectif et commençant par un temps collectif, la série de problèmes correspondante est précédée d'une trace écrite utilisée en autonomie par les élèves lorsqu'ils rencontrent un obstacle, mais aussi par l'enseignant lorsqu'il apporte son étayage au travail d'un élève.
- D'une série de problèmes composée d'un tronc commun (généralement 6 problèmes) et de problèmes supplémentaires. Le tronc commun met en jeu ce qui doit être travaillé par tous et constitue le contrat à réussir. Les problèmes supplémentaires sont prévus à destination des élèves les plus rapides... Le plus souvent, ils poursuivent l'entraînement ; parfois ils permettent d'aller plus loin.

Certaines séries sont présentées en 2 versions différant uniquement par les données numériques. C'est notamment le cas en début d'année, au moment d'installer le contrat didactique. Cette stratégie contraint chaque élève à travailler sans s'occuper de ce que fait le voisin et lui permet par voie de conséquence d'engranger de la confiance (« *Les problèmes que j'ai résolus, je les ai résolus seul.* »)

Il faut noter que le premier ou les deux premiers problèmes restent identiques pour tous, permettant une résolution collective.

Séquence 1

Manipuler pour comprendre la situation problème

- Les 4 étapes de la résolution énoncées ci-dessus constituent un ensemble destiné à fournir aux élèves une méthodologie de résolution. Celle-ci est adaptée aux élèves de CE1 et son apprentissage nécessite une mise en œuvre collective et répétée.
- Les élèves les plus performants seront capables de résoudre par le calcul certains des problèmes proposés dans cette séquence. On les fera cependant manipuler pendant deux séances dont ils tireront profit en consolidant leur connaissance des différentes situations.

Objectifs de la séquence

Faire acquérir une méthodologie en 4 étapes, favorisant la résolution des problèmes mathématiques :

1. lire l'énoncé ;
2. apprendre la question par cœur ;
3. chercher la réponse en manipulant ;
4. écrire la réponse.

Favoriser la compréhension des situations et des problèmes appartenant à toutes les catégories à étudier au CE1, par l'utilisation de la manipulation comme moyen de résolution.

Plan de la séquence

Elle est constituée de 4 séances portant le même titre : « Les étapes de la résolution d'un problème ».

Une série de 6 problèmes est prévue pour chaque séance. Elle contient un problème de chacune des 6 catégories à étudier au CE1.

Ou si la classe n'est pas équipée de matériel de vidéoprojection :

- poster 1 : « Les 4 étapes de la résolution d'un problème » ;
- A4 à imprimer (CD-Rom) : l'énoncé du problème servant pour la modélisation (séances 1A, 1B, 1C, 1D).

Matériel



ou poster 1

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PowerPoint (séances 1A, 1B, 1C, 1D) permettant d'afficher les 4 étapes de la méthodologie, et la modélisation de la résolution d'un problème.

Fiches individuelles à photocopier



Séries de 6 problèmes, suivies de problèmes supplémentaires :

- Séance 1A : Les images
- Séance 1B : Les petites voitures
- Séance 1C : Les récoltes
- Séance 1D : Les élèves

Matériel pour la manipulation

Pour chaque élève, 30 à 40 jetons (ou cubes ou bâchettes...) mis dans un pot.

Les étapes de la résolution d'un problème (1)

Séance 1A

Présentation et mise en œuvre collective de la méthodologie, puis application individuelle

50 min

1. Présentation de la séance

- Demander aux élèves de réfléchir aux caractéristiques d'un problème en général.

Réponses attendues :

- Un problème est le plus souvent composé d'un texte et d'une question. On se satisfera de cette représentation qui sera enrichie en cours d'année.
- Il faut trouver la réponse à la question posée, cette réponse n'étant pas écrite dans le texte.

- Expliquer aux élèves qu'ils vont apprendre comment résoudre un problème, et pour commencer quelles sont les étapes de la résolution.

