

Ch. Henaff - V. Martinie - P. Millery - S. Peyronie

CALCUL MENTAL

CM1

**Acquérir et mémoriser
des stratégies**

RETZ

editions-retz.com

Sommaire

Introduction	p. 5
Le calcul mental dans les programmes	p. 5
Quelques définitions	p. 6
La démarche	p. 8
La mémorisation des répertoires	p. 10
L'enseignement de procédures élémentaires (automatisées)	p. 12
La pratique du calcul réfléchi	p. 15
Progressions	p. 16
Programmation des apprentissages	p. 32
Annexe Mode d'emploi de la fiche 4 couleurs	p. 35

Période 1

	p. 36
Semaine 1	p. 38
Semaine 2	p. 42
Semaine 3	p. 46
Semaine 4	p. 51
Semaine 5	p. 57
Semaine 6	p. 62

Période 2

	p. 67
Semaine 7	p. 69
Semaine 8	p. 73
Semaine 9	p. 78
Semaine 10	p. 82
Semaine 11	p. 87
Semaine 12	p. 92

Période 3

	p. 97
Semaine 13	p. 99
Semaine 14	p. 104
Semaine 15	p. 109
Semaine 16	p. 114
Semaine 17	p. 119
Semaine 18	p. 125

Période 4

	p. 130
Semaine 19	p. 132
Semaine 20	p. 136
Semaine 21	p. 141
Semaine 22	p. 145
Semaine 23	p. 150
Semaine 24	p. 157

Période 5

	p. 163
Semaine 25	p. 165
Semaine 26	p. 169
Semaine 27	p. 174
Semaine 28	p. 179
Semaine 29	p. 183
Semaine 30	p. 188

Introduction

Le calcul mental dans les programmes

Les programmes définissent le cahier des charges de l'enseignement du calcul mental au cycle 3, cycle auquel appartient le CM1. L'enseignement du calcul mental au cours moyen est constitué de trois types d'apprentissages :

- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer rapidement des calculs, en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maîtriser des procédures de calcul mental efficaces qui seront progressivement automatisées.

Dans cet ouvrage ces trois domaines d'apprentissage se retrouvent respectivement sous les titres :

- Connaissance et utilisation des répertoires ;
- Numération et calcul ;
- Calcul automatisé.

« Au cours moyen, la mémorisation des résultats des tables d'addition et de multiplication se poursuit avec une fluence qui se renforce tout au long de l'année scolaire. »

Les objectifs d'apprentissage pour le calcul mental

• **Mémoriser des faits numériques**

Connaître des faits numériques usuels relatifs aux nombres entiers

Connaître quelques relations entre des fractions usuelles

Connaître l'écriture décimale de fractions usuelles

• **Utiliser ses connaissances en numération pour calculer mentalement**

Ajouter ou soustraire un nombre entier inférieur à 10, d'unités, de dizaines, de centaines, de dixièmes ou de centièmes à un nombre décimal, lorsqu'il n'y a pas de retenue

Multiplier un nombre entier par 10, 100 ou 1 000

Multiplier un nombre décimal par 10

Diviser un nombre décimal par 10

• **Apprendre des procédures de calcul mental**

Ajouter ou soustraire 8, 9, 18, 19, 28, 29, 38 ou 39 à un nombre

Multiplier un nombre entier inférieur à 10 par un nombre entier de dizaines ou de centaines

Multiplier un nombre entier par 4 ou par 8

Multiplier un nombre entier par 5

Utiliser la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition dans des cas simples

Commentaire :

Les programmes définissent les domaines d'apprentissage et les objectifs à atteindre et constituent donc un cadre destiné à élaborer une programmation. Mais on peut regretter le manque d'ambition qui se dégage de leur étude, comme par exemple, l'imprécision de la rédaction du domaine « Mémoriser des faits numériques » qui confirme selon nous la sous-estimation de l'importance de ces connaissances.

Par ailleurs, les procédures à enseigner ne sont pas explicitées, ce qui laisse à penser qu'elles se valent toutes (ce que nous contestons) et semblent sélectionnées sans que l'on repère une cohérence entre elles, comme si l'enseignement du calcul mental n'était qu'un empilement de techniques.

La conception des apprentissages, et par voie de conséquence de la programmation, doit être précédée de l'identification des procédures qui seront présentées puis entraînées afin d'être automatisées. Pour chaque opération, il faut fixer l'objectif de fin d'année, la ou les procédures à enseigner pour l'atteindre et les attendus concernant la production du résultat par l'élève.

