

PÉDAGOGIE 3-6 ans

MONTESSORI

P **A** **S** à **S**
P **A** **S**

*calcul
et maths*

Isabelle Patron • Vanessa Toinet • Sylvia Dorance

Table des matières

Sommaire par apprentissages	6
Introduction : L'esprit mathématique	9
Tableau chronologique	12
Les nombres de 1 à 10	24
Les barres rouges et bleues.....	24
Les chiffres rugueux	27
L'Association des barres numériques et des symboles.....	29
Les fuseaux.....	32
Les jetons	35
Le jeu de mémoire	37
Le système décimal.....	38
La banque des perles dorées et les symboles.....	38
La présentation des quantités.....	43
La présentation des symboles.....	47
L'association quantités/symboles	49
La "magie" du nombre.....	50
L'Initiation aux opérations.....	53
La découverte de l'addition statique avec les perles dorées	53
L'addition dynamique avec les perles dorées	59
La soustraction statique avec les perles dorées	61
La soustraction dynamique avec les perles.....	63
La multiplication avec les perles dorées	65
La division avec les perles dorées	67
La division avec un diviseur à 2 chiffres avec les perles dorées	69
La division avec un diviseur à 3 chiffres avec les perles dorées	74
Le vocabulaire des dizaines.....	75
Les 1 ^{res} tables de Seguin	75
Les 2 ^{es} tables de Seguin	81
Les chaînes	84
Vers l'écriture des opérations	92
Les timbres	92
L'addition avec les timbres.....	95
La table des points.....	100

La soustraction statique avec les timbres	107
La soustraction dynamique avec les timbres	110
La multiplication par 10, 100, 1000 avec les perles dorées.....	113
La multiplication avec la disposition systématique des perles de couleur	115
La multiplication avec les timbres	118
La division avec les timbres (diviseur à 1 chiffre).....	119
La division avec les timbres (diviseur à 2 chiffres)	124
La division avec les timbres (diviseur à 3 chiffres)	131
Vers la mémorisation des opérations.....	132
Le serpent positif, début de la mémorisation de l'addition	133
La mémorisation de l'addition avec la table des réglettes	150
La mémorisation de l'addition avec les tables des doigts	157
La mémorisation de l'addition : les autres outils	167
Le serpent négatif, début de la mémorisation de la soustraction	172
La mémorisation de la soustraction avec la table des réglettes	199
La mémorisation de la soustraction avec les tables des doigts	205
La mémorisation de la multiplication avec la table perforée.....	210
La mémorisation de la multiplication avec les tables des doigts	214
La mémorisation de la multiplication : les autres outils	214
La mémorisation de la division avec la table perforée.....	220
La mémorisation de la division avec les tables des doigts	226
La mémorisation de la division : les autres outils	226
Le passage à l'abstraction.....	227
Le boulier	227
L'addition statique avec le boulier	233
L'addition dynamique avec le boulier	238
La soustraction statique avec le boulier.....	242
La soustraction dynamique avec le boulier	245
L'approche des fractions.....	254
Les cercles partagés.....	254
Les premières opérations avec des fractions	261
Conclusion.....	262
Annexe : Les principes fondateurs.....	264

Sommaire par apprentissages

Les nombres

Les barres rouges et bleues	24
Les chiffres rugueux	27
Association des barres numériques et des symboles.....	29
Les fuseaux	32
Les jetons	35
Le jeu de mémoire	37

Le système décimal

La banque des perles dorées et les symboles	38
Les 1 ^{res} tables de Seguin	75
Les 2 ^{es} tables de Seguin	81
Les chaînes.....	84

L'addition

La découverte de l'addition statique avec les perles dorées.....	53
L'addition dynamique avec les perles dorées.....	59
Les timbres.....	92
L'addition avec les timbres	95
La table des points	100
L'addition statique avec le boulier	203
L'addition dynamique avec le boulier.....	238

La mémorisation de l'addition

Le serpent positif, début de la mémorisation de l'addition.....	133
La mémorisation de l'addition avec la table des réglettes.....	150
La mémorisation de l'addition avec les tables des doigts	157
La mémorisation de l'addition : les autres outils	167

La soustraction

La soustraction statique avec les perles dorées	61
La soustraction dynamique avec les perles dorées.....	63
La soustraction statique avec les timbres.....	107
La soustraction dynamique avec les timbres.....	110
La soustraction statique avec le boulier	242
La soustraction dynamique avec le boulier	245