2. Modélisation de la résolution d'un problème

- Distribuer la fiche photocopiée en veillant à ce que deux élèves voisins aient une fiche différente (deux séries sont proposées : séries A et B).

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie		Période 1 Séance 1A	
Pour résoudre un problème, tu dois : 1. Lire l'énoncé. 2. Apprendre par cœur la question. 3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse. 4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.		Nom : _____	Date : _____
Les images – série A			
Résolution collective			
1 • Karima a 4 paquets de 5 images. Combien a-t-elle d'images en tout ?	Réponse : _____		
2 • Léa avait 26 images. À la récréation, il en a perdu 12. Combien lui reste-t-il d'images ?	Réponse : _____		
Résous seul les problèmes suivants.			
3 • Ali a 20 images. Il les partage avec Jules, Léa et Évan. Combien chacun aura-t-il d'images ?	Réponse : _____		
4 • Laura avait 7 images. Sa mamie lui en a donné 16. Combien a-t-elle d'images maintenant ?	Réponse : _____		
5 • Tom a une boîte de 18 images. Il compte 6 images de chats. Les autres sont des images de chiens. Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?	Réponse : _____		
6 • Éva a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page. Combien lui faut-il de pages ?	Réponse : _____		

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie		Période 1 Séance 1A	
Pour résoudre un problème, tu dois : 1. Lire l'énoncé. 2. Apprendre par cœur la question. 3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse. 4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.		Nom : _____	Date : _____
Les images – série B			
Résolution collective			
1 • Karima a 4 paquets de 5 images. Combien a-t-elle d'images en tout ?	Réponse : _____		
2 • Léa avait 26 images. À la récréation, il en a perdu 12. Combien lui reste-t-il d'images ?	Réponse : _____		
Résous seul les problèmes suivants.			
3 • Ali a 24 images. Il les partage avec Jules, Léa et Évan. Combien chacun aura-t-il d'images ?	Réponse : _____		
4 • Laura avait 12 images. Sa mamie lui en a donné 15. Combien a-t-elle d'images maintenant ?	Réponse : _____		
5 • Tom a une boîte de 26 images. Il compte 15 images de chats. Les autres sont des images de chiens. Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?	Réponse : _____		
6 • Éva a 20 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 4 images sur chaque page. Combien lui faut-il de pages ?	Réponse : _____		

- Commencer la présentation du PowerPoint « Séance 1A ».
- Faire lire la diapositive 1 silencieusement puis à voix haute. Elle présente les 4 étapes de la méthodologie.

Pour résoudre un problème, tu dois...

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

1

Si les élèves éprouvent des difficultés à formuler une réponse précise, leur écrire un exemple de problème au tableau (ex : J'avais 30 images et j'en ai perdu 17. Combien m'en reste-t-il ?)

La série de problèmes est préparée en 2 versions identiques pour les problèmes 1 et 2, supports d'un travail collectif. À partir du problème 3, les 2 versions diffèrent par leurs données numériques. En donnant une série différente à deux voisins, on évite que de mauvaises habitudes soient prises et on favorise l'installation de la confiance (« Ce que je réussis, je le réussis seul. »)



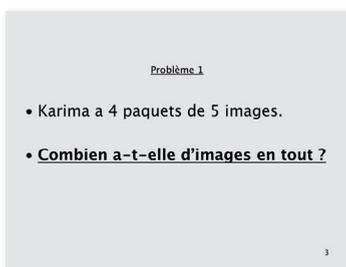
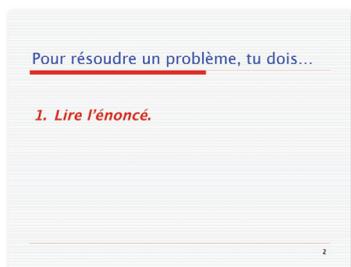
Les images



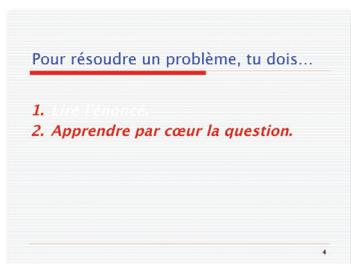
1A Méthodologie

Cette première diapositive permet d'isoler le travail de méthodologie de la résolution par elle-même.

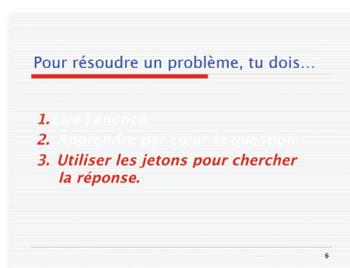
- Présenter les diapositives 2 et 3. Les faire lire à voix haute par des élèves.



- Faire de même pour les diapositives 4 et 5.

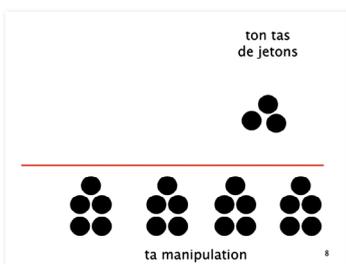
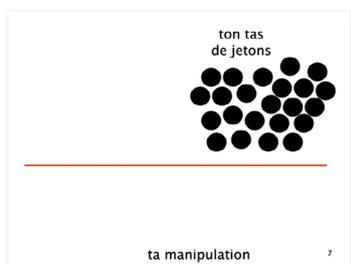


- Présenter la diapositive 6.



Après lecture de ces diapositives liées à la méthodologie, demander aux élèves ce qu'ils doivent trouver pour s'assurer qu'ils ont compris la tâche à réaliser. Alors, l'enseignant explique aux élèves que pour résoudre ce problème, ils vont s'aider en manipulant les jetons. Un jeton représente une image, pas un paquet car ce sont les images qu'il faut compter.

- Faire chercher la réponse à la question en faisant constituer par chaque élève les collections avec les jetons. Demander à chacun ce qu'il a trouvé.
- Valider collectivement la réponse « 20 images ».
- Présenter les diapositives 7 et 8.



La lecture collective de l'énoncé constitue un temps d'apprentissage. Effectuée par un élève, elle doit mettre en évidence la simplicité de la situation. L'enseignant s'assure que tous les élèves ont compris l'énoncé du problème. Ainsi, les éventuelles difficultés constatées lors de la résolution pourront être attribuées au traitement des informations.

Pour résoudre un problème, on doit savoir ce qu'on cherche. La mémorisation de la question est donc nécessaire. Ici, la mémorisation par cœur est imposée, en particulier aux élèves auxquels le niveau de langage ne permet pas la reformulation. Pour cette première séance, il convient de faire réciter la question à plusieurs élèves, et en particulier à ceux susceptibles de rencontrer des difficultés lors de la résolution.

On veillera, lors de la manipulation, à ce que les élèves comprennent bien qu'il faut constituer les collections nécessaires pour répondre à la question (ici, les collections d'images), et non constituer une collection correspondant à chaque nombre de l'énoncé. Par exemple, on n'utilise pas de jetons pour représenter le facteur de répétition (ici, le nombre de paquets).

Pour les élèves, la constitution des collections peut masquer « le vrai travail à effectuer », c'est-à-dire chercher la réponse. Il faut s'assurer en passant auprès de chacun que le travail est mené à son terme.

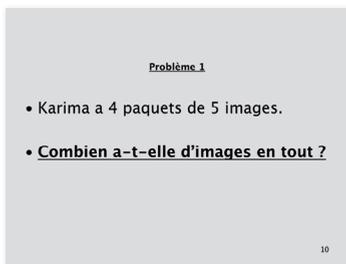
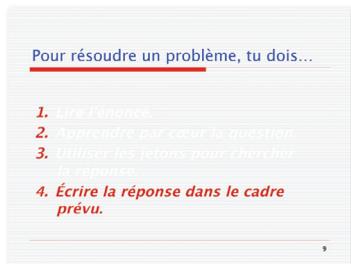
Ces deux diapositives permettent d'insister sur l'organisation de la manipulation :

- Les jetons qui « participent » au problème sont mis sur la table pour toute la durée de la manipulation et ne sont rangés qu'après validation par l'enseignant. Cette précaution permettra à l'élève et à l'enseignant d'agir avec plus de rapidité si une erreur est commise.
- Les jetons sont organisés en collections de 5 ou de 10, de sorte que l'enseignant repère très vite les erreurs de dénombrement.

On acceptera différents types de configuration :

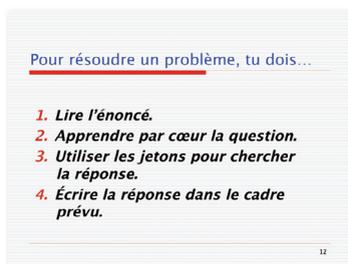


- Présenter les diapositives 9, 10 et 11.



Faire écrire la réponse sur la fiche par chaque élève.

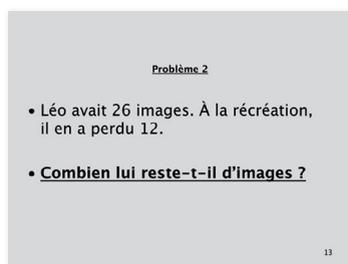
- Présenter la diapositive 12.



Faire relire les 4 étapes de la résolution d'un problème.

3. Seconde modélisation de la résolution d'un problème

- Présenter la diapositive 13.



- Procéder à une lecture collective du problème.
- Faire mémoriser et contrôler la bonne restitution de la question.
- Individuellement, les élèves cherchent la réponse avec les jetons, puis écrivent la réponse sur leur fiche.

La collection de 26 images doit être organisée en groupes de 10, afin d'éviter les erreurs de dénombrement.

Les 12 images « perdues » doivent être écartées, mais pas rangées dans le pot... Là encore pour faciliter le repérage d'éventuelles erreurs.

La réponse sera constituée du nombre suivi de son unité.

La rédaction d'une phrase réponse nécessite un apprentissage spécifique programmé en période 2.

Cette diapositive est reproduite en haut de la fiche élèves...

Elle facilitera un éventuel dialogue entre élève et enseignant pendant le travail individuel.

Le problème 2 est prévu pour une résolution collective. Toutefois, l'enseignant peut autoriser certains élèves à se lancer dans le travail individuel. Il rappelle alors la nécessité de respecter les 4 étapes et notamment de mémoriser la question.

Cette seconde modélisation est plus rapide. Une seule diapositive est affichée, celle du texte du problème.

La manipulation favorise la résolution des problèmes concrets... Il ne faut pas que des erreurs répétées de dénombrement laissent penser aux élèves qu'ils ne réussissent pas en résolution de problèmes. C'est la raison pour laquelle l'enseignant doit manifester autant d'exigence d'organisation lors des manipulations.

4. Application individuelle

- Annoncer la consigne aux élèves : « *Vous allez maintenant résoudre les problèmes 3 à 6 en procédant comme nous venons de le faire, en suivant les quatre étapes.* »

Leur indiquer que deux voisins n'ont pas le même problème. Ils devront prendre l'habitude de travailler seuls.

