La collection *J'apprends les maths*
Quelques points-clés

Sommaire

Distinguer les compétences numériques quotidiennes et les compétences scolaires

Dans les années 90, des collègues psychologues ont étudié les compétences numériques d'enfants qui vivent en bandes dans la rue en Amérique du Sud et qui n'ont jamais fréquenté l'école. Ces enfants apprennent quand même à compter, à retrancher, à partager… du moins lorsque ces savoir-faire leur sont utiles dans leur vie quotidienne ce qui est le cas lorsqu'ils doivent gérer des stocks de la marchandise dont ils font commerce pour survivre. Mais ils n'accèdent pas à des compétences arithmétiques plus complexes.

Conceptualiser, c'est pour l'essentiel accéder à la conviction que telle ou telle tâche numérique peut être résolue de différentes manières

Ils ne savent pas, par exemple qu'on peut remplacer le calcul de 50 fois 3 (3 et encore 3, 6 ; et encore 3, 9 ; et encore 3…) par celui de 3 fois 50 (50 et encore 50, 100 ; et encore 50, 150). Ils ne savent pas que pour partager 150 objets entre 50 personnes, on peut chercher : « En 150, combien de fois 50 ? », c'est-à-dire se comporter comme si l'on groupait ces objets par 50 plutôt que de les partager en 50 parts égales. Ils ne savent pas que pour comparer deux nombres (pour savoir combien le plus grand des deux nombres « *a de plus* »), on peut retrancher le petit nombre au grand nombre, etc. Ainsi, l'arithmétique scolaire est, par bien des aspects, très différente des savoirs numériques quotidiens.

Favoriser d'emblée les significations non banales du symbolisme arithmétique

À l'école, pour favoriser le progrès, il convient de s'inspirer de la « perspective historico-culturelle » du grand psychologue russe qu'était Vygotsky et notamment de l'usage des signes arithmétiques qu'il préconisait. En arithmétique élémentaire, cette notion de « signes » doit être comprise dans un sens large : il s'agit des mots de la langue qui permettent de dire les nombres à l'oral, des écritures chiffrées et des symboles opératoires (+, –, etc.). Selon Vygotsky, les enseignants doivent privilégier un usage de ces signes qui favorise l'accès à leur signification savante plutôt que de les faire fonctionner comme dans la vie quotidienne.

C'est ainsi qu'à rebours de ce que l'intuition suggère, il vaut mieux que l'école privilégie d'emblée (ou du moins très rapidement) des situations où le nombre trois, par exemple, est défini par ses décompositions (« deux et encore un » ; « un, un et encore un ») plutôt que comme résultat du dernier mot d'un comptage (un, deux, *trois*), des situations où la soustraction n'est pas un simple retrait, des situations où la multiplication n'est pas une simple addition répétée, des situations où la division n'est pas un simple partage…

Des démarches efficaces bien que contre-intuitives

Cette approche théorique en rupture avec le sens commun a conduit à l'élaboration d'outils pour faire la classe : fichiers, livres, matériels, techniques pédagogiques originales… C'est ainsi que des idées pédagogiques plutôt contre-intuitives sont largement mises en pratique aujourd'hui en France avec *J'apprends les maths* :

• des dizaines de milliers d'écoliers français rencontrent les premiers nombres en petite section de maternelle alors que le nombre 3, par exemple, leur est explicité à partir des décompositions élémentaires de ce nombre plutôt qu'à partir du comptage ;

• ils apprennent au CP deux suites numériques verbales jusqu'à 100 : celle de leur langue, évidemment avec ses irrégularités (onze, douze…), mais aussi une suite verbale qui a été régularisée « à l'asiatique » afin de rendre explicites les décompositions de la numération décimale : dix et un, dix et deux, dix et trois… dix et neuf, deux dix, deux dix et un, deux dix et deux, deux dix et trois… deux dix et neuf, trois dix, trois dix et un… ;

• ils rencontrent au CE2 la division et son symbolisme alors qu'il s'agit de résoudre un problème de groupement : diviser a par b est d'abord défini comme la recherche de : « En a combien de fois b ? », plutôt que comme l'exécution d'un partage équitable ;