La mémorisation de la soustraction

Le serpent négatif, début de la mémorisation de la soustraction.....	172
La mémorisation de la soustraction avec la table des réglettes.....	199
La mémorisation de la soustraction avec les tables des doigts.....	205

La multiplication

La multiplication avec les perles dorées.....	65
La multiplication par 10, 100, 1000 avec les perles dorées.....	113
La multiplication avec la disposition systématique des perles de couleur.....	115
La multiplication avec les timbres.....	118

La mémorisation de la multiplication

La mémorisation de la multiplication avec la table perforée.....	210
La mémorisation de la multiplication avec les tables des doigts.....	214

La division

La division avec les perles dorées.....	67
La division avec les timbres (diviseur à 1 chiffre).....	119
La division avec un diviseur à 2 chiffres avec les perles dorées.....	69
La division avec les timbres (diviseur à 2 chiffres).....	124
La division avec un diviseur à 3 chiffres avec les perles dorées.....	74
La division avec les timbres (diviseur à 3 chiffres).....	131

La mémorisation de la division

La mémorisation de la division avec la table perforée.....	220
La mémorisation de la division avec les tables des doigts.....	226

Les fractions

Les cercles partagés.....	254
Les premières opérations avec des fractions.....	261

L'esprit mathématique

Pour Maria Montessori, les mathématiques ne sont pas que dans les calculs et les nombres mais elles apparaissent constamment dans la vie pratique quotidienne. En effet remplir un verre d'eau demande précision et exactitude. Maria Montessori parlait "d'esprit mathématique". Il ne faut pas entendre ici le côté froid des mathématiques, mais l'organisation ordonnée d'informations précises et exactes indispensables à notre développement.

Comme dans l'approche montessorienne du langage, les apprentissages mathématiques se font sans manuels mais par l'intermédiaire d'un matériel concret remarquable dans sa progression.

Avec le matériel de Vie pratique de la pédagogie Montessori, l'enfant apprend, dès l'âge de 2 ans à 2 ans et demi, à se concentrer, à réfléchir, à associer son regard et son geste, à organiser son espace de travail et son travail lui-même, à enchaîner les séquences d'actions nécessaires pour obtenir un résultat... Grâce au matériel de Vie sensorielle, il aborde sans effort, de façon concrète et intuitive, certaines notions mathématiques. Lorsque cet enfant, à partir de 4 ans, découvre le calcul et les maths proprement dits, il s'appuie sur ces acquis effectués par imprégnation, en géométrie (formes, volumes, etc.), en arithmétique (addition, multiplication, fractions, ...), en langage (plus grand, plus petit, ...).

On ne va pas le faire basculer directement dans l'abstraction des mathématiques. On continue à partir du concret dans une démarche progressive, en utilisant chaque fois de nouveaux matériels adaptés et spécifiques à chaque concept mathématique. Lors d'une première phase, il s'agira, dans l'ordre :

- de découvrir et de s'appropriier les quantités,
- de découvrir et de s'appropriier les symboles,
- d'associer quantités-symboles.

Viendront ensuite la présentation du système décimal, la fabrication des dizaines, les quatre opérations, etc.

Nous suivons dans ce livre, dans la mesure du possible, la chronologie des apprentissages. Cependant, vous le constaterez, il ne s'agit pas d'une chronologie linéaire. Certaines étapes sont parallèles et certains matériels sont utilisés plusieurs fois, à des moments différents, pour divers apprentissages. C'est le cas des timbres, par exemple, que vous utiliserez d'abord pour l'addition, puis successivement pour les autres opérations.

D'autre part vous constaterez aussi que les zones d'âge approximatives que nous indiquons sur le tableau chronologique de la p.12 se chevauchent, au début, avec une partie de celles de la Vie sensorielle et, tout le temps, avec celles du langage. Bien entendu, il ne s'agit pas d'enseigner le langage pendant quelques années, puis de passer au calcul pour les années qui suivent, ou vice versa. A vous de composer au fur et à mesure, en suivant le rythme et le niveau de l'enfant, un emploi du temps où les activités alternent et où il acquiert parallèlement la maîtrise du langage, de l'écriture, de la lecture et du calcul.

Tout cela doit se faire en restant à l'écoute de l'enfant : les séances ne doivent jamais être trop longues et, surtout, elles ne doivent jamais le lasser. Mieux vaut faire se succéder de courtes séances sur des travaux différents et variés que de consacrer une longue séance à une seule activité. Bien sûr, si l'enfant

est bien dans son activité, laissez-le continuer autant qu'il le veut : il ne s'agit pas non plus de l'inciter à la dispersion.

Un dernier point : les premiers matériels Montessori pour les maths aident l'enfant à être à l'aise avec les nombres de 1 à 10, à établir les liens entre nombre oral et quantité, nombre oral et symbole écrit puis symbole écrit et quantité. Ces relations sont les fondations indispensables à une compréhension solide du nombre.

Vers la mémorisation des opérations

Au moment où vous abordez la mémorisation de l'addition avec l'enfant, il a vu l'addition avec les perles et il a travaillé avec les 1^{res} tables de Seguin. Il va avoir besoin de mémoriser la table d'addition pour ne pas être freiné dans toutes ses activités de calcul parallèles, le travail avec les timbres ou avec le boulier par exemple (voir plus loin). Pour consolider le principe de l'opération avant de passer à la mémorisation systématique avec la table des réglettes (p.150), on propose à l'enfant le jeu du serpent positif qui permet de rester dans le concret des perles.

Pour tous les travaux de mémorisation, n'hésitez pas, surtout si l'enfant est jeune, à lui servir de scribe aussi longtemps que son écriture encore malhabile risquera de le perturber dans sa concentration.

Le serpent positif, début de la mémorisation de l'addition

Ce jeu permet de consolider le comptage et la numération. Il présente l'avantage de faire travailler l'enfant sans avoir besoin d'une feuille ou d'un crayon. Le concept même du serpent plaît à la majorité des enfants mais il peut arriver que le simple nom du serpent déstabilise certains enfants. Dans ce cas improvisez ! Le serpent devient alors un magnifique collier à compter.

Selon la longueur du serpent, l'enfant peut être amené à faire des dizaines d'opérations sans lassitude.

L'explication est un peu longue. Même pour nous ! Mais il ne faut pas se laisser impressionner : c'est un matériel très facile à utiliser.

Le matériel

Le matériel peut être fait à la maison... avec pas mal de patience et de main d'œuvre. Enrôlez toute la famille (ou toute l'équipe pédagogique si vous travaillez pour une école).

Il se compose de :

- 10 barrettes de 9 perles bleu foncé
- 10 barrettes de 8 perles bleu ciel
- 10 barrettes de 7 perles blanches
- 10 barrettes de 6 perles marron
- 10 barrettes de 5 perles bleu turquoise
- 10 barrettes de 4 perles jaunes
- 10 barrettes de 3 perles roses
- 10 barrettes de 2 perles vertes
- 10 perles rouges isolées

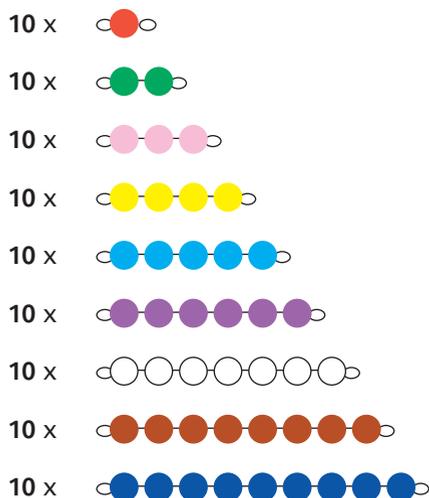
Même les perles rouges isolées doivent être enfilées sur un petit bout de fil de fer. Sinon, elles roulent et ne restent pas à l'endroit où on les pose.

Vous pourrez constater que les couleurs correspondent à celles de la table de Pythagore (Voir Vie pratique - Vie sensorielle).

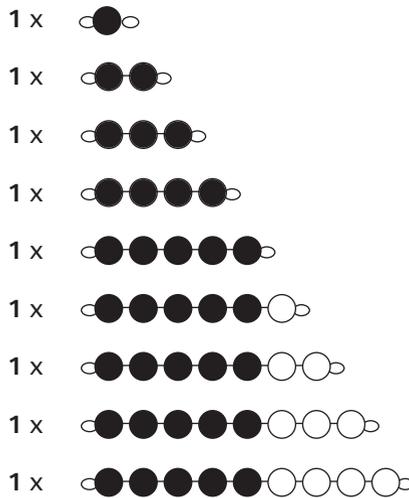
A cela s'ajoutent les perles noires et blanches du change, et enfin, un "cavalier" de carton qui permet de compter facilement les perles. Il s'agit simplement d'un petit bout de carton avec une encoche utilisé comme guide pour le comptage des perles et comme repère lors des pauses, pour savoir où on en est.

Vous utiliserez également les barrettes de 10 perles dorées de la banque des perles (voir p.38).

Il est plus agréable de travailler sur une nappe ou un tapis car les perles roulent moins sur le tissu que sur un support lisse.



Les barrettes positives

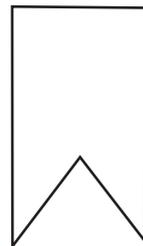


Les barrettes du change positif

10 x 

**Les barrettes empruntées
à la banque des nombres**

**Le cavalier
pour compter
les perles**



La présentation

La présentation doit se faire de façon extrêmement lente et progressive. Il s'agit d'opérations complexes et qui demandent de travailler avec beaucoup de concentration et d'ordre. En comptant avec le cavalier, mais surtout en mettant les barrettes de côté, on peut faire toutes sortes d'erreurs par simple inattention. Nous vous conseillons vivement de pratiquer plusieurs fois vous-même la manipulation du serpent positif avant de l'utiliser avec un enfant. Ensuite, vous procéderez en deux étapes ou plutôt deux niveaux successifs : d'abord sans le change, avec un serpent multiple de 10, puis en utilisant le change.

1^{er} niveau

Demandez à l'enfant d'aller chercher et d'installer un tapis.

Allez chercher avec l'enfant la boîte des barrettes de couleur. Sortez également la boîte des barrettes de 10 perles dorées de la banque des nombres. Annoncez qu'aujourd'hui est un grand jour. "On va faire quelque chose de nouveau. On va faire un serpent !".

Commencez à faire le serpent devant l'enfant en posant deux barrettes dont le total des perles est 10. Sur nos croquis pas à pas, nous avons fait des serpents rectilignes pour plus de clarté, mais votre serpent peut onduler légèrement ! N'exagérez pas non plus : cela ne doit pas compliquer le comptage.

Demandez à l'enfant de continuer le serpent en posant une barrette à son tour. Placez alors une barrette complémentaire pour obtenir un total de 10 perles. Laissez de nouveau l'enfant choisir et poser une barrette. Posez la barrette complémentaire pour faire 10. Ainsi de suite jusqu'à obtenir un serpent de 40 perles. Fermez la boîte de perles pour éviter que l'enfant soit distrait et, surtout, pour éviter les mélanges.

Comme un bon dessin vaut mieux qu'un long discours... et comme les deux ensemble valent encore mieux, voyez aussi p.158 et suivantes la démarche illustrée pas à pas.

Indiquez à l'enfant que vous allez transformer le serpent de couleur en un serpent doré. Prenez le cavalier et commencez à compter les perles à haute voix à partir de la gauche. Quand vous arrivez à 10, posez une barrette dorée au-dessus des 2 barrettes de couleur déjà comptées. Dites : "C'est 10. C'est pareil. On remplace." Retirez les barrettes de couleur du serpent et mettez-les de côté. Puis recommencez à compter les perles de couleur du serpent, en reprenant à 1. Ainsi de suite jusqu'à ce que vous n'ayez plus que 4 barrettes dorées. Admirez le nouveau serpent ensemble.

Ce travail demande beaucoup de concentration de la part de l'enfant. Pour les premières fois, vous serez à ses côtés. Après le deuxième ou le troisième serpent, vous lui montrerez comment vérifier si l'on ne s'est pas trompé. Posez les 4 barrettes dorées verticalement en les espaçant (voir le croquis de l'autocorrection p.140). Puis prenez la plus longue barrette de couleur et posez-la à côté de la première barrette dorée. "Tiens, quelle barrette de couleur est-ce que je peux mettre pour que ce soit pareil ?" Choisissez la barrette de couleur qui convient et posez-la contre la barrette dorée, au-dessous de la barrette de couleur qu'elle doit compléter pour faire 10.

Ainsi de suite pour qu'il n'y ait plus de barrette isolée. A la fin, on a bien 4 colonnes doubles composées chacune d'une barrette dorée et, à côté, des barrettes de couleur dont la somme des perles est égale à 10.

Vous recommencerez, pendant plusieurs jours et même plusieurs semaines, la construction et l'utilisation du serpent positif du 1^{er} niveau. Vous participerez à la construction, l'enfant comptera seul et vous resterez avec lui jusqu'à la fin de la vérification. Par la suite, participez toujours à la construction du serpent pour qu'il comporte uniquement des groupes de 10 perles. Vous pouvez bien sûr allonger le serpent. L'enfant le fera naturellement.

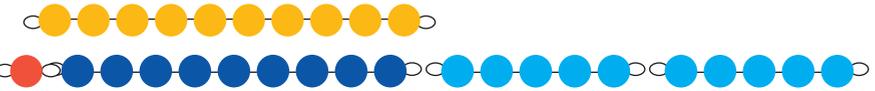
Progressivement, l'enfant s'imprègne des figures colorées et mémorise sans difficulté les compléments à 10 : pour avoir 10, il faut une perle rouge et une barrette bleue de 9 perles ou une barrette jaune de 3 perles et une barrette blanche de 7, etc.

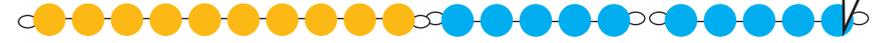
Il approfondira petit à petit en s'apercevant que 10 peut être formé également par trois nombres comme $4 + 4 + 2$ ou même 4 nombres : $3 + 3 + 3 + 1$...

Le serpent positif: 1^{er} niveau pas à pas

1 

2 

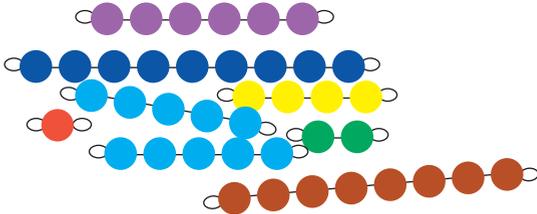
3 

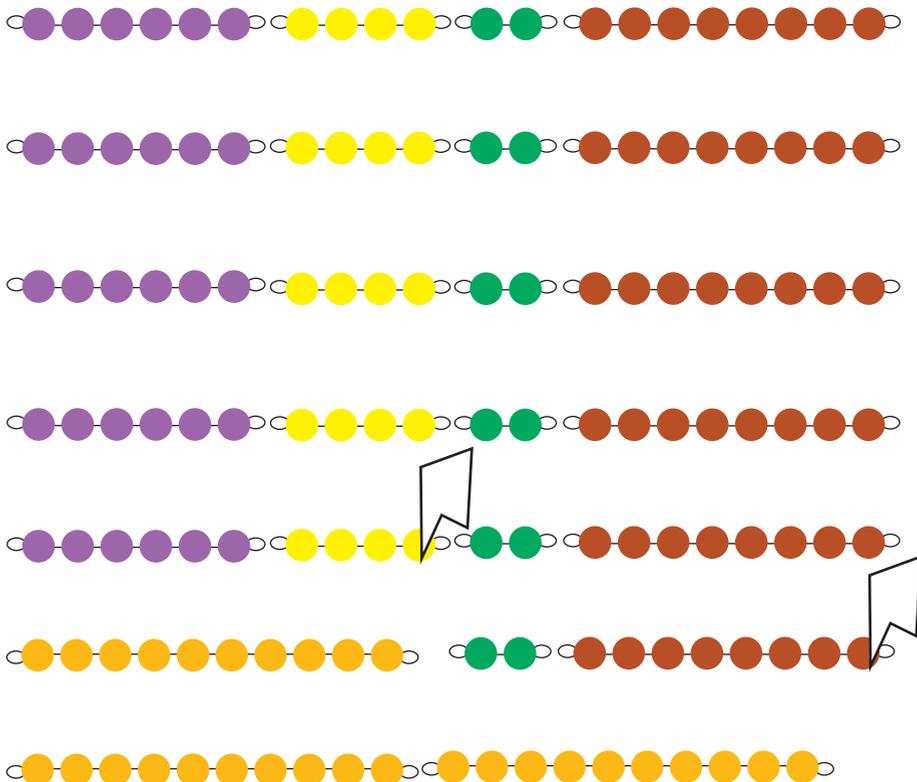
4 

5 

6 

7 





1. Construction du serpent.
2. Comptage de la 1^{re} dizaine.
3. Remplacement de la 1^{re} dizaine par une barrette dorée.
Mise à l'écart des barrettes de couleur remplacées.
- 4, 5, 6, 7 : Continuation du comptage, du remplacement et de la mise à l'écart, jusqu'à la fin du serpent.

Le serpent positif :
contrôle de l'erreur du 1^{er} niveau