<p>3 • Ali a 20 images. Il les partage avec Jules, Léa et Évan. <i>Combien chacun aura-t-il d'images ?</i></p>	Réponse :
<p>4 • Laura avait 7 images. Sa mamie lui en a donné 16. <i>Combien a-t-elle d'images maintenant ?</i></p>	Réponse :
<p>5 • Tom a une boîte de 18 images. Il compte 6 images de chats. Les autres sont des images de chiens. <i>Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?</i></p>	Réponse :
<p>6 • Éva a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page. <i>Combien lui faut-il de pages ?</i></p>	Réponse :

La mise en application des 4 étapes est mise en avant, mais l'enseignant vise aussi la résolution du plus grand nombre possible de problèmes.
Il veille notamment au bon traitement des informations et attire l'attention sur les difficultés suivantes :

- le problème 3 est un partage en 4, pas en 3 ;
- dans le problème 5, les images de chats sont dans la boîte. Ce ne sont pas de nouvelles images ;
- dans le problème 6, il faut compter le nombre de pages, pas celui des images.

Les étapes de la résolution d'un problème (2)

Séance 1B
50 min

Rappel collectif puis application individuelle

1. Modélisation de la résolution d'un problème

- Distribuer la fiche photocopiée « Les petites voitures » (2 fiches différentes pour les élèves voisins).

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie Séance 10

Pour résoudre un problème, tu dois :
 1. Lire l'énoncé
 2. Apprendre par cœur la question
 3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
 4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Nom :
 Date :

Les petites voitures – série A

Résolution collective

1 • Léo avait 26 petites voitures.
À la récréation, il en a cassé 12.
Combien lui reste-t-il de petites voitures ?

Réponse :

Résous seul les problèmes suivants.

2 • Karima a 4 garages. Dans chaque garage, elle a mis 5 petites voitures.
Combien a-t-elle de petites voitures en tout ?

Réponse :

3 • Ali a 18 petites voitures.
Il les partage avec Julie et Évan.
Combien chacun aura-t-il de petites voitures ?

Réponse :

4 • Laura avait 9 petites voitures.
Sa mamie lui en a donné 11.
Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?

Réponse :

5 • Tom a une boîte de 20 petites voitures.
Il compte 12 petites voitures rouges.
Les autres sont bleues.
Combien y a-t-il de petites voitures bleues dans la boîte ?

Réponse :

6 • Éva a 18 petites voitures.
Elle va les ranger dans des boîtes.
Elle va mettre 3 petites voitures dans chaque boîte.
Combien lui faut-il de boîtes ?

Réponse :

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie Séance 10

Pour résoudre un problème, tu dois :
 1. Lire l'énoncé
 2. Apprendre par cœur la question
 3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
 4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Nom :
 Date :

Les petites voitures – série B

Résolution collective

1 • Léo avait 26 petites voitures.
À la récréation, il en a cassé 12.
Combien lui reste-t-il de petites voitures ?

Réponse :

Résous seul les problèmes suivants.

2 • Karima a 6 garages. Dans chaque garage, elle a mis 5 petites voitures.
Combien a-t-elle de petites voitures en tout ?

Réponse :

3 • Ali a 20 petites voitures.
Il les partage avec Jules, Léa et Évan.
Combien chacun aura-t-il de petites voitures ?

Réponse :

4 • Laura avait 7 petites voitures.
Sa mamie lui en a donné 16.
Combien a-t-elle de petites voitures maintenant ?

Réponse :

5 • Tom a une boîte de 18 petites voitures.
Il compte 6 petites voitures rouges.
Les autres sont bleues.
Combien y a-t-il de petites voitures bleues dans la boîte ?

Réponse :

6 • Éva a 15 petites voitures.
Elle va les ranger dans des boîtes.
Elle va mettre 3 petites voitures dans chaque boîte.
Combien lui faut-il de boîtes ?

Réponse :

Le dispositif est identique à celui de la séance 1A.



Contenu du CD-Rom

Le CD-Rom contient tout le matériel nécessaire au travail des élèves, qu'il soit individuel ou collectif.

Individuel

- Les fiches à photocopier pour les élèves ainsi que leurs corrigés

Fiche élève

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie

Nom :
Date :

Pour résoudre un problème, tu dois :

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Les images – série A

Résolution collective

1 • Karima a 4 paquets de 5 images.
Combien a-t-elle d'images en tout ?