La mémorisation des faits numériques ne peut se réduire à des révisions autonomes suivies de contrôle de connaissances. Elle nécessite l'explicitation et la mise en œuvre d'une méthodologie prenant en compte les attendus énoncés avec précision et les besoins des élèves.

Quelques définitions

Préalable à la conception de l'enseignement, un peu de vocabulaire s'impose.

Calcul en ligne / Calcul posé

Un calcul peut être effectué en ligne suivant différentes procédures.

Le choix de l'une ou de l'autre est lié à ses avantages (exemple : pas de mémorisation de la retenue si on commence par l'unité la plus grande), aux compétences de l'élève (exemple : degré de maîtrise des répertoires et des procédures) et aux caractéristiques des nombres employés (exemple : procédures spécifiques au nombre 9).

Un calcul posé est l'application d'une technique écrite en colonnes, organisée comme un tableau de numération. Il s'effectue suivant un algorithme identique, pour tous les calculs relevant de la même opération. Les élèves opèrent alors sur les « chiffres » (valeur positionnelle) et non sur les nombres.

L'application de la technique posée au calcul en ligne n'est pas pertinente, en raison des risques d'oubli d'une retenue, en particulier dans les soustractions.

Calcul en ligne	Calcul posé
<i>Traces écrites :</i> $75 - 36 = 39$ $184 - 45 = 184 - 40 - 5 = 144 - 5 = 139$ $184 - 49 = 184 - 50 + 1 = 134 + 1 = 135$ On opère sur les nombres .	<i>Trace écrite :</i> $\begin{array}{r} 1 \ 8 \ 14 \\ - \ 14 \ 7 \\ \hline 1 \ 3 \ 7 \end{array}$ On opère sur les chiffres .

Calcul mental / Calcul écrit

On parle généralement de calcul mental dès lors que l'on renonce à tout intermédiaire écrit, c'est-à-dire qu'aucune production écrite n'intervient entre l'énoncé du calcul et la production du résultat. Par exemple, écrire $58 + 34 = 92$ relève du calcul mental alors que $58 + 34 = 58 + 30 + 4 = 88 + 4 = 92$ ne relève pas du calcul mental mais du calcul écrit.

Remarque : certains chercheurs en didactique des mathématiques, dont François Boule¹, précisent que les situations de calcul mental ne doivent pas être habillées de problèmes.

1. François Boule, professeur de mathématiques, formateur au CNEFEI.

Période 1

La première période est consacrée à la consolidation des connaissances qui seront nécessaires aux apprentissages du CM1. À cet effet, **deux priorités se dégagent pour le début d'année : la connaissance de la suite numérique et celle des répertoires.**

La maîtrise de la suite des nombres facilite la mise en œuvre des procédures de calcul mental. Les passages des dizaines et des centaines, en particulier, font l'objet d'un entraînement spécifique, visant fiabilité et rapidité.

En début de CM1, il est normal que **les répertoires additifs** ne soient pas encore totalement stabilisés. Ils doivent être à nouveau révisés collectivement, suivant un protocole respectant les besoins de la mémoire. De plus, il faut viser à une restitution de plus en plus rapide des résultats.

Ces révisions incluent l'activation des liens avec **les répertoires soustractifs** qui ne font pas l'objet d'une mémorisation spécifique, mais dont il faut apprendre à retrouver rapidement les résultats à partir des répertoires additifs.

Suivant la même démarche, **les premiers répertoires multiplicatifs** (de 2 à 6) sont révisés dans le but de gagner en fiabilité et en rapidité de restitution.

En calcul, les 4 opérations sont abordées pour consolider les savoir-faire nécessaires à la pratique du calcul réfléchi. L'enseignement des premières procédures de calcul au cours de cette période 1 met en évidence l'intérêt qu'il y a à s'appuyer sur une bonne connaissance des répertoires.

Les objectifs de la période 1

Numération et calcul

- Réciter le plus rapidement possible la suite des nombres de 1 en 1, de 2 en 2, jusqu'à 99, dans les ordres croissant et décroissant.
- Dire des suites de nombres de 1 en 1, de 2 en 2, jusqu'à 999, dans les ordres croissant et décroissant, sans franchissement de centaines, puis avec franchissement de centaines.

Connaissance et utilisation des répertoires

- Connaître les faits numériques additifs révisés en trois séries.
- Restituer le résultat d'un fait numérique soustractif à partir des trios de nombres.
- Restituer, dans un ordre aléatoire, les résultats des tables de multiplication par 2, 3, 4, 5 et 6.

Calcul automatisé

L'addition

- Calculer une somme $a + b$, avec $a < 100$ et $b < 10$.
- Calculer mentalement le résultat d'une chaîne de 4 additions dont tous les termes sont inférieurs à 10.