• ils rencontrent au CM1 l'écriture a/b alors qu'il s'agit de partager exactement a unités sécables en b parts égales (11 verres de jus d'orange à partager entre 4 personnes, par exemple) : la barre de fraction est d'abord rencontrée au CM1 comme le symbole d'une division-partage qui est différente de la division euclidienne étudiée au CE2 parce que dans le cas de cette division, on partage aussi ce qui reste ;

• à partir de la rentrée 2008, avec la nouvelle édition de *J'apprends les maths CP avec Tchou*, des dizaines de milliers d'élèves vont rencontrer la soustraction et le signe « – » dans une situation de comparaison : la soustraction y est présentée comme l'opération qui permet de connaître « ce qui n'est pas pareil dans deux nombres », c'est-à-dire leur *différence*.

Créer des « zones de développement prochain »

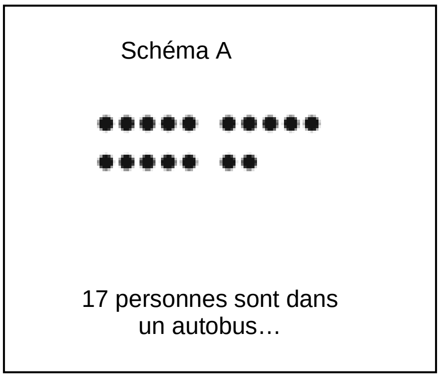
Pris isolément, certains de ces choix pédagogiques ne sont pas nouveaux. Cuisenaire, par exemple, un grand pédagogue belge du milieu du siècle dernier, introduisait lui aussi la soustraction dans un contexte de comparaison. *J'apprends les maths* est cependant la première méthode où ces choix pédagogiques, bien que contre-intuitifs, sont simultanément présents. Elle constitue une aide à la mise en œuvre d'une approche vygotskienne de l'enseignement des concepts numériques élémentaires, c'est-à-dire d'une approche où, par son enseignement, l'enseignant ne se contente pas d'améliorer ce que les élèves ont déjà appris en dehors de l'école, mais rend d'emblée possible leurs progrès futurs. Le rôle de l'école est de favoriser d'emblée les décompositions des nombres plutôt que le simple comptage, de favoriser d'emblée les usages non banals des opérations arithmétiques plutôt que leurs significations banales. Par son enseignement, l'enseignant doit créer ce que Vygotsky appelait des « zones de développement prochain ».

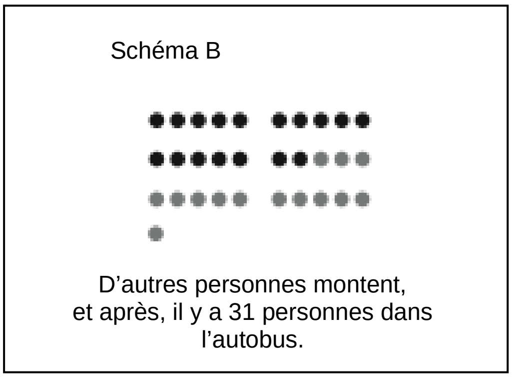
Repenser l'idée de « manipulation » à l'aide de celle de « représentation analogique »

Une autre particularité de *J'apprends les maths* réside dans l'usage massif de représentations analogiques qui y est fait.

Considérons le problème : « 17 personnes sont dans un autobus. D'autres personnes montent et après, il y a 31 personnes dans l'autobus. Combien de personnes sont montées ? »

Pour résoudre ce problème, il est possible de dessiner 17 points (en les organisant comme dans la figure A), puis d'ajouter des points jusqu'à ce qu'il y en ait 31 (figure B) avant de dénombrer le nombre de points ajoutés (14). L'élève qui s'y prend ainsi raisonne sur des points comme s'il s'agissait de personnes. On dit que les collections de points sont des représentations analogiques.





Il est clair que les mêmes schémas A et B auraient pu permettre de résoudre un problème qui parle de billes gagnées (Amélie a 17 billes. Elle joue une partie et gagne d'autres billes. Maintenant, elle a 31 billes…), d'euros reçus, d'arbres plantés… plutôt que personnes qui montent dans un autobus. L'explicitation du fait que les unités de la collection de points valent pour n'importe quelle unité aide à comprendre que la procédure de résolution mise en œuvre dans un contexte vaut dans les autres : il est plus facile pour un élève de généraliser lorsqu'il opère sur des représentations analogiques des collections que lorsqu'il opère sur les unités des collections elles-mêmes.

Simuler mentalement une action que le maître réalise de manière masquée

Tous les pédagogues soulignent l'intérêt des situations de manipulation. Il est par exemple intéressant de manipuler des représentations analogiques plutôt que les collections elles-mêmes.

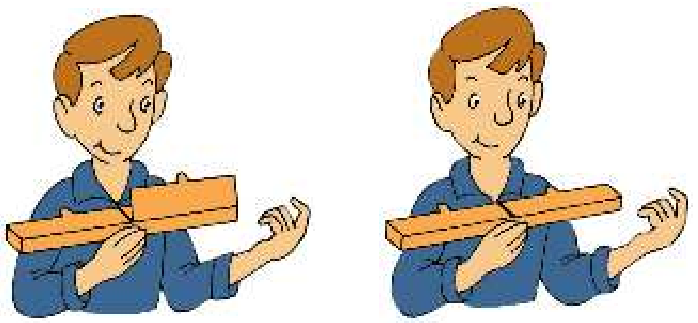
Mais il faut de plus souligner l'intérêt des situations où c'est le maître, et non l'élève, qui manipule des représentations analogiques, dans des conditions où cette manipulation s'effectue de façon masquée.

Considérons par exemple la situation qui est utilisée dans les ouvrages pour le CP et le CE1 afin d'enseigner le « passage de la dizaine » : $8 + 6 = (8 + 2) + 4$. Pour aider à ce calcul, on peut utiliser une boîte de Picbille et y placer 8 jetons de sorte que les élèves voient qu'il reste 2 cases vides. Pour réaliser l'ajout de 6 jetons, on prélève 2 jetons parmi les 6 et on complète la boîte de 10. Les 4 jetons restant hors de la boîte montrent qu'il y en a 14 en tout. L'ajout est alors réalisé de manière visible.

L'ajout est réalisé de manière visible

En fait, la pratique pédagogique la plus efficace consiste à réaliser cet ajout de manière masquée (voir figure ci-dessous) : les élèves voient seulement le maître agir et ils doivent simuler mentalement cette action. Ce dispositif est très efficace parce qu'il s'agit d'une *simulation par reconstruction mentale de ce que voit et fait autrui*.

L'ajout est réalisé de manière masquée



L'enseignant pose le problème : « Il y a 8 jetons dans la boîte et 6 dans ma main ; imaginez ce que je vois. Combien de cases vides ? »	Après avoir complété la boîte, il interroge sur le nombre total. « Imaginez ce que je vois maintenant… 8 + 6 = … Écrivez le résultat. »

Les élèves sont conduits à simuler mentalement l'action que l'enseignant a réalisée de façon masquée. Or les recherches en neuropsychologie, celles sur les « neurones miroirs » notamment, montrent que l'apprentissage repose grandement sur ce type de processus mentaux. Au-delà des travaux scientifiques, on en comprend bien les raisons en comparant les deux façons d'animer cette activité. Lorsque les élèves sont confrontés à la situation où l'ajout est réalisé de manière visible, d'une part le complément de 8 à 10 et d'autre part la décomposition des 6 unités ajoutées en 2 + 4, sont extrêmement faciles. Cependant, de nombreux élèves se trouvent en grande difficulté dès que le matériel n'est plus présent. Simuler mentalement l'action que l'enseignant a réalisée de manière masquée oblige à reconstituer mentalement les données correspondant aux différentes étapes de la procédure et à enchaîner ces étapes.

Devenir capable de le faire rend autonome dans la mise en œuvre de cette procédure.