Réponse :

2 • Léo avait 26 images.
À la récréation, il en a perdu 12.
Combien lui reste-t-il d'images ?

Réponse :

Résous seul les problèmes suivants.

3 • Ali a 20 images.
Il les partage avec Jules, Léa et Évan.
Combien chacun aura-t-il d'images ?

Réponse :

4 • Laura avait 7 images.
Sa mamie lui en a donné 16.
Combien a-t-elle d'images maintenant ?

Réponse :

5 • Tom a une boîte de 18 images.
Il compte 6 images de chats.
Les autres sont des images de chiens.
Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?

Réponse :

6 • Éva a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page.
Combien lui faut-il de pages ?

Réponse :

Corrigés

Période 1
Séance 1A

CORRIGÉS
Séquence 1 / Résoudre des problèmes en manipulant • Apprendre une méthodologie

Nom :
Date :

Pour résoudre un problème, tu dois :

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Les images – série A

Résolution collective

1 • Karima a 4 paquets de 5 images.
Combien a-t-elle d'images en tout ?

Réponse : 20 images

2 • Léo avait 26 images.
À la récréation, il en a perdu 12.
Combien lui reste-t-il d'images ?

Réponse : 14 images

Résous seul les problèmes suivants.

3 • Ali a 20 images.
Il les partage avec Jules, Léa et Évan.
Combien chacun aura-t-il d'images ?

Réponse : 5 images

4 • Laura avait 7 images.
Sa mamie lui en a donné 16.
Combien a-t-elle d'images maintenant ?

Réponse : 23 images

5 • Tom a une boîte de 18 images.
Il compte 6 images de chats.
Les autres sont des images de chiens.
Combien y a-t-il d'images de chiens dans la boîte ?

Réponse : 12 images

6 • Éva a 15 images. Elle va les coller dans un cahier. Elle va coller 3 images sur chaque page.
Combien lui faut-il de pages ?

Réponse : 5 pages

Période 2
Séance 3A

Séquence 3 / Utiliser la soustraction pour résoudre un problème • La recherche d'un reste

Nom :
Date :

Un problème de soustraction
Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12.
Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?
Je cherche combien il reste.
J'utilise la **soustraction** : $25 - 12 = 13$

La présentation de la réponse

Réponse : Problème 1
 $25 - 12 = 13$
13 billes

Sortie en forêt – série A (1/2)

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

Résolution collective

1 • Les 30 élèves de la classe de Julie font une sortie en forêt. À l'arrivée en forêt, la maîtresse compte les élèves qui descendent du car. 8 élèves sont déjà sortis.
Combien d'élèves reste-t-il dans le car ?

Réponse :

Résolution individuelle

2 • Dans la forêt, Julie a ramassé 25 champignons qu'elle a mis dans son panier. Mais ensuite, elle a jeté 7 champignons.
Combien lui reste-t-il de champignons ?

Réponse :

3 • Louis a ramassé 12 pommes rouges et Lilou lui en a donné 15.
Combien Louis a-t-il de pommes en tout ?

Réponse :

4 • Karima a ramassé 24 châtaignes. Mais elle en a donné 16 à ses copines.
Combien lui reste-t-il de châtaignes ?

Réponse :

Période 2
Séance 3A

CORRIGÉS
Séquence 3 / Utiliser la soustraction pour résoudre un problème • La recherche d'un reste

Nom :
Date :

Un problème de soustraction
Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12.
Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?
Je cherche combien il reste.
J'utilise la **soustraction** : $25 - 12 = 13$

La présentation de la réponse

Réponse : Problème 1
 $25 - 12 = 13$
13 billes

Sortie en forêt – série A (1/2)

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

Résolution collective

1 • Les 30 élèves de la classe de Julie font une sortie en forêt. À l'arrivée en forêt, la maîtresse compte les élèves qui descendent du car. 8 élèves sont déjà sortis.
Combien d'élèves reste-t-il dans le car ?

Opération : $30 - 8 = 22$
Réponse : 22 élèves

Résolution individuelle

2 • Dans la forêt, Julie a ramassé 25 champignons qu'elle a mis dans son panier. Mais ensuite, elle a jeté 7 champignons.
Combien lui reste-t-il de champignons ?

Opération : $25 - 7 = 18$
Réponse : 18 champignons

3 • Louis a ramassé 12 pommes rouges et Lilou lui en a donné 15.
Combien Louis a-t-il de pommes en tout ?

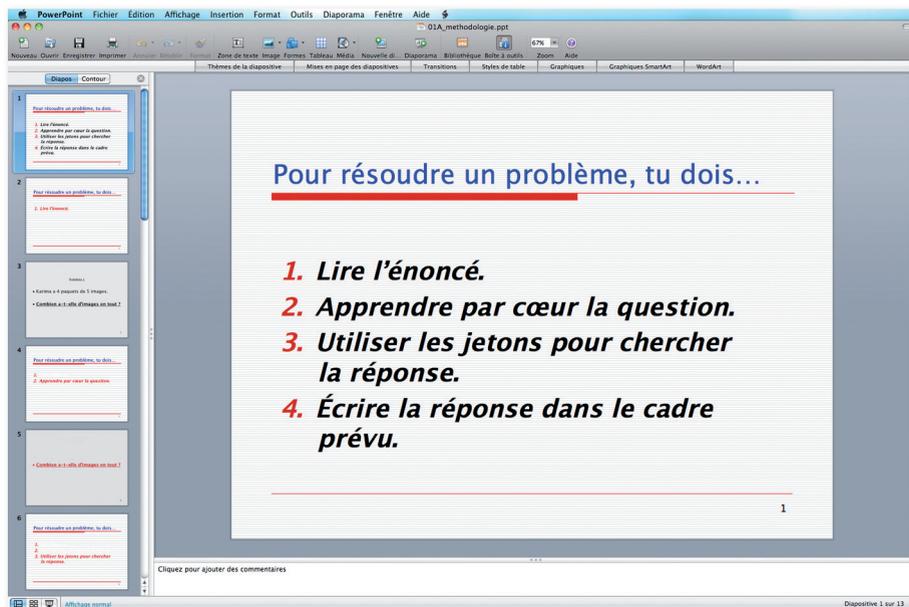
Opération : $12 + 15 = 27$
Réponse : 27 pommes

4 • Karima a ramassé 24 châtaignes. Mais elle en a donné 16 à ses copines.
Combien lui reste-t-il de châtaignes ?

Opération : $24 - 16 = 8$
Réponse : 8 châtaignes

Collectif

- Des fichiers PowerPoint (proposés au format PDF) à vidéoprojecter



- Des fichiers PDF à vidéoprojecter

Séquence 7 / S'entraîner à la résolution de problèmes de recherche

Période 3
Séance 7A

Pour résoudre le problème suivant, il faut faire plusieurs calculs.

- Présente bien ton travail du haut vers le bas, pour qu'il soit facile à comprendre.
- Écris la réponse à la question en bas de ton travail et souligne-la.

Les tulipes

Marilou a cueilli 18 tulipes rouges et autant de tulipes bleues.
Elle a aussi cueilli 14 tulipes jaunes.
Elle fait des bouquets de 5 tulipes, puis elle vend tous les bouquets 4 € chacun.

- 1)
- 2)
- 3) **Combien gagne-t-elle d'argent en vendant tous les bouquets ?**

Remarque pour l'enseignant : CE1, Cycle 1, Niveau 1 © C. Lemaire, Paris, 2013

1. Les fichiers PowerPoint sont proposés en .pdf car l'ouverture du logiciel PowerPoint substitue automatiquement les polices utilisées non présentes sur l'ordinateur par d'autres, ce qui génère des problèmes d'affichage. L'avantage des .pdf est que l'affichage ne change pas, quelque soit l'ordinateur utilisé.

- Des affichettes à imprimer en A4 si la classe n'est pas équipée de vidéoprojecteur

Séquence 1 / Manipuler pour comprendre la situation problème • Apprendre une méthodologie

Période 1
Séance 1A

Problème 1

Karima a 4 paquets de 5 images.

Combien a-t-elle d'images en tout ?

Illustration : Karim El Ghoul / Getty Images

Séquence 1 / Manipuler pour comprendre la situation problème • Apprendre une méthodologie

Période 1
Séance 1B

Problème 2

Léo avait 26 petites voitures.
À la récréation, il en a cassé 12.

Combien lui reste-t-il de petites voitures ?

Illustration : Karim El Ghoul / Getty Images

Séquence 1 / Manipuler pour comprendre la situation problème • Apprendre une méthodologie

Période 1
Séance 1C

Problème 3

Lino a fait 24 tomates farcies.
Pour les ranger dans son congélateur, il les a mises dans des barquettes de 4.

Combien a-t-il rempli de barquettes ?

Illustration : Karim El Ghoul / Getty Images

Les posters



- au format A2 : 4 posters Fiche outil

Outil pour apprendre à choisir la bonne opération - CE1/n°1

Je cherche combien il reste.	Je cherche combien ça fait en tout. Les collections sont différentes.	Je cherche combien ça fait en tout. Un nombre est répété plusieurs fois.	Je cherche combien ça fait pour chacun. C'est un partage.
Alexandre avait 25 billes. À la récréation, il en a perdu 12. <i>Combien lui reste-t-il de billes après la récréation ?</i>	Hien, Emma a gagné 13 billes à la récréation du matin et 12 à celle de l'après-midi. <i>Combien a-t-elle gagné de billes dans la journée ?</i>	Alline a gagné 4 sacs de 6 billes. <i>Combien a-t-elle gagné de billes en tout ?</i>	Arthur a 21 billes. Il les partage avec Paul et Léa. <i>Combien chacun aura-t-il de billes ?</i>
 ou $25 - 12$ réponse : 13 billes	 ou $13 + 12$ réponse : 25 billes	 réponse : 24 billes	 réponse : 7 billes chacun
Je cherche une partie d'une collection.			Je cherche combien ça fait de groupes. C'est un groupement.
Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>			Paul a 20 billes. Pour les offrir à ses amis, il a rempli plusieurs sacs de 5 billes. <i>Combien a-t-il fait de sacs ?</i>
 17 billes rouges les billes bleues réponse : 11 billes bleues			 réponse : 4 sacs
Ce sont des problèmes de SOUSTRACTION	C'est un problème d' ADDITION	C'est un problème de MULTIPLICATION	Ce sont des problèmes de DIVISION

- au format A3 : 20 posters

Pour résoudre un problème, tu dois...

1. Lire l'énoncé.
2. Apprendre par cœur la question.
3. Utiliser les jetons pour chercher la réponse.
4. Écrire la réponse dans le cadre prévu.

Poster 1

Résoudre un problème de recherche d'une partie

Lucas a un sac de 28 billes. Dans le sac, il y a 17 billes rouges et les autres sont bleues.
Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?

le calcul :
 $28 - 17 = 11$

Je cherche une partie d'une collection, alors je fais **une soustraction.**

Poster 7

Résoudre un problème de partage

Laura a 36 sucettes. Elle les partage avec Pablo et Éléa.
Combien chacun va-t-il avoir de sucettes ?

$$\begin{array}{r} 36 \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ 10 \quad 10 \quad 10 \\ 2 \quad 2 \quad 2 \end{array}$$

6

0

12 sucettes chacun

Poster 15