La soustraction

- Calculer une différence $a - b$, avec $a < 100$ et $b < 10$.

La multiplication

- Calculer $a \times 3$ ou $a \times 5$, avec $a < 20$, en utilisant la distributivité.

La division

- Calculer le quotient et le reste d'une division par n d'un nombre inférieur à $n \times 10$.

Les 4 opérations

- Calculer mentalement le résultat d'une chaîne de 3 ou 4 opérations.

Le matériel de la période 1

Le matériel à préparer par l'enseignant

La **file numérique collective jusqu'à 99** doit être affichée pendant toute la phase de consolidation de la suite des nombres jusqu'à 999.

L'**ardoise** constitue le support du travail quotidien. Les élèves y développent leurs calculs, y écrivent leurs résultats, y copient leurs répertoires. Elle permet aussi l'observation par l'enseignant des réussites et des difficultés.

Les **diaporamas** sont à afficher pour le déroulement des séances de connaissance et utilisation des répertoires.

Les **fiches procédures** sont affichées lors de la formulation de la procédure, puis lors des rappels et des entraînements.

Les **répertoires individuels** reprennent les faits numériques à mémoriser et permettent une révision autonome.

Les **fiches 4 couleurs** sont utilisées lors des temps d'entraînement et d'évaluation.



.....> Les diaporamas de semaines 1 à 6

.....> Les répertoires individuels :

Les faits numériques additifs, séries 1 à 3

Les sommes égales à...

Les tables de multiplication

Les trios de nombres, séries 1 à 3

Le répertoire soustractif

Les répertoires pour effectuer des divisions

Les faits numériques additifs « difficiles »

Les faits numériques multiplicatifs

.....> Les fiches 4 couleurs :

Les faits numériques additifs, séries 1 à 3

Les trios de nombres, séries 1 à 3

.....> Fiches procédures :

Pour multiplier un nombre par...

Pour diviser par un nombre à 1 chiffre

SEMAINE 1

Numération et calcul : Suite des nombres de 1 en 1, de 0 à 99

- ⇒ Objectif – Réciter rapidement la suite des nombres de 1 en 1 jusqu'à 99, dans les ordres croissant et décroissant.

Connaissance des répertoires : les faits numériques additifs, série 1

- ⇒ Objectif – Connaître les faits numériques additifs de la série 1.

Connaissance et utilisation des répertoires : les faits numériques soustractifs, série 1

- ⇒ Objectif – Restituer les résultats de faits numériques soustractifs à partir des trios de nombres.

Calcul automatisé : Sommes d'un nombre à 2 chiffres et d'un nombre à 1 chiffre

- ⇒ Objectif – Calculer $a + b$, avec $a + b < 100$ et $b < 10$, sans franchissement de dizaine.

Calcul automatisé : Différences avec utilisation de résultats connus (sommes 4 à 9)

- ⇒ Objectif – Calculer $a - b$ avec $a < 100$ et $b < 10$ et sans franchissement de dizaine.

Séance 1

Numération et calcul : Suite des nombres de 1 en 1 jusqu'à 99

- ⇒ Réciter la suite des nombres de 1 en 1 jusqu'à 99, dans les ordres croissant et décroissant.

- Récitation collective :

Faire dire collectivement la suite des nombres de 1 en 1 :

- dans l'ordre croissant, de 1 à 99 ;
- dans l'ordre décroissant, de 99 à 1.

Connaissance des répertoires : Les faits numériques additifs, série 1

- ⇒ Connaître les faits numériques additifs et leurs écritures par commutativité. Connaître les doubles.

- Présenter la série 1 de faits numériques avec les pages 2 à 5 du diaporama (et/ou distribuer le répertoire).

$3 + 5 = 8$	→	$5 + 3 = 8$	
$8 + 5 = 13$	→	$5 + 8 = 13$	
$6 + 5 = 11$	→	$5 + 6 = 11$	
$2 + 5 = 7$	→	$5 + 2 = 7$	
$8 + 7 = 15$	→	$7 + 8 = 15$	
$2 + 7 = 9$	→	$7 + 2 = 9$	
$3 + 7 = 10$	→	$7 + 3 = 10$	
$5 + 7 = 12$	→	$7 + 5 = 12$	
			$0 + 0 = 0$ $8 + 8 = 16$ $3 + 3 = 6$ $7 + 7 = 14$ $6 + 6 = 12$

La file numérique jusqu'à 99 est affichée.



- Diaporama S1.
- Répertoire : Les faits numériques additifs, série 1.