

Christian Henaff

Conseiller pédagogique

RÉSOUDRE DES PROBLÈMES

CE2

Apprendre à comprendre
les situations mathématiques

RETZ

www.editions-retz.com

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

© Retz 2014
ISBN : 978-2-7256-3291-9



Sommaire

Préface	p. 6
Préambule	p. 7
Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008	p. 8
Un parcours d'apprentissages pour les problèmes relevant des 4 opérations	p. 9
1. Identifier l'opération	p. 10
Comment choisir entre l'addition et la soustraction ?	p. 10
Comment choisir entre la multiplication et la division ?	p. 13
Choisir la bonne opération parmi les quatre	p. 15
Inventer et rédiger des problèmes pour apprendre à choisir l'opération	p. 16
2. Comprendre les énoncés de problèmes	p. 17
3. Produire par le calcul le résultat exact	p. 20
4. Rédiger et présenter la réponse	p. 21
Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures	p. 22
Résoudre des problèmes de recherche	p. 24
Les outils pour la classe	p. 26
Annexes	p. 29
Annexe 1 – Programmation des apprentissages	p. 29
Annexe 2 – Catégorisation des problèmes	p. 30
Annexe 3 – Tableau récapitulatif des séquences et des outils	p. 34
Les séquences didactiques	p. 37

Période 1

Séquence 1	Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction	p. 37
Séance 1A	Le choix entre addition et soustraction : Révision du CE1	p. 38
Séance 1B	Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)	p. 40

Séance 1C	Les problèmes de diminution et d'augmentation (2)	p. 42
Séance 1D	Les problèmes de comparaison (1)	p. 44
Séance 1E	Les problèmes de comparaison (2)	p. 46
Séance 1F	Le choix entre addition et soustraction : Synthèse	p. 49

Période 2

Séquence 2	Résoudre des problèmes de division par une procédure numérique	p. 51
Séance 2A	Les groupements	p. 52
Séance 2B	Les partages	p. 54
Séance 2C	Groupement ou partage ?	p. 56
Séquence 3	Résoudre des problèmes avec la multiplication	p. 59
Séance 3A	Le choix entre l'addition et la multiplication	p. 60
Séquence 4	Résoudre des problèmes à une étape	p. 62
Séance 4A	Le choix entre toutes les opérations	p. 63
Séquence 5	Évaluation	p. 65
Séance 5A	Les apprentissages menés en périodes 1 et 2	p. 66

Période 3

Séquence 6	Résoudre des problèmes de recherche	p. 68
Séance 6A	Un problème à essais : Les cartes de Patricia	p. 69
Séance 6B	Un problèmes à essais : Les mouches	p. 71
Séance 6C	La recherche de tous les possibles	p. 73
Séance 6D	La bonne utilisation des informations	p. 75
Séquence 7	Résoudre des problèmes de grandeurs et de mesures	p. 77
Séance 7A	Les durées (1) : Écrire et convertir une durée	p. 78
Séance 7B	Les durées (2) : Ajouter ou enlever une durée	p. 80

Période 4

Séquence 8	Résoudre des problèmes à une étape	p. 83
Séance 8A	Le choix de l'opération : Entraînement	p. 84
Séquence 9	Résoudre des problèmes de grandeurs et de mesures	p. 86
Séance 9A	La monnaie (1) : Écrire et calculer avec la monnaie	p. 87
Séance 9B	La monnaie (2) : Rendre la monnaie	p. 89
Séquence 10	Résoudre des problèmes particuliers	p. 92
Séance 10A	L'utilisation des informations données dans un tableau	p. 93
Séquence 11	Résoudre des problèmes de grandeurs et de mesures	p. 96
Séance 11A	Les longueurs : Écrire et calculer avec les longueurs	p. 97
Séance 11B	Les masses et les contenances : Écrire et calculer avec les masses et les contenances	p. 99

Période 5

Séquence 12	Résoudre des problèmes avec la division	p. 102
Séance 12A	Groupements par 5 et partages en 5	p. 103
Séance 12B	Division ou multiplication ?	p. 105
Séquence 13	Résoudre des problèmes à une étape	p. 108
Séance 13A	Le choix de l'opération : Entraînement	p. 109
Séance 13B	Les problèmes de grandeurs et mesures : Entraînement	p. 110
Séquence 14	Résoudre des problèmes à plusieurs étapes	p. 113
Séance 14A	Les problèmes à deux étapes	p. 114
Séance 14B	Les problèmes à trois étapes	p. 116
Séquence 15	Évaluation	p. 118
Séance 15A	Les apprentissages menés au CE2	p. 119
Contenu du CD-Rom		p. 121

Préface

Les mathématiques constituent l'une des bases fondamentales de l'enseignement à l'école primaire. Plus encore que pour les autres disciplines, elles ont besoin d'être enseignées de manière progressive et cohérente, de la petite section au CM2.

Construire l'activité mathématique de chaque élève et différencier en tenant compte des éléments de progressivité sont les objectifs que tout enseignant doit se donner aujourd'hui, mais ceux-ci ne se réalisent pas aisément.

L'ouvrage rédigé par Christian Henaff est le fruit d'une large expérience conduite dans les classes, riche, variée, au contact du terrain. Grâce à son expertise pointue, il fournit la pièce maîtresse pour étayer les pratiques quotidiennes des enseignants. Clarté didactique et rigueur dans la mise en œuvre en sont les maîtres mots.

Ayant le souci d'explicitier ses choix, de décrire clairement sa démarche afin de pouvoir la communiquer, la lecture de cet ouvrage permet à l'enseignant de se doter d'une méthodologie rigoureuse pour amener chaque élève à construire et à s'approprier démarches et savoirs nécessaires à la résolution de problèmes.

À travers une base théorique solide et une démarche adaptée, cet ouvrage explicite la mise en œuvre de situations d'apprentissage structurées et structurantes, au service de tous les élèves.

Maryse Lacombe, IEN (circonscription de Tulle-Nord / ASH)

Préambule

La résolution de problèmes est un domaine de réinvestissement de savoir-faire. Elle éclaire donc sur la capacité des élèves à mettre en œuvre ce qu'ils ont appris par ailleurs, ce qui lui confère une importance incontestable.

Au cycle des approfondissements, de nombreux élèves y sont en échec de façon répétée car ils se perdent dans la globalité de l'activité. Pour certains, c'est la compréhension des énoncés qui semble faire obstacle, pour d'autres, c'est le sens des opérations. Presque tous ont un point commun : ils manquent de méthodes pour aborder un problème.

La pratique de l'activité, même régulière, ne suffit pas à combler ce déficit car tous les élèves ne sont pas en mesure de tisser par eux-mêmes le réseau des compétences à mobiliser.

La résolution de problèmes constitue donc un domaine d'enseignement à part entière, avec une logique de progression dans les enseignements et des objectifs intermédiaires à atteindre.

Ce guide pédagogique a pour vocation de présenter des outils qui sont l'émanation de choix pédagogiques et didactiques.

Choix didactiques et pédagogiques

- **Enseigner à partir d'une progression identifiant et articulant tous les apprentissages** afin d'éclairer la tâche de l'élève. Celui-ci doit pouvoir repérer chacune des acquisitions à effectuer, mais aussi la logique de progression des apprentissages.
- **Enseigner une méthodologie de résolution** pour apporter à chaque élève les moyens d'organiser son travail grâce à des savoir-faire solidement installés.
- **Programmer ces apprentissages dans le temps afin de tous les mener à bien**, en attribuant à chaque apprentissage le nombre de séances nécessaires et en coordonnant l'ensemble du parcours.
- **Enseigner au rythme d'une séance hebdomadaire**, et donc accorder au domaine la place qui lui revient, la fréquence et la régularité de la pratique étant des facteurs importants de réussite.
- **Enseigner en s'appuyant sur des temps collectifs pour modéliser, synthétiser ou rappeler**, c'est-à-dire en favorisant les interactions lors de temps d'apprentissage ritualisés.
- **Enseigner en utilisant des supports collectifs** pour permettre à chaque élève de disposer de repères visuels lors des phases collectives.
- **Enseigner puis entraîner pour automatiser** afin de donner à chaque élève les moyens de gravir les échelons de la difficulté, grâce à la maîtrise des fondamentaux.
- **Mesurer avec précision l'évolution des compétences des élèves** en évaluant les apprentissages par l'observation et l'étayage de l'activité des élèves lors de chaque séance, mais aussi lors de bilans fournissant aux enseignants matière à une analyse fine et objective des résultats.

Avant d'exposer nos conceptions et nos outils, nous tenons aussi à rappeler que la qualité de la mise en œuvre des séances et de l'analyse des productions des élèves tient une place déterminante dans la réussite du projet d'enseignement.

La mise en œuvre doit s'effectuer dans des conditions favorisant les apprentissages. L'attention, l'écoute et l'implication des élèves, le respect du contrat didactique en sont des paramètres.

L'enseignant joue un rôle essentiel, tantôt animant ou régulant le groupe, tantôt étayant l'activité d'un élève. Il guide sur le chemin des apprentissages et croit en les possibilités de chacun, même si parfois ce regard positif peut être temporairement mis à mal par la difficulté.

L'analyse des productions éclaire l'enseignant sur l'état des apprentissages. Par voie de conséquence, elle doit aussi permettre à l'élève de se situer. Cette analyse prend appui en particulier sur les compétences spécifiques au domaine et acquises par des lectures « professionnelles », des participations à des formations ou des échanges entre enseignants.

Un parcours d'apprentissages encadré par les programmes de 2008

Les programmes du cycle des approfondissements s'appliquant à un ensemble de trois années, il n'est pas possible d'en extraire ce qui concerne spécifiquement le CE2. Il faut donc aller dans les progressions pour trouver les compétences qui devront être maîtrisées à l'issue de la première année du cycle.

	Résolution de problèmes	Nombres et calcul*
GS	Résoudre des problèmes portant sur les quantités.	—
CP	Résoudre des problèmes simples à une opération.	Calculer mentalement ou en ligne des sommes, des différences et des opérations à trous.
CE1	Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication. Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements. Résoudre des problèmes de longueur et de masse. Organiser les informations d'un énoncé. Utiliser un tableau, un graphique.	Connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction. Connaître et utiliser une technique opératoire de la multiplication par un nombre à un chiffre. Diviser par 2 ou par 5 des nombres inférieurs à 100 (quotients entiers).
CE2	Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations. Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs. Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution. Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement de données.	Effectuer un calcul posé (addition, soustraction et multiplication). Connaître une technique opératoire de la division.
CM1	Résoudre des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes.	Addition et soustraction de deux nombres décimaux. Multiplication d'un décimal par un entier. Division euclidienne de deux entiers. Division décimale de deux entiers.
CM2	Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.	Addition, soustraction et multiplication de deux nombres entiers ou décimaux. Division d'un nombre décimal par un nombre entier.

* Le domaine *Résolution de problèmes* doit être traité en cohérence avec le domaine *Nombres et calcul* puisque c'est ce dernier qui rythme les apprentissages spécifiques des opérations.

À la lecture de ce tableau, on peut constater que les apprentissages à mener au CE2 s'intègrent dans une progression qui démarre à la grande section de l'école maternelle pour se poursuivre jusqu'au CM2. Prendre connaissance de l'ensemble des programmes permet de situer le CE2 dans le parcours des apprentissages.

L'enseignement de la résolution de problèmes débute en **grande section**, sans que des compétences en calcul soient mobilisées. On précisera que les problèmes portent alors sur des situations de comparaison, d'augmentation, de diminution, de distribution ou de partages, c'est-à-dire sur des situations relevant des quatre opérations. S'il est écrit dans les programmes que « *les problèmes constituent une première entrée dans l'univers du calcul* », c'est par la manipulation, ou plus exactement par simulation du réel, que les élèves résolvent les problèmes de partage par exemple.

Au CP et dans la continuité, ce sont les problèmes à une opération qui sont au programme, avec utilisation des calculs additifs et soustractifs pour les problèmes qui le permettent.

Au CE1, les élèves s'approprient peu à peu les connaissances et les savoir-faire qui leur permettent en fin d'année de résoudre les problèmes à une opération par la procédure experte, à l'exception des problèmes de division, pour lesquels ils utilisent une procédure numérique faisant appel aux trois opérations maîtrisées.

C'est un parcours d'apprentissages prenant appui sur la simulation du réel, puis intégrant peu à peu les nombres et le calcul pour résoudre les problèmes qu'ont vécus les élèves à leur entrée au cycle 3.

Au CE2, on relève :

- une compétence issue du domaine *Calcul sur les nombres entiers*, **Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations** ;
- une compétence du domaine *Grandeurs et mesures*, **Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs** (longueurs, masses, capacités, monnaie, temps) ;
- deux compétences du domaine *Organisation et gestion de données*, **Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution et Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement de données**.

La résolution des problèmes engageant une démarche à plusieurs étapes se situant dans les progressions pour le CM1, on en déduit qu'ils ne constituent pas un objectif pour le CE2.

Au CE2, l'objectif prioritaire est donc d'enseigner aux élèves comment choisir la bonne opération pour résoudre tous les problèmes à une étape.

L'objectif est ambitieux car les apprentissages à mener sont nombreux et, pour certains, complexes.

Un parcours d'apprentissages pour les problèmes relevant des 4 opérations

Commençons par identifier ce que nous faisons lorsque nous, « adultes experts », résolvons un problème simple à une opération.

Exemple : Le tir à l'arc – Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Enzo a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Louis, son partenaire d'entraînement, et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. *Combien Louis a-t-il marqué de points ?*

La première tâche est celle de **lecture de l'énoncé**, une lecture qui ne se limite pas à l'identification des mots et qui anticipe. Un bon lecteur, familier des énoncés de problèmes, sait avant de la lire quelle question va lui être posée.

La deuxième réside dans l'**identification de l'opération** qui permet de répondre à la question. Ici, le choix de la soustraction dépend de la compréhension de la situation (Louis a marqué moins de points qu'Enzo) et de sa mise en relation avec les effets de l'opération (la soustraction « fait diminuer » les nombres).

La troisième consiste en un **calcul du résultat**, calcul qui nécessite la maîtrise de techniques réfléchies ou posées. La **rédaction de la réponse** est la dernière et elle répond aux exigences de présentation fixées par l'enseignant.

Mener à bien ces quatre tâches requiert des apprentissages spécifiques. Dans un premier temps, intéressons-nous à l'identification de l'opération.

1. Identifier de l'opération

Identifier la bonne opération, c'est identifier l'outil mathématique approprié pour répondre à la question posée dans l'énoncé. Pour cela, il faut reconnaître la famille à laquelle appartient le problème, d'où le nécessaire travail de catégorisation auquel il faut conduire les élèves.

Au CE1, la catégorisation des problèmes s'effectue en fonction de la question, c'est-à-dire de ce qu'on cherche. Par exemple, une des catégories est intitulée *On cherche une partie d'un tout*. Les élèves apprennent que pour résoudre les problèmes de cette catégorie, il faut utiliser la soustraction.

Six catégories sont étudiées au cours de l'année, ce qui constitue un nombre raisonnable et permet aux élèves de les mémoriser toutes.

Au CE2, la catégorisation doit évoluer vers un classement en 4 catégories correspondant chacune à une opération. C'est à cette condition que les élèves atteindront l'objectif fixé par les programmes, à savoir être capables de résoudre tous les problèmes à une étape relevant des quatre opérations.

Les problèmes d'une catégorie, relevant donc de l'utilisation de la même opération, ont certes des caractéristiques propres qui les distinguent des autres, mais également des ressemblances avec des problèmes d'autres catégories. Les risques d'erreur dans le choix de l'opération sont donc réels, d'où l'intérêt de confronter les catégories entre elles. C'est ce que nous allons faire maintenant.

Comment choisir entre l'addition et la soustraction ?

Pour comprendre la nécessité d'explorer cette problématique, essayons de répondre aux deux questions suivantes par des phrases simples : quand utilise-t-on l'addition pour résoudre un problème ? quand utilise-t-on la soustraction ? Les réponses ne sont pas faciles à formuler, et pourtant ce sont bien elles que nous devons enseigner à nos élèves. Nous allons donc relever le défi de cette formulation.

Au CP et au CE1, l'élève a appris à résoudre des problèmes, pas les problèmes d'addition et de soustraction

Il a utilisé l'addition et la soustraction pour résoudre des problèmes où le choix de l'opération était directement lié à la chronologie (exemple : recherche de l'état final), à des mots ou à des formules clés (exemple : ajoute, en tout, reste,...).

Exemple : Lilou a 24 images. Elle en donne 5 à sa copine. *Combien lui en reste-t-il ?*

Pour choisir la bonne opération, il a pris appui sur les règles suivantes : « Quand on ajoute, on utilise l'addition. » et « Quand on enlève, on utilise la soustraction. »

S'il a rencontré quelques problèmes appartenant à des catégories plus difficiles, telles la comparaison de deux collections, c'est avec des données numériques adaptées, mais aussi dans les cas les plus simples.

Exemple : Lilou a 10 images. Léo en a 2 de plus. *Combien Léo a-t-il d'images ?*

Réponse : $10 + 2$; *Léo a 12 images.*

Ici, l'élève a pu choisir la bonne opération en utilisant une correspondance « de plus → addition ».

Au CP et au CE1, l'élève a installé des règles et des représentations temporaires

La stratégie de choix en fonction de mots clés ne s'applique pas à tous les problèmes de comparaison.

Exemple : Lilou a 10 images. Elle en a 2 de plus que Léo. *Combien Léo a-t-il d'images ?*

Réponse : $10 - 2 = 8$; *Léo a 8 images.*

Malgré la présence de *de plus* dans l'énoncé, c'est la soustraction qu'il faut utiliser.

Les règles de choix évoquées ci-dessus constituent des « vérités temporaires » et s'appliquent aux problèmes d'addition et de soustraction traités au CP et au CE1, c'est-à-dire à une partie d'entre eux seulement. Elles ont été utiles. Mais il va falloir les déconstruire pour leur substituer des règles applicables à tous les problèmes.

Au CE2, l'élève doit disposer de règles de choix, applicables à tous les problèmes d'addition et de soustraction

Les catégories de problèmes relevant de l'addition ou de la soustraction sont au nombre de 14 (cf. « Catégorisation des problèmes », annexe 2, p. 30), ce qui est bien trop pour envisager de travailler avec une règle par catégorie. L'objectif devient bien le repérage d'une seule règle applicable à tous les problèmes d'addition, et d'une autre applicable à tous les problèmes de soustraction.

Pour élaborer des règles simples et applicables, il faut identifier ce qui est commun à tous les problèmes d'addition et ce qui est commun à tous les problèmes de soustraction

L'étude des « nouvelles catégories » s'impose car ce sont elles qui mettent à mal les représentations établies au cycle 2.

• La recherche de l'état initial dans une situation état/transformation/état

Il faut envisager les deux cas possibles, un pour les problèmes de diminution, un second pour les problèmes d'augmentation.

Commençons par étudier le problème de diminution.

Exemple : Lilou avait des images. Elle en a perdu 2. Maintenant elle en a 12. *Combien avait-elle d'images avant ?*

Réponse : $12 + 2 = 14$

Au cycle 2, les élèves ont utilisé la soustraction quand le verbe *perdre* était présent dans l'énoncé. C'était pour chercher l'état final (ce qui reste après la diminution), alors qu'ici la question porte sur « ce qu'il y avait avant ».

Au CE2, quand on demande aux élèves à l'issue de la lecture de l'énoncé « *si Lilou avait plus ou moins d'images avant* », les erreurs sont rares. Ils savent que « *le nombre d'images était plus grand avant* ».

Utiliser l'addition devient logique, puisque c'est l'opération qui permet de trouver un nombre plus grand, même si « *Lilou a perdu des images* ».

Prenons maintenant le cas du problème d'augmentation symétrique.

Exemple : Léo avait des images. Il en a gagné 2. Maintenant il en a 12. *Combien avait-il d'images avant ?*

Réponse : $12 - 2 = 10$

Les élèves sont capables de dire : « *Avant de gagner des images, Léo en avait moins que maintenant* ».

Par conséquent, le choix de la soustraction s'impose alors puisqu'elle est l'opération qui « *fait diminuer* ».

Si on s'en tient à ces deux cas, pour choisir la bonne opération, il faut donc :

- ne pas se laisser piéger par les mots clés ;
- choisir l'opération en fonction de ce qu'on a compris du texte et de la connaissance des effets produits par les opérations.

Ce qui aboutit à la formulation de deux règles :

« **Quand on doit trouver un nombre plus grand, on utilise l'addition.** »

« **Quand on doit trouver un nombre plus petit, on utilise la soustraction.** »

Nous avons vu que ces règles sont pertinentes pour les problèmes de recherche d'un état initial.

Vérifions qu'elles le sont pour tous les problèmes d'addition et de soustraction.

• La recherche d'une des valeurs dans les situations de comparaison de deux valeurs

La catégorisation de Vergnaud identifie quatre cas à étudier :

Exemple : Léo a 12 images. Lilou en a 2 de plus que lui. *Combien Lilou a-t-elle d'images ?*

Réponse : $12 + 2 = 14$

Exemple : Léo a 12 images. Il en a 2 de plus que Lilou. *Combien Lilou a-t-elle d'images ?*

Réponse : $12 - 2 = 10$

Exemple : Léo a 12 images. Lilou en a 2 de moins que lui. *Combien Lilou a-t-elle d'images ?*

Réponse : $12 - 2 = 10$

Exemple : Léo a 12 images. Il en a 2 de moins que Lilou. *Combien Lilou a-t-elle d'images ?*

Réponse : $12 + 2 = 14$

Dans chaque cas, la phrase *de comparaison* est facilement utilisée par les élèves pour dire qui a le plus d'images et, par voie de conséquence, s'il faut trouver un nombre plus petit ou plus grand que 12.

Le choix de l'opération peut bien s'effectuer à partir de la connaissance des effets produits par l'addition ou la soustraction.

• La recherche de la transformation

Ces problèmes renvoient aux situations appelées état/transformation/état. Deux cas sont à étudier :

Exemple : Léo avait 12 images. Il en a perdu. Maintenant il a 10 images.

Combien Léo a-t-il perdu d'images ?

Réponse : $12 - 10 = 2$

Exemple : Lilou avait 10 images. Elle en a gagné. Maintenant elle en a 12.

Combien Lilou a-t-elle gagné d'images ?

Réponse : $12 - 10 = 2$

Il est aisé de comprendre que dans le cas n° 1, Léo ne peut pas avoir perdu plus de 12 images. De même dans le cas n° 2, Lilou ne peut pas en avoir gagné plus de 12. Par conséquent, dans les deux cas, le nombre à trouver doit être inférieur à 12. Il faut bien utiliser la soustraction puisqu'elle est l'opération qui « fait diminuer ».

- **La recherche de la comparaison**

Deux cas sont à étudier :

Cas n° 1 : Léo a 12 images. Lilou en a 10. *Combien Léo a-t-il d'images de plus que Lilou ?*

Réponse : $12 - 10 = 2$

Cas n° 2 : Léo a 10 images. Lilou en a 12. *Combien Léo a-t-il d'images de moins que Lilou ?*

Réponse : $12 - 10 = 2$

Il s'agit de calculer un écart. Celui-ci est nécessairement inférieur à 12, c'est-à-dire à la valeur la plus grande. L'utilisation de la soustraction permet bien de trouver un nombre inférieur à 12.

Vérifions aussi la pertinence de ces règles sur les catégories étudiées au CE1.

- **La recherche de ce qui reste (état final) après une transformation**

Il faut étudier la transformation positive (cas n° 1 – augmentation) et la transformation négative (cas n° 2 – diminution) :

Cas n° 1 : Léo avait 12 images. Il en gagne 2. *Combien a-t-il d'images maintenant ?*

Réponse : $12 + 2 = 14$

Cas n° 2 : Lilou avait 12 images. Elle en perd 2. *Combien a-t-elle d'images maintenant ?*

Réponse : $12 - 2 = 10$

Après une augmentation, « on a plus qu'avant »... Il faut trouver un nombre plus grand.

Après une diminution, « on a moins qu'avant »... Il faut trouver un nombre plus petit.

Remarque : se questionner sur la taille du nombre à trouver évite d'être piégé par les mots *gagne* ou *perd*.

- **La recherche de la composition de deux parties (réunion de deux collections)**

Exemple : Léo a 12 images dans sa poche et 2 images dans sa main. *Combien a-t-il d'images en tout ?*

Réponse : $12 + 2 = 14$

La réunion de deux parties produit un nombre plus grand que chacune des deux parties (dans l'ensemble des entiers). Il faut bien trouver un nombre plus grand.

- **La recherche d'une partie d'un tout (complément)**

Exemple : Léo a 12 images dans sa boîte. Dans cette boîte, il y a 2 images de chats. Les autres images sont des images de chiens. *Combien a-t-il d'images de chiens ?*

Réponse : $12 - 2 = 10$

C'est, parmi les catégories étudiées au CE1, celle qui provoque le plus d'erreurs, les élèves ayant tendance à faire la somme du tout et de la partie connue. Se demander s'il faut trouver un nombre plus grand ou plus petit que le tout contribue à faire prendre conscience de la nécessité de faire une soustraction.

Dans l'ensemble des nombres entiers, si on fait exception des nombres 0 et 1, on peut établir les règles suivantes.

- Le point commun à tous les problèmes d'addition est qu'il faut trouver un nombre plus grand.
- Le point commun à tous les problèmes de soustraction est qu'il faut trouver un nombre plus petit.

Il faut donc se poser la question suivante avant de choisir l'opération : « Doit-on trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit ? » C'est ce travail d'anticipation qu'il va falloir enseigner aux élèves.

Au CE2, l'élève possède une expérience des calculs qui lui permet d'en connaître les effets...

La bonne application de ces règles suppose que les élèves connaissent la régularité des effets produits par l'addition et la soustraction sur les nombres entiers : « *L'addition fait grandir ; la soustraction fait diminuer.* » À leur entrée au CE2, les élèves ont effectué un nombre suffisant de calculs pour cela.

Pourtant, aussi étonnant que cela puisse paraître, cette régularité n'est pas remarquée spontanément par tous les élèves. Il faut dire que les erreurs commises dans les calculs (exemple : $54 - 28$, l'élève trouve 74) entravent sa mise en évidence.

Quelques observations faites lors de séances de calcul mental suffisent alors à fixer la règle.

... ce qui lui permet d'effectuer le choix de l'opération par la mise en relation de ce qu'il comprend de l'énoncé, avec les effets produits par les opérations

La référence aux effets produits par les opérations est nécessaire, mais pas suffisante. On a bien compris l'importance de la compréhension de l'énoncé... Nous y reviendrons dans une partie spécifique consacrée à cette problématique.

Notre démarche d'enseignement du choix entre l'addition et la soustraction :

- procédera à l'étude de toutes les catégories de problèmes d'addition et de soustraction ;
- mettra en évidence la stratégie de questionnement sur la taille du nombre à trouver ;
- formulera explicitement la règle spécifique à chacune des deux opérations ;
- favorisera l'automatisation de son application.

Comment choisir entre la multiplication et la division ?

De même que les problèmes d'addition et de soustraction doivent être étudiés ensemble, ceux de multiplication et de division doivent être comparés afin de mettre en évidence leurs points communs et leurs différences.

Les problèmes de multiplication étudiés sont souvent issus de la réunion de collections équipotentes

La multiplication est l'opération permettant de résoudre les problèmes issus des situations rectangulaires.

Exemple : Corine doit tracer un quadrillage de 8 carreaux de hauteur sur 6 carreaux de largeur. *Combien y aura-t-il de cases dans le quadrillage ?*

Ces situations sont idéales pour mettre en évidence la commutativité de la multiplication ($6 \times 8 = 8 \times 6$), mais ne concernent que peu de problèmes.

La multiplication permet aussi de résoudre les problèmes de recherche du nombre de combinaisons possibles.

Exemple : Coco le clown possède 2 chapeaux (un noir, un rouge), 2 vestes (une jaune, une bleue) et 3 pantalons (un vert, un gris, un marron). *Combien de costumes différents peut-il constituer ?*

On résout ce problème par le produit cartésien ($2 \times 2 \times 3$) à partir du collège, mais par une procédure personnelle (par exemple, un dessin) à l'école élémentaire.

C'est le plus souvent dans les problèmes issus de la réunion de collections équipotentes que la multiplication a été utilisée au CE1. Ce sera toujours le cas au CE2.

Exemple : Lucie a 4 paquets de 25 billes. *Combien a-t-elle de billes ?*

Les problèmes de groupement et de partage constituent la famille des problèmes de division

• Un problème de partage

Dans les problèmes de cette catégorie, on connaît la valeur du tout et le nombre de parts. Il faut chercher la valeur d'une part et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets identiques.

Combien doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet ?

Réponse : $57 = 8 \times 7 + 1$

Elle peut mettre 7 roses dans chaque bouquet et il restera 1 rose.

Il faut noter que la division ne traite pas les partages non équitables.

Par exemple, le problème suivant n'est pas résolu par la division :

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer 8 bouquets.

Combien doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet si elle veut utiliser toutes ses roses ?

Réponse possible : $57 = 6 \times 5 + 9 \times 3$

Elle peut composer 5 bouquets de 6 roses et 3 bouquets de 9 roses.

• Un problème de groupement

Dans les problèmes de cette catégorie, on connaît la valeur du tout et celle d'une part. Il faut chercher le nombre de parts et le reste.

Exemple : Cécile a 57 roses et elle veut composer des bouquets de 8.

Combien peut-elle composer de bouquets ?

Réponse : $57 = 8 \times 7 + 1$

Elle peut composer 7 bouquets et il restera 1 rose.

Remarque : la division ne permet de traiter que les groupements équipotents.

Exemple : La maîtresse demande aux 27 élèves de sa classe de former des groupes de 3, de 4 et de 5.

Combien y aura-t-il de groupes de chaque sorte ? (problème à plusieurs solutions)

Réponse possible : $27 = 3 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 2$

Les élèves peuvent constituer 3 groupes de 3, 2 groupes de 4 et 2 groupes de 5. Il restera 0 élève.

Ici, les collections (groupes d'élèves) ne sont pas équipotentes et ce problème n'est pas résolu par la division.

**Il faut apprendre aux élèves qu'il existe deux catégories de problèmes de division : les problèmes de groupement et ceux de partage.
On favorise ainsi la bonne utilisation de la division dans les problèmes.**

Le résultat de la division est composé de deux nombres, le quotient et le reste

Par conséquent, le résultat d'un problème de division est formé le plus souvent de deux nombres

Cette particularité conduit à devoir écrire deux phrases pour répondre à la question posée.

Exemple : Le pâtissier a préparé 32 biscuits. Il veut les mettre dans des sachets de 3. *Combien va-t-il pouvoir remplir de sachets ?*

Réponse : $32 = 3 \times 10 + 2$

Il va pouvoir remplir 10 sachets. Il restera 2 biscuits.

Mais le traitement du reste n'est pas le même pour tous les problèmes de division.

Exemple : Lucas range 32 balles de tennis dans des boîtes de 3.

Combien lui faut-il de boîtes ?

Réponse : $32 = 3 \times 10 + 2$

Il lui faut 11 boîtes.

Cette difficulté spécifique aux problèmes de division vient s'ajouter à celles relatives au choix de l'opération, objectif prioritaire du CE2. Son étude relève plutôt du cours moyen.

Les liens entre les problèmes de multiplication et ceux de division doivent être étudiés

Une situation de réunion de collections équipotentes permet de les mettre en évidence.

La fleuriste a 96 roses. Elle décide d'en faire des bouquets de 8. Elle fait 12 bouquets. Il reste 0 fleur.

C'est un cas particulier, celui où le reste est égal à 0. Mais il éclaire sur les risques de confusion.

En remplaçant une information par la question qui lui correspond, nous pouvons générer trois problèmes.

Exemple : La fleuriste a reçu des roses. Elle décide d'en faire des bouquets de 12. Elle fait 8 bouquets et il reste 0 fleur. *Combien a-t-elle reçu de roses ?*

Réponse : $12 \times 8 = 96$ / *Elle a reçu 96 roses.*

C'est un problème de multiplication.

Exemple : La fleuriste a reçu 96 roses. Elle décide d'en faire des bouquets de 12. *Combien peut-elle faire de bouquets ?*

Réponse : $12 \times 8 + 0 = 96$ / *Elle peut faire 8 bouquets. Il reste 0 rose.*

C'est un problème de groupement. On écrit la division euclidienne pour le résoudre.

Exemple : La fleuriste a reçu 96 roses. Elle décide d'en faire 8 bouquets, en mettant le même nombre de roses dans tous les bouquets. *Combien doit-elle mettre de roses dans chaque bouquet ?*

Réponse : $12 \times 8 + 0 = 96$ / *Elle doit mettre 12 roses dans chaque bouquet. Il reste 0 fleur.*

C'est un problème de partage. On écrit la division euclidienne pour le résoudre.

On voit bien que :

- les écritures de la multiplication et de la division se ressemblent ;
- la confusion entre problèmes de groupement et de multiplication est donc possible.

Les problèmes de multiplication et ceux de groupement sont reconnus par l'effet de l'opération

Les problèmes de multiplication et ceux de groupement sont résolus avec une opération différente. Pourtant, dans les deux cas, on réunit des collections équipotentes :

- pour *chercher le tout*, dans les problèmes de multiplication,
- pour *chercher combien de fois* dans les problèmes de groupement.

Au cycle 2, dans les deux cas, les élèves réunissent des collections de x éléments et écrivent $x + x + x + \dots$. Ensuite, ils calculent le tout dans un problème de multiplication, alors qu'ils dénombrent les x dans un problème de groupement.

Cette ressemblance des procédures explique certaines erreurs au cycle 3 dans le choix de l'opération, la multiplication étant alors utilisée à la place de la division.

Mais on peut différencier les deux catégories par « la taille de leurs résultats ». Celui d'un problème de multiplication est « plus grand » (que le cardinal de la collection répétée), alors que celui d'un problème de groupement est « plus petit » (que le cardinal de la collection dans laquelle on fait les groupes).

Par conséquent, de la même manière que pour les problèmes d'addition et de soustraction, s'interroger sur la « taille » de la valeur à trouver peut permettre de choisir ou de contrôler la pertinence de son résultat. La multiplication est une opération qui, dans \mathbb{N} , « fait grandir les nombres ».

Le quotient de la division étant, dans \mathbb{N} , inférieur au dividende, la division est une opération qui « fait diminuer ». Ces effets des opérations doivent être utilisés comme repères pour le choix de l'opération.

Dans l'ensemble des nombres entiers, à l'exception des nombres 0 et 1, on peut établir les règles suivantes :

- Si on doit trouver un nombre plus grand, on utilise la multiplication.
- Si on doit trouver un nombre plus petit, on utilise la division.

Cette règle permet aux élèves de contrôler la pertinence de leur choix.

Rappel ! Les problèmes de multiplication sont des problèmes d'addition particuliers

Au CE1, les problèmes de multiplication ont été résolus dans un premier temps par l'addition répétée.

Exemple : Carlo a 5 paquets d'images. Dans chaque paquet, il a 6 images. *Combien a-t-il d'images ?*

Réponse : $6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 30$

Dans un second temps, la découverte de la multiplication a permis de passer de $6 + 6 + 6 + 6 + 6$ à 6×5 .

Au CE2, il est judicieux de consolider l'identification des problèmes de multiplication parmi les problèmes d'addition.

Choisir la bonne opération parmi les quatre

Nous voulons enseigner le choix de l'opération à partir des règles suivantes :

L'addition et la multiplication font grandir les nombres. La soustraction et la division « font diminuer les nombres ».

Or ces règles ne sont pas vraies pour 0 et 1 car, par exemple, 0 ne fait pas grandir les nombres dans l'addition, et 1 ne fait pas grandir les nombres dans la multiplication. Nous pensons pourtant qu'elles sont pertinentes pour enseigner le choix de l'opération.

Il est possible et même souhaitable d'en étudier les limites lors des séances de calcul, par exemple en étudiant le rôle du 0 et celui du 1 dans les différentes opérations.

L'objectif de conception d'un outil simple et fonctionnel, destiné à aider les élèves à choisir l'opération, peut être atteint au regard de ce qui vient d'être étudié.

L'addition et la soustraction étant révisées en début d'année de CE2, il est pertinent de programmer en période 1 l'étude des différentes catégories de problèmes d'addition et de soustraction pour parvenir au mémento suivant :

On utilise l'**addition** quand on doit trouver un nombre **plus grand**.
On utilise la **soustraction** quand on doit trouver un nombre **plus petit**.

La période 2 permet d'étudier les problèmes de division et de multiplication. Les problèmes de groupement et de partage ne sont pas encore résolus avec la division posée, l'apprentissage de cette technique étant généralement programmé en fin d'année. Le mémento devient :

À retenir...

Les problèmes d' <i>addition</i>	On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.
Les problèmes de <i>soustraction</i>	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.
Les problèmes de <i>multiplication</i>	On utilise la multiplication quand on doit trouver un nombre plus grand et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.
Les problèmes de <i>division</i> (les groupements et les partages)	Dans un problème de groupement, on cherche combien ça fait de groupes et combien il reste. Dans un problème de partage, on cherche combien ça fait pour chacun et combien il reste.

En période 5, c'est-à-dire lorsque la technique de la division posée est enseignée, nous obtenons l'outil suivant :

Les problèmes d' <i>addition</i>	On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.
Les problèmes de <i>soustraction</i>	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.
Les problèmes de <i>multiplication</i>	On utilise la multiplication quand on doit trouver un nombre plus grand et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.
Les problèmes de <i>division</i> (les groupements et les partages)	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit. – Dans un problème de groupement, je cherche combien ça fait de groupes et combien il reste. – Dans un problème de partage, je cherche combien ça fait pour chacun et combien il reste.

Inventer et rédiger des problèmes pour apprendre à choisir l'opération

Rien de tel que de prendre la place du créateur de problèmes pour percer quelques-uns des mystères de l'activité de résolution. Bien entendu, il s'agit alors pour l'élève de créer « un produit maîtrisé », c'est-à-dire un problème dont il fournit l'énoncé et la réponse.

Mais l'activité doit être au service des apprentissages liés à la résolution de problèmes. Elle doit faire progresser l'élève dans sa capacité à choisir l'opération. C'est pour atteindre cet objectif qu'elle est conçue à partir de contraintes.

Une consigne de création libre n'aurait pas d'effet sur la maîtrise du choix des opérations puisque l'élève produirait ce qu'il sait déjà.

En rédigeant un problème à partir d'une contrainte, l'élève s'approprie les caractéristiques de la catégorie, pour les reprendre dans un nouveau problème. Par ailleurs, la recherche du résultat l'oblige à identifier le lien entre le problème et l'opération. C'est donc une activité réflexive qui consolide les acquis.

Voici un exemple, celui de la rédaction d'un problème de recherche de l'état initial.

Invente et rédige un problème et sa solution, respectant les contraintes suivantes.

Le texte parle d'une collection qui a *augmenté*.

La question demande de chercher **combien il y avait** dans cette collection avant qu'elle augmente.

Tu peux t'aider de l'exemple suivant :

En arrivant à l'école, Julie avait des billes. Elle en a gagné 10. Maintenant, elle en a 30.

Combien avait-elle de billes en arrivant à l'école ?

Réponse : $30 - 10 = 20$

Julie avait 20 billes en arrivant à l'école.

En rédigeant un problème à partir de ce modèle, l'élève est confronté à la particularité de la catégorie ciblée... C'est un problème d'augmentation et pourtant c'est bien la soustraction qu'il faut utiliser.

Les élèves peuvent reprendre la structure du problème, qui doit être au préalable identifiée collectivement. La réflexion à mener pendant la rédaction porte alors sur le choix des nombres, puisque dans l'exemple, le nombre de billes gagnées est nécessairement inférieur au nombre de billes « postgain ».

Si les élèves les plus habiles peuvent s'écarter du modèle, à condition de respecter les contraintes, l'enjeu de l'activité ne doit pas être détourné. Il ne réside pas dans l'exercice de la créativité, mais dans la maîtrise de l'écrit produit.

Les élèves les plus fragiles, eux, doivent y coller au plus près afin que leur production soit pertinente.

À quoi servirait l'activité si le problème produit n'était pas conforme aux attentes ?

2. Comprendre les énoncés de problèmes

Le choix de l'opération est dépendant de la compréhension de l'énoncé, nous l'avons vu.

Que veut dire « comprendre un énoncé » ?

Essayons d'identifier ce que fait le lecteur expert.

Exemple : Lors de la compétition de tir à l'arc qui s'est déroulée le 18 août dernier à Pékin, Enzo a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Louis, son partenaire d'entraînement, et 75 points de moins que Ming, le vainqueur de la compétition. *Combien Louis a-t-il marqué de points ?*

Le lecteur expert :

- identifie les mots avec aisance et rapidité, ce qui lui permet de se concentrer sur la tâche de compréhension ;
- repère le contexte (*date, lieu, activité*), les personnages (*Enzo, Louis, Ming*) et organise les informations entre elles ;
- sait avant de lire la question sur quoi elle peut porter, sa lecture ne faisant que confirmer une attente.

Le lecteur expert sait redire la question à l'issue de cette première lecture.

Pour y répondre, il retourne au texte si nécessaire, mais ne relit pas tout. Il localise l'information et la replace dans son contexte (relecture de : *Enzo a marqué 871 points, soit 146 points de plus que Louis*).

On observe donc que chez le bon lecteur :

- La **mémoire de travail** opère sur la question et la structure du problème.
- La **localisation des informations** à utiliser se fait par l'identification du segment de texte correspondant au contenu dont il va se servir.
- L'**anticipation sur la question** est possible grâce à la culture acquise par la résolution de nombreux problèmes.
- Le **tri des informations** est en réalité un repérage des informations en lien avec la question, les autres étant « sans intérêt » et hors du champ de lecture.
- Le **retour au texte** est efficace grâce à une lecture sélective qui s'affranchit de l'inutile et s'appuie sur la mémoire de ce qui a été lu.

Pour résoudre un problème, il faut « mettre la question dans sa tête »

« Je ne comprends pas ! » Cette phrase est souvent entendue dans toutes les classes, mais qu'exprime-t-elle en vérité ? L'élève est, dans la plupart des cas, incapable de dire ce qu'il cherche. Il a lu le texte ou plutôt en a identifié les mots, mais n'a pas retenu la question qui lui est posée.

Nous faisons alors l'hypothèse que, dans un premier temps, ce n'est pas la compréhension qui doit être traitée mais l'attention. Il n'y a en effet rien d'anormal à ce qu'un élève ne soit pas toujours concentré quand il lit un énoncé de problème.

Pourtant, on ne peut pas résoudre un problème si on ne sait pas ce qu'on cherche. La question doit donc « être dans la tête », et ce principe essentiel doit être enseigné. Nous ne disons pas que la mémorisation de la question fera comprendre l'énoncé, mais nous affirmons que sans elle il ne peut pas y avoir de recherche de la réponse. Elle constitue un élément de méthodologie auquel on doit habituer les élèves.

Au CE2, il est possible d'apprendre à un élève à réguler sa lecture de l'énoncé de la façon suivante : « Si tu es incapable de te redire la question les yeux fermés, tu dois la relire avec toute l'attention nécessaire à sa mémorisation. »

Faut-il enseigner une mémorisation mot pour mot ou une reformulation ? Cette dernière constitue sans nul doute la preuve que la question a été bien comprise... Encore faut-il qu'elle respecte strictement le texte et ne soit pas erronée. L'exercice est difficile pour de nombreux élèves. Nous conseillons donc de faire restituer la question mot pour mot.

Le repérage des informations doit être enseigné lors de temps collectifs, l'énoncé étant affiché

Le repérage des informations à utiliser pour résoudre un problème ne se limite pas au repérage de données numériques. Il nécessite un traitement lexical et syntaxique.

La connaissance du lexique utilisé n'est pas l'obstacle le plus difficile à surmonter pour l'élève, le contexte aidant la plupart du temps à donner du sens au mot inconnu.

Exemple : Lana a préparé un cocktail avec 85 cl de jus d'ananas, 17 cl de grenadine et 1 litre de jus d'orange.

Combien de centilitres de cocktail a-t-elle préparés ?

Dans cet exemple, le contexte permet de comprendre que le mot *cocktail* a le sens de mélange.

Pour autant, il n'est pas judicieux de surcharger les énoncés de mots qui risqueraient de transformer la résolution de problèmes en une séance de vocabulaire.

Le traitement syntaxique pose lui plus de problèmes. L'énoncé suivant illustre bien les erreurs qu'il peut provoquer dans la prise d'informations.

Exemple : À l'école de Titiville, il y a 185 élèves. À l'école de Titiville, il y a 20 élèves de moins qu'à l'école de Jolivillage. *Combien y a-t-il d'élèves à l'école de Jolivillage ?*

Beaucoup d'élèves lisant l'expression *de moins* procèdent comme s'il était écrit : L'école de Jolivillage compte 20 élèves *de moins* que l'école de Titiville.

Ces deux exemples ne prétendent pas illustrer l'ensemble des difficultés de traitement des informations, mais ils sont exemplaires de ce qui doit être enseigné. Ils montrent que des temps collectifs doivent être régulièrement consacrés à l'apprentissage des procédures de compréhension, pour apprendre à inférer le sens d'un mot à partir du contexte ou à reformuler une tournure syntaxique.

La projection ou l'affichage du texte au tableau permettent de matérialiser la localisation et le traitement des informations, en entourant, en surlignant, en reformulant par écrit.

En débutant chaque séance par la lecture collective d'un problème, on favorise l'intégration par les élèves des procédures de compréhension.

L'apprentissage de la lecture des énoncés doit s'effectuer en situation de résolution de problèmes

Quel sens donner à la lecture d'un énoncé si elle ne débouche pas sur la résolution du problème ? Quel réinvestissement des procédures de lecture identifiées peut-on espérer si elles ne sont pas validées par l'action ?

Prenons l'exemple d'une séance consacrée à la recherche de l'état initial pour apprendre à choisir entre l'addition et la soustraction.

Lis les problèmes. Réponds aux questions et écris les calculs qui permettent de résoudre les problèmes.

	Questions	Calculs
Problème 1 – Laurine a joué aux billes pendant la récréation. Elle en a perdu 12. Maintenant, elle en a 26. <i>Combien avait-elle de billes avant la récréation ?</i>	Laurine avait plus de billes avant la récréation. Vrai ou faux ? :	
Problème 2 – Norbert a joué aux billes pendant la récréation. Il en a gagné 14 et, maintenant, il en a 29. <i>Combien avait-il de billes avant la récréation ?</i>	Norbert avait plus de 29 billes avant la récréation. Vrai ou faux ? :	
Problème 3 – Léa pense à un nombre. Elle lui enlève 20. Elle trouve 30. <i>À quel nombre a-t-elle pensé ?</i>	Léa a pensé à un nombre plus grand que 30. Vrai ou faux ? :	
Problème 4 – Léo pense à un nombre. Il lui ajoute 20. Il trouve 30. <i>À quel nombre a-t-il pensé ?</i>	Léo a pensé à un nombre plus grand que 30. Vrai ou faux ? :	

Dans l'exemple ci-dessus, les élèves sont amenés à répondre à une question pour chaque problème... Cette réponse doit déterminer le choix de l'opération.

C'est dans le lien entre compréhension du texte et choix de l'opération que réside l'enjeu de l'activité. Si celle-ci est pratiquée collectivement, l'enseignant conduit la démarche en faisant justifier chaque réponse : « *Quelles informations permettent d'affirmer que c'est vrai ou que c'est faux ?* » Il montre aussi quelle conséquence tirer de la réponse choisie : « *S'il y avait moins de billes avant la récréation, quelle opération faut-il utiliser pour calculer ce nombre de billes ?* »

La résolution collective d'un problème en début de chaque séance permet de modéliser les procédures de compréhension et donc de traitement des informations.

Apprendre à identifier les informations utiles est inutile !

Des apprentissages décrochés sont parfois programmés en résolution de problèmes, comme par exemple la recherche des informations utiles et des informations inutiles.

Celle-ci s'effectuerait dans un temps de tri précédant et favorisant la compréhension du problème.

Or il est aisé de montrer sur un exemple que **ce tri n'est possible qu'après avoir compris le problème**. Pour cela, il suffit d'adopter le point de vue d'un élève « qui ne comprend pas ».

Prenons le problème de géométrie suivant, destiné à des élèves de collège et volontairement « tarabiscoté » par le concepteur :

Exemple : Étant donné un carré, on considère le point équidistant des deux extrémités d'un côté quelconque.

On trace un arc de cercle de centre ce point, passant par une des extrémités du côté opposé et qui coupe le prolongement du côté auquel appartient le centre. L'un des points d'intersection est sommet du rectangle cherché dont la largeur est un des côtés du carré. *Terminer le rectangle.*

Proposé à de nombreux enseignants lors de formations, sa lecture provoque toujours les mêmes réactions.

Lorsqu'il leur est demandé de trier les informations, tous les stagiaires s'attellent au tracé de la figure... Ils font le problème avant de dire quelles informations sont utiles.

Alors, est-il pertinent d'enseigner une méthodologie de tri ? Non, car **cette activité est inutile si l'élève comprend le problème et vaine s'il ne le comprend pas**. Nous pensons qu'il faut faire repérer les informations dont on a besoin, et laisser de côté provisoirement ou définitivement celles dont on n'a pas besoin.

Cette stratégie sera mise en œuvre chaque fois qu'un énoncé contiendra une donnée numérique inutile dans des problèmes à une étape, mais surtout lors de la résolution de problèmes à deux étapes. En effet, pour répondre à la première question, il faudra repérer les informations qui sont utiles et donc laisser de côté provisoirement une information au moins qui ne sera pas utilisée pour répondre à cette question.

Exemple : Julie a cueilli 240 tulipes. Elle va préparer des bouquets de 6 tulipes.

Elle vendra chaque bouquet 5 €.

1) *Combien va-t-elle préparer de bouquets ?*

2) *Combien lui rapportera la vente de tous les bouquets ?*

Ici, l'information *Elle vendra chaque bouquet 5 €* sera utile pour répondre à la question 2.

Enseigner des mots-clés est une fausse bonne idée

Certains mots sont considérés par les élèves comme inducteurs du choix de l'opération. Par exemple, au verbe « gagner », ils associent systématiquement l'addition.

Cette représentation est juste dans le cas de la recherche de l'état final...

Exemple : J'avais 10 billes. J'en ai gagné 6. *Combien ai-je de billes maintenant ?*

→ On fait $10 + 6$.

Elle est erronée lorsqu'il faut trouver la transformation ou l'état initial.

Exemple : J'avais 10 billes. J'en ai gagné. Maintenant, j'en ai 16. *Combien ai-je gagné de billes ?*

→ On fait $16 - 10$

Exemple : J'avais des billes. J'en ai gagné 6. Maintenant, j'en ai 16. *Combien avais-je de billes ?*

→ On fait $16 - 6$.

D'autres mots ou expressions sont la cause d'erreurs. On citera en particulier *de moins* et *de plus, ajouter* et *perdre*... Aucun ne respecte strictement la règle qui lui est associée par les élèves.

Les élèves installent ces représentations au cycle 2... et c'est inévitable !

Nous prévoyons donc des temps d'analyse des énoncés permettant de casser ces représentations erronées et de formuler explicitement des règles justes, simples et applicables (cf. « Identifier l'opération », p. 10).

L'apprentissage de l'utilisation des informations données en tableau doit être programmé

Les énoncés ainsi présentés doivent comporter une question nécessitant le traitement des informations par une opération. C'est à cette condition qu'on peut parler de résolution de problème. Si la question posée se limite à un prélèvement d'informations, on est alors dans une activité de lecture qui est nécessaire, mais pas suffisante.

Nous consacrons une séance spécifique à l'utilisation des informations prélevées dans un tableau, en vue de résoudre un problème. Voici l'activité donnée aux élèves :

Complète le tableau et réponds aux questions.

Deux équipes ont participé à un concours de tir à l'arc. Leurs scores ont été enregistrés dans le tableau ci-dessous, mais trois ont été effacés.

Élèves	1 ^{re} partie	2 ^e partie	total
Julie	220 points	210 points	
Lolo		205 points	405 points
Patou	200 points		420 points

- 1) Combien Patou a-t-il marqué de points à la 1^{re} partie ?
- 2) Combien Patou a-t-il marqué de points à la 2^e partie ?
- 3) Quel joueur a marqué le plus de points au total ?

Le travail collectif vise à différencier les tâches demandées : la question 1) est une question de lecture, alors que les questions 2) et 3) nécessitent un calcul et relèvent donc de la résolution de problème.

3. Produire par le calcul le résultat exact

Un problème n'est résolu que si le résultat est exact

Il importe d'enseigner cette conception aux élèves et d'accorder au calcul la place qui lui revient dans la validation des réponses. Que l'opération ait été bien choisie est incontestablement un motif de satisfaction pour l'enseignant. Mais l'élève qui commet régulièrement des erreurs de calcul ne peut se satisfaire de ses performances, sauf à manquer d'exigence vis-à-vis de lui-même.

Notons que la fiabilité de son travail permet à l'élève « bon en calcul » d'exercer un contrôle sur la pertinence de ses résultats.

En résolution de problèmes, il faut privilégier les techniques déjà entraînées

L'enseignement du calcul, réfléchi ou posé, relève de séances ayant des objectifs spécifiques.

Il a pour but de favoriser des acquisitions portant sur les nombres et leurs relations. Il recèle suffisamment de richesse et de complexité pour mériter de concentrer toute l'attention des élèves. La résolution de problèmes n'est donc ni le domaine des apprentissages, ni celui de l'entraînement au calcul. Elle est celui du réinvestissement, de l'utilisation de toutes les compétences acquises.

Nous faisons exception à ce principe dans le cas de la division. En effet, la technique posée est souvent enseignée en fin d'année. De ce fait, au CE2, il est difficile d'attendre qu'elle soit maîtrisée pour la solliciter.

En période 5, après que la technique de la division posée ait été enseignée, nous proposons une série de problèmes visant à consolider la reconnaissance des groupements et des partages. Tous les problèmes font appel au même répertoire : $\times 5$. Ainsi, nous facilitons la mise en œuvre d'une technique encore fragile et permettons à l'élève de disposer d'une partie de son énergie pour reconnaître la catégorie de chaque problème.

Il est judicieux de mobiliser prioritairement les répertoires déjà travaillés

Une question se pose concernant l'utilisation des répertoires (tables) : doit-on autoriser les élèves à les mettre sur la table pendant la résolution de problèmes ? Elle mérite une réponse double : par principe, non, les données numériques et les techniques mobilisées étant adaptées aux connaissances des élèves. Mais si ces derniers doivent utiliser leurs doigts pour produire les résultats, autant mettre à leur disposition les référentiels de résultats.

Les principes énoncés ont des conséquences sur la programmation de la résolution de problèmes. Dès lors qu'une opération est attendue dans une procédure, c'est par le calcul que les élèves doivent produire le résultat. Les données numériques de l'énoncé doivent prendre en compte « l'état des savoirs et savoir-faire ».

Est-il souhaitable de faire résoudre les problèmes par le dessin ou par la manipulation ?

Au cycle 2, nous pensons qu'il est indispensable de faire manipuler les élèves (cf. *Résoudre des problèmes au CE1*). Mais il nous semble qu'à partir du CE2, le recours au dessin et à la manipulation ne peut être que l'exception, car la taille des nombres les rend vite inopérants.

De plus, les manipulations ne sont pas applicables à tous les problèmes.

Exemple : Valérie avait des billes en arrivant à l'école. Elle en gagne 8. Maintenant elle en a 27. *Combien avait-elle de billes en arrivant à l'école ?*

La manipulation « à rebours » d'une recherche d'état initial est difficile ; elle ne facilite pas la tâche de l'élève.

Le dessin présente les mêmes inconvénients que la manipulation. De plus, les élèves qui ont pris l'habitude d'y avoir recours éprouvent beaucoup de mal à s'en passer.

Pour des élèves en difficulté importante et persistante, on peut aussi y recourir à condition que l'objectif soit l'acquisition des procédures et leur transfert dans une résolution par le calcul.

Par exemple, un élève de CE2 peut apprendre à partager équitablement en 3 une collection de 36 jetons par distribution terme à terme, lors de temps de remédiation (APC par exemple).

On résout ensuite avec lui le même problème par un arbre de calcul pour favoriser le réinvestissement.

4. Rédiger et présenter la réponse

Chaque enseignant a toute légitimité à fixer les règles de présentation qui lui conviennent, mais l'explicitation de ses attentes doit être une ligne directrice de son enseignement.

Ensuite, il lui revient de valider, pour chaque élève et pour chaque problème, la prise en compte des attentes formulées. C'est pourquoi il nous semble que cette validation doit se faire en trois points :

- pertinence du choix de l'opération ;
- exactitude du résultat ;
- pertinence de la réponse (phrase), étant bien entendu que cette réponse n'a de sens que si le résultat est exact.

Le calcul doit être écrit en ligne. Il peut être posé, en plus, si c'est nécessaire

Le calcul en ligne est porteur du sens mathématique ; il est donc indispensable.

Si l'élève a acquis la procédure de calcul en ligne, voire de calcul mental, il ne doit pas poser le calcul.

Mais s'il ne possède pas les savoir-faire nécessaires à un calcul réfléchi, alors le recours au calcul posé est indispensable.

Il arrive qu'un élève produise le résultat après l'avoir calculé mentalement et sans même avoir écrit l'opération effectuée. Le meilleur moyen d'obtenir l'écriture systématique de l'opération, c'est de prendre en compte cette écriture dans l'évaluation du travail écrit.

Le calcul en ligne ne doit pas comporter d'unité

Aucune unité ne doit figurer dans les calculs. Dans les problèmes de grandeurs et mesures, le respect de cette règle suppose un traitement spécifique qui sera développé un peu plus loin (cf. « Résoudre des problèmes de grandeurs et de mesures », p. 86 et 96).

Le signe = doit être écrit pour annoncer le résultat du calcul

Le signe = permet de matérialiser l'égalité entre deux quantités, entre deux écritures d'un même nombre. Il n'est pas « un appel à écrire un résultat ». Jamais nous ne devrions donc voir sur un cahier $123 - 65 =$, au prétexte que l'élève aurait omis de recopier le résultat d'une opération posée par ailleurs.

La meilleure stratégie pour éviter « cet oubli » dans le cas où l'opération a été posée, c'est d'apprendre aux élèves à écrire d'abord $123 - 65$, puis le signe = seulement au moment de recopier le résultat.

Il serait judicieux que l'enseignant n'écrive jamais au tableau $123 - 65 = \dots$, mais plutôt *Calculez $123 - 65$* .

La phrase doit fournir la réponse à la question posée

Pour cela, il est important d'apprendre aux élèves à relire la question avant de formuler leur réponse.

Exemple : Pour la kermesse de l'école, l'organisateur avait commandé 90 bouteilles de jus de fruit. Après la kermesse, il en reste 26. *Combien de bouteilles ont été bues ?*

Dans cet exemple d'un problème de groupement, il arrive que des élèves ayant calculé $90 - 26 = 64$ écrivent *Il reste 64 bouteilles* parce qu'ils ont effectué une soustraction.

La phrase réponse doit être cohérente avec la question posée

L'écriture de cette phrase répond à des contraintes de syntaxe et d'orthographe. Mais sa construction et sa mise en mots sont aisées pour peu que l'élève sache se servir de la question et ne cède pas à la facilité de réponses approximatives, voire erronées, issues d'une mémorisation approximative, elle aussi, de la question.

Ainsi, la réponse à la question *Combien chacune aura-t-elle d'images ?* doit être au futur simple, soit : *Chacune aura...* En reprenant les mots de la question, l'élève peut éviter l'utilisation systématique ou inappropriée de « *Il y a* », de même que les fautes d'orthographe.

Résoudre des problèmes de grandeurs et mesures

Au CE2, les problèmes de grandeurs et mesures portent sur les mesures de longueur, de masse et de contenance, ainsi que sur la monnaie et les durées. Ils doivent faire l'objet d'une étude spécifique, et ce pour au moins deux raisons.

La première tient au fait qu'ils sont difficilement, voire pas « manipulables » et qu'il est tout aussi difficile de produire un dessin pour les représenter.

Exemple : Tim participe au marathon de Paris. Il a déjà effectué 27 des 42 kilomètres du parcours. *Quelle distance lui reste-t-il à effectuer ?*

On ne représente pas un kilomètre par un jeton ; on ne dessine pas une croix pour représenter un kilomètre.

On peut par contre schématiser ce problème, ce qui montre bien qu'il impose de travailler dans l'abstraction.

Cette difficulté supplémentaire justifie que les problèmes de grandeurs et mesures ne soient pas utilisés au moment d'enseigner le choix de l'opération, mais plutôt après.

Seconde raison : les nombres exprimant les grandeurs et mesures ont des spécificités qui imposent d'enseigner des règles d'écriture et des techniques de conversion.

Au CE2, une mesure est souvent exprimée avec deux unités

Dans l'ensemble des nombres entiers, une grandeur est exprimée avec deux unités quand c'est nécessaire. On écrit par exemple 2 m 50 cm, voire 2 m 50 pour 250 cm. De la même façon, 1 kg 500 est utilisé pour exprimer 1 500 g et 1 euro 50 centimes pour 150 centimes d'euro.

C'est seulement au cours moyen que l'apprentissage des nombres décimaux va permettre d'exprimer toutes les longueurs, masses, contenances ainsi que la monnaie avec une seule unité, 250 cm devenant 2,50 m et 150 centimes 1,50 euro.

Les durées, elles, ne sont pas exprimées avec une virgule, sauf lorsqu'elles mettent en jeu des unités inférieures à la seconde. On peut écrire par exemple 9 secondes 58 centièmes, mais 1 heure 30 ne s'écrit pas 1,30 heure*. Bien entendu, au CE2, on écrit les durées uniquement avec des entiers.

* 1 heure 30 peut toutefois être convertie en un nombre décimal, soit 1,5 heure.

Dans un problème de grandeurs et mesures, les données numériques sont souvent exprimées dans des unités différentes

Il faut alors effectuer une conversion pour les rendre compatibles au calcul.

Exemple : Ce matin, Anaïs a mis 1 h 05 minutes pour se rendre à son travail.

Hier, Elle avait fait le même trajet en 45 minutes.

Combien de temps a-t-elle mis de plus aujourd'hui ?

Les élèves de CE2 ne peuvent pas effectuer le calcul $1\text{ h }05\text{ min} - 45\text{ min}$ sous cette forme.

Il leur faut convertir $1\text{ h }05\text{ min}$ en 65 min pour obtenir $65 - 45$.

Pour formaliser la conversion, nous choisissons de faire écrire *1 heure 05, c'est 65 minutes* de préférence à : *1 heure 05 minutes = 65 minutes*.

Remarquons que les techniques de conversion enseignées prennent tout leur sens en résolution de problèmes.

Dans un problème de grandeurs et mesures, le résultat obtenu n'est parfois pas conforme à l'écriture usuelle

Prenons l'exemple suivant :

Ce matin, Léo va s'entraîner à la course à pied. Il a prévu de faire 5 tours du circuit des étangs.

Pour faire 1 tour, il met 18 minutes. *Combien de temps va durer son entraînement ?*

Le résultat obtenu, *90 minutes*, peut être conservé en l'état, mais il est souhaitable de donner le plus tôt possible l'habitude aux élèves d'exprimer une mesure dans une unité adaptée.

Toutefois, au CE2, il convient de travailler avec des données numériques simples et de fournir à l'élève le référentiel dans lequel il pourra puiser l'écriture attendue.

Dans l'exemple ci-dessus, l'élève pourra disposer d'un référentiel contenant *90 minutes, c'est 1 heure 30*.

Comment rédiger la solution d'un problème de grandeurs et mesures ?

Nous pouvons calculer séparément les valeurs pour les deux unités, puis grouper les deux valeurs obtenues, une conversion destinée à fournir une écriture conventionnelle étant souvent nécessaire.

Exemple : $1\text{ euro }50\text{ centimes} \times 5 = 5\text{ euros }250\text{ centimes} = 7\text{ euros }50\text{ centimes}$

Inconvénients... Les unités sont écrites dans les calculs, ce qui n'est pas conforme aux lois de l'écriture mathématique. Par ailleurs, une conversion est effectuée sans qu'elle soit écrite.

Nous préférons enseigner une écriture faisant apparaître les conversions et permettant d'écrire les calculs sans unités.

1. Effectuer une conversion **si nécessaire** avant de calculer pour rendre les grandeurs compatibles.
2. Écrire et effectuer le calcul.
3. Effectuer **si nécessaire** une seconde conversion pour rendre le résultat conforme aux écritures usuelles.

1 euro 50 centimes, c'est 150 centimes

$$150 \times 5 = 750$$

750 centimes, c'est 7 euros 50 centimes

Cette formalisation de la résolution d'un problème de grandeur réduit les risques d'erreurs dans les calculs et entraîne les élèves vers la rigueur de l'écriture mathématique.

Nous ferons une exception pour les problèmes d'ajout ou de retrait d'une durée.

Exemple : Théo est sorti du cinéma à 18 heures. Il a vu un film qui a duré 3 heures 30 minutes. *À quelle heure a commencé le film ?*

$$12\text{ h} - 3\text{ h }30\text{ min} = 11\text{ h }60\text{ min} - 3\text{ h }30\text{ min} = 8\text{ h }30\text{ min}$$

Pour se passer des unités, il faudrait tout convertir en minutes, ce qui serait long, compliqué... et absurde. Nous écrivons donc les unités.

Il faut enseigner la rédaction de la phrase réponse

Au contraire des problèmes portant sur les objets ou les personnes, les unités ne sont pas toujours exprimées dans les questions des problèmes de grandeurs et mesures. Celles-ci contiennent souvent des termes génériques. Quelle *distance*... ? Quelle *masse*... ? Quelle sera la *durée*... ?

Certains élèves reprennent à tort ces termes dans leurs phrases réponses et écrivent, par exemple, *250 distances*. Il est utile de prendre le temps d'étudier collectivement un exemple et de verbaliser la nécessité d'exprimer la réponse dans une unité pertinente.

Résoudre des problèmes de recherche

Les problèmes de recherche et les programmes

Nous pouvons relever la phrase suivante en introduction des programmes du cycle 3 pour le domaine Mathématiques : « *L'apprentissage des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.* »

Notre démarche d'enseignement de la résolution des problèmes à une opération vise à automatiser des procédures de résolution. Elle permet à l'élève de développer les savoirs et savoir-faire nécessaires à la résolution de problèmes de plus en plus difficiles. Mais elle ne suffit pas à développer le goût du raisonnement et de la recherche, et encore moins l'imagination. Il faut pour cela des problèmes d'une autre nature et d'un niveau de résistance plus élevé.

Les problèmes de recherche répondent à ces impératifs car ils mettent les élèves en situation d'être créatifs. C'est pourquoi nous intégrons une séquence de quatre séances de résolution de problèmes de recherche à la programmation annuelle.

Pour autant, il ne suffit pas de donner à résoudre des problèmes difficiles pour que par la grâce d'une réaction chimique bienvenue, tous les élèves deviennent créatifs et développent leur goût du raisonnement.

Nos choix didactiques et pédagogiques sont résolument guidés par la volonté de conduire les apprentissages qui permettent à chaque élève de tirer le meilleur parti de ses capacités. Pour que la résolution de problèmes de recherche soit bénéfique pour tous, nous ne pouvons pas nous contenter d'une pratique des élèves. Nous devons définir des objectifs spécifiques, proposer des mises en œuvre structurées, favorisant notamment les interactions entre élèves...

Les objectifs de la pratique

Les problèmes de recherche doivent être d'un niveau adapté aux compétences des élèves, tout en étant difficiles à résoudre. Pour autant, leur contenu mathématique ne donne pas matière à un nouvel apprentissage. Les objectifs visés sont donc d'ordre méthodologique.

- **Réinvestir des savoir-faire**, c'est-à-dire les mettre en œuvre sans demande explicite de la part de l'enseignant et sans que l'énoncé l'induisse :
 - . choisir les outils mathématiques appropriés (opérations) ;
 - . utiliser ses connaissances (les nombres) et ses savoir-faire (ranger des nombres ; effectuer un calcul ;...).
- **Mettre en œuvre une démarche** :
 - . faire des essais prenant en compte la consigne ;
 - . évaluer la pertinence d'un essai au regard du but à atteindre ;
 - . tirer parti de ses essais (par le calcul).

- Organiser sa recherche aux plans de la conception et de la communication (la penser et l'écrire) :
 - . concevoir une organisation de sa recherche avant ou pendant ;
 - . écrire tous ses essais ou toutes les étapes de la démarche ;
 - . les écrire en respectant le sens de la lecture.
- Participer à des échanges visant à la résolution des problèmes :
 - . écouter et prendre en compte les propositions émises par un tiers ;
 - . communiquer sa démarche et convaincre.

La mise en œuvre des séances

Les supports de travail : ils sont choisis en fonction des besoins de la mise en commun.

Faire travailler sur un format A3 est une possibilité. Il faut alors exiger des élèves :

- qu'ils écrivent suffisamment gros pour que leur écrit soit lisible par tous lors de la mise en commun,
- qu'ils organisent leurs recherches dans la page (de la gauche vers la droite ; du haut vers le bas),
- qu'ils évitent de surcharger leur production de ratures multiples (même si elles font partie du processus de recherche).

Si la classe est équipée d'un TBI et d'un visualiseur, le format A4 devient alors plus adapté puisque les productions pourront être projetées.

L'entrée dans l'activité : l'énoncé du problème est projeté, affiché ou recopié au tableau.

Il est lu collectivement, reformulé, voire expliqué si nécessaire.

Cette phase est importante dans la mesure où elle permet de s'assurer que l'élève a bien compris quel doit être l'objet de sa recherche.

La recherche : elle peut être individuelle ou par groupes.

Elle est l'occasion de développer la capacité à prendre en compte le point de vue d'un tiers, à communiquer le sien pour convaincre. De ce fait, le dispositif de recherche par petits groupes (2 élèves ; 3 au maximum), qui favorise les échanges entre pairs et permet ainsi d'éviter les blocages liés à la difficulté, est de notre point de vue le plus adapté à l'atteinte des objectifs fixés.

La recherche peut être interrompue pour une nouvelle reformulation ou pour aider un groupe parti sur une mauvaise piste. On affiche alors la production et elle devient l'objet d'échanges entre tous les élèves.

La mise en commun : elle permet la comparaison des procédures qui sont affichées.

On repère ainsi ce qui est commun et ce qui diffère aux plans de la démarche mise en œuvre et des résultats obtenus. On identifie ainsi une ou des procédures à valider.

La mise en commun ne consiste donc pas en une succession de présentations de procédures...

Le contrat didactique

La résolution d'un problème de recherche est un obstacle à franchir, un obstacle difficile à franchir ! Mais l'enseignant fournit les atouts pour l'affronter. Pour cela, il choisit des problèmes motivants, que les élèves sont en capacité de résoudre. De plus, la mise en œuvre est conçue pour faciliter l'entrée dans l'activité et favoriser l'entraide.

Par conséquent, il peut exiger de l'élève un engagement de ses compétences, mais aussi de sa persévérance et de sa volonté. En cela, la « feuille blanche » n'est acceptable qu'à titre exceptionnel, au titre de l'accident « qui peut arriver à tout le monde ». Bien évidemment, cette exigence n'a de sens que si l'enseignant étaye, encourage, aide à structurer la recherche.

Le choix des problèmes de recherche

Les problèmes proposés aux élèves ne doivent pas seulement être différents. Ils doivent présenter un véritable intérêt au plan de la recherche, permettant notamment une première approche, par une démarche de tâtonnement, de contenus mathématiques.

Voici comment nous avons composé la séquence de résolution de problèmes de recherche :

Types de problèmes	Objectifs
Un problème à plusieurs contraintes, dont la résolution experte se fait par la mise en place d'une équation à une inconnue	Ces deux problèmes imposent aux élèves de faire des essais. Ils permettent d'apprendre à tirer parti de ceux-ci.
Un problème à plusieurs contraintes, dont la résolution experte se fait par la mise en place d'une équation à deux inconnues	
Un problème de recherche de tous les possibles qui se résout par un produit cartésien	Ce problème favorise la réflexion sur l'organisation d'une démarche.
Un problème de logique	Ce problème permet d'apprendre à utiliser des informations pour déduire.

L'évaluation

Une évaluation spécifique proposée à l'issue de la séquence de résolution de problèmes de recherche se fera sur des critères d'ordre méthodologique. Nous en resterons à une évaluation continue, effectuée séance après séance.

Il sera également judicieux d'observer des évolutions concernant la résolution des problèmes classiques.

Les outils pour la classe

Les apprentissages sont organisés suivant :

- **Une progression et une programmation permettant :**
 - de prendre en compte tous les apprentissages à mener ;
 - de les coordonner entre eux, mais aussi avec les autres apprentissages mathématiques.
- **Un schéma unique de construction des séances :**
 - avec pour commencer un temps collectif de modélisation, de rappel ou de synthèse ;
 - puis un temps de travail individuel ou par groupes de résolution de problèmes.

Seules les séances d'évaluation dérogent à cette règle.

La programmation décline et positionne les apprentissages dans l'année scolaire.

Elle se compose d'un ensemble de 15 séquences (cf. sommaire, pp.3 à 5) prenant en compte les contraintes liées aux apprentissages mathématiques non spécifiques au domaine de la résolution de problèmes (numération et calcul).

Elle est aussi présentée dans un tableau (cf. annexe 1, p. 29) qui permet de visualiser leur chronologie et leur articulation.

Les outils pour la mise en œuvre des apprentissages

Les 15 séquences représentent un total de 31 séances, réparties en 5 périodes et prévues pour une mise en œuvre effectuée au rythme d'une séance hebdomadaire.

Chacune des séances prévoit aussi l'utilisation :

- d'une fiche pédagogique ;
- d'un affichage collectif sur CD-Rom (voir pp. 122-123) ou en poster (voir p. 124) ;
- d'une série de problèmes : fiches individuelles à photocopier (sur CD-Rom, voir p. 121) ;
- des corrigés des problèmes (sur CD-Rom, voir p. 121).

Voir aussi le tableau récapitulatif des outils, annexe 3, p. 34.

Les fiches pédagogiques

Elles ont vocation à apporter les informations utiles aux maîtres. Chacune de ces fiches présente :

- l'objectif de la séance ;
- une aide à la mise en œuvre dont un des objectifs est d'éclairer l'enseignant sur le contenu de la séance ;
- le déroulement que nous conseillons ;
- les modalités de travail.

Période 1

Séquence 1

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Toutes les catégories de problèmes d'addition et de soustraction doivent être étudiées. Les problèmes de soustraction peuvent être classés en 7 familles et ceux d'addition en 5. Certains sont faciles à maîtriser, d'autres beaucoup moins (voir « Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction », annexe 2).

L'addition et la soustraction sont enseignées au CP et au CE1, sans rendre pour autant les élèves capables de résoudre tous les problèmes relevant de ces deux opérations.

En effet, seuls les cas les plus simples sont véritablement étudiés : recherche de ce qui reste après une diminution ou recherche d'une partie d'un tout pour les problèmes de soustraction ; recherche d'un tout après réunion de collections ou augmentation d'une collection pour les problèmes d'addition.

D'autres catégories sont abordées, comme par exemple les problèmes de comparaison.

Exemple 1 : Antoine a 10 images, Raphaël en a 2 de plus. Combien Raphaël a-t-il d'images ? Mais leur étude est incomplète, en raison de leur complexité. Cela contribue à créer des représentations erronées. L'exemple peut laisser penser qu'il y a toujours correspondance entre la formulation « de plus » (qui incite à utiliser l'addition) et l'opération utilisée... Mais c'est faux !

Exemple 2 : Antoine a 10 images, il en a 2 de plus que Raphaël. Combien Raphaël a-t-il d'images ? La complexité de certains problèmes rend vaine leur étude au CP et au CE1. Alors au CE2, il faut reprendre l'étude de toutes les catégories de problèmes d'addition et de soustraction, pour consolider les connaissances acquises, en construire de nouvelles sur les catégories peu ou pas rencontrées au CP et au CE1, et « déconstruire » des représentations erronées qui ont pu s'installer.

Objectifs de la séquence

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction. Choisir entre addition et soustraction sur le critère « effets produits par l'opération » en utilisant l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande, ou la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite.

Plan de la séquence

- Séance 1A : Le choix entre addition et soustraction - Révision du CE1
- Séance 1B : Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)
- Séance 1C : Les problèmes de diminution et d'augmentation (2)
- Séance 1D : Les problèmes de comparaison (1)
- Séance 1E : Les problèmes de comparaison (2)
- Séance 1F : Le choix entre addition et soustraction - Synthèse

Matériel

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PDF

Fiches individuelles à photocopier

Pour chaque séance, une série de problèmes

Corrigé des problèmes

Séquence 1 Séance 1A

Le choix entre addition et soustraction : Révision du CE1

Séance 1A
50 min

Objectifs Quand on cherche l'état final : savoir utiliser la soustraction pour trouver ce qui reste ou une partie d'un tout ; savoir utiliser l'addition pour trouver « combien ça fait en tout ».

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée à la révision de ce qui a été appris au CE1 concernant les problèmes d'addition et de soustraction.
- Distribuer la fiche photocopiée.
- L'activité collective décrite ci-dessous y est reproduite.

Les élèves peuvent aussi écrire sur la fiche lorsque l'activité collective a lieu.

Fiche élève 1A

2. Réactivation collective des règles de choix entre addition et soustraction utilisées au CE1

- Présenter la page 2 du support d'affichage PDF. La faire lire.
- Présenter la page 3. Laisser deux minutes aux élèves pour lire les problèmes.

C'est la consigne de l'activité collective.

4 problèmes sont présentés aux élèves, un par catégorie étudiée :
- recherche de tout / augmentation ;
- recherche de tout / diminution ;
- recherche d'une partie ;
- recherche de ce qui reste.

2 calculs sont présentés : $17 - 28$ et $27 + 28$.
No permission de résoudre les 4 problèmes.

Affichage collectif 1A ou poster 1

page 3 page 4

- Rappeler la consigne en la reformulant : « Pour chaque problème, vous devez trouver lequel de ces deux calculs permet de le résoudre. »

Les supports collectifs

Chaque séance doit poursuivre un objectif lisible par les élèves. Si c'est une séance d'apprentissage, ce dernier doit être explicité. Si c'est une séance d'entraînement, elle doit commencer par un rappel de ce qui va être mis en jeu.

Un temps collectif est donc prévu systématiquement en début de séance. Il permet de construire, de modéliser, de rappeler ce qui sera ensuite utilisé.

Pour mener avec efficacité ces temps, il faut un support d'affichage permettant à tous les élèves de visualiser et donc d'échanger avec plus de facilité.

Ces supports sont prévus en format PDF, pour les temps de construction, de modélisation ou de rappel.

Ci-dessous, extrait de la présentation PDF – séquence 1, séance 1D ; pages 3 et 5

Période 1
Séance 1D

	Questions	Calculs
1 • Maxou a 27 billes dans sa trousse. Tina en a 12 de plus que Maxou. Combien Tina a-t-elle de billes ?	C'est Tina qui a le plus de billes. vrai ou faux ?	
2 • Maxou a 27 billes dans sa trousse. Il en a 12 de plus que Tina. Combien Tina a-t-elle de billes ?	C'est Tina qui a le plus de billes. vrai ou faux ?	

Période 1
Séance 1D

À retenir...

Quand les formules de plus et de moins sont dans le texte, il faut se poser la question suivante :
« Est-ce qu'il faut trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit ? »

On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.

On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Toutes les catégories de problèmes d'addition et de soustraction doivent être étudiées.

Les problèmes de soustraction peuvent être classés en 9 familles et ceux d'addition en 5.

Certaines sont faciles à maîtriser, d'autres beaucoup moins (voir « Catégorisation des problèmes d'addition et de soustraction », annexe 2).

L'addition et la soustraction sont enseignées au CP et au CE1, sans rendre pour autant les élèves capables de résoudre tous les problèmes relevant de ces deux opérations.

En effet, seuls les cas les plus simples sont véritablement étudiés : recherche de ce qui reste après une diminution ou recherche d'une partie d'un tout pour les problèmes de soustraction ; recherche d'un tout après réunion de collections ou augmentation d'une collection pour les problèmes d'addition.

D'autres catégories sont abordées, comme par exemple les problèmes de comparaison.

Exemple 1 : Antoine a 10 images ; Raphaël en a 2 de plus. *Combien Raphaël a-t-il d'images ?*

Mais leur étude est incomplète, en raison de leur complexité. Cela contribue à créer des représentations erronées. L'exemple peut laisser penser qu'il y a toujours correspondance entre la formulation « de plus » (qui incite à utiliser l'addition) et l'opération utilisée... Mais c'est faux !

Exemple 2 : Antoine a 10 images ; Il en a 2 de plus que Raphaël. *Combien Raphaël a-t-il d'images ?*

La complexité de certains problèmes rend vaine leur étude au CP et au CE1. Alors au CE2, il faut reprendre l'étude de toutes les catégories de problèmes d'addition et de soustraction, pour consolider les connaissances acquises, en construire de nouvelles sur les catégories peu ou pas rencontrées au CP et au CE1, et « déconstruire » des représentations erronées qui ont pu s'installer.

Objectifs de la séquence

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction. → Choisir entre addition et soustraction sur le critère « effets produits par l'opération » : on utilise l'addition quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus grande ; on utilise la soustraction quand on doit trouver une quantité ou une mesure plus petite.

Plan de la séquence

- Séance 1A : Le choix entre addition et soustraction : Révision du CE1
- Séance 1B : Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)
- Séance 1C : Les problèmes de diminution et d'augmentation (2)
- Séance 1D : Les problèmes de comparaison (1)
- Séance 1E : Les problèmes de comparaison (2)
- Séance 1F : Le choix entre addition et soustraction : Synthèse

Matériel

Affichages collectifs

Pour chaque séance, une présentation PDF

Fiches individuelles à photocopier

Pour chaque séance, une série de problèmes
Corrigé des problèmes



ou posters 1 à 6



Le choix entre addition et soustraction : Révision du CE1

Séance 1A
50 min

Objectifs Quand on cherche l'état final :

- savoir utiliser la **soustraction** pour trouver ce qui reste ou une partie d'un tout ;
- savoir utiliser l'**addition** pour trouver « combien ça fait en tout ».

Dispositif Temps collectif pour réactiver les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée à la révision de ce qui a été appris au CE1 concernant les problèmes d'addition et de soustraction.
 - Distribuer la fiche photocopiée.
- L'activité collective décrite ci-dessous y est reproduite.

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Nom : _____ Date : _____

Voici 4 problèmes. Associe à chacun le calcul qui permet de répondre à la question.

1 • Léo a 37 billes dans sa trousse et 20 dans sa poche. <i>Combien a-t-il de billes ?</i>	•	•	$37 - 20 = 17$
2 • Maxime avait 37 billes. À la récréation, il en a perdu 20. <i>Combien lui reste-t-il de billes ?</i>	•	•	
3 • Lucas a un sac de 37 billes. Dans le sac, il y a 20 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>	•	•	$37 + 20 = 57$
4 • Ce matin, Pancho avait 37 billes. Il en a gagné 20 à la récréation. <i>Combien a-t-il de billes maintenant ?</i>	•	•	

Écris le numéro du problème qui correspond à chacune des phrases ci-dessous.

On cherche combien il reste après une diminution. → Problème _____

On cherche combien ça fait en tout après une augmentation. → Problème _____

On cherche la valeur d'une partie d'une collection. → Problème _____

On cherche combien ça fait en tout lorsqu'on réunit des collections. → Problème _____

À retenir...

- Si on cherche **combien il reste après une diminution** ou la **valeur d'une partie d'une collection**, on utilise la **soustraction**.
- Si on cherche **combien ça fait en tout après une augmentation** ou lorsqu'on réunit **des collections**, on utilise l'**addition**.

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

5 • Un charpentier avait apporté 45 poutres de bois pour faire le toit d'une maison. Il en a utilisé 20.
Combien lui en reste-t-il ?

6 • Lila s'entraîne à vélo. Elle effectue 28 kilomètres pour faire le tour de la forêt, puis 12 kilomètres pour faire le tour du lac.
Quelle distance parcourt-elle en tout ?

7 • Pour la séance de 20 heures, la caissière du cinéma a vendu 50 billets en tout. 33 billets étaient pour des adultes, les autres billets étaient pour des enfants.
Combien a-t-elle vendu de billets pour des enfants ?

8 • Le Petit Poucet est parti en forêt avec 37 petits cailloux dans sa poche. Il en a semé 12 sur le chemin.
Combien lui reste-t-il de petits cailloux ?

9 • Alex a 28 euros dans sa tirelire et 35 euros dans son porte-monnaie.
Combien a-t-il d'argent ?

10 • Dans la classe du CE2, il y a 45 balles dans une caisse. 33 sont des balles de tennis, les autres sont des balles pour jongler.
Combien y a-t-il de balles pour jongler dans la caisse ?

Les élèves pourront ainsi écrire sur la fiche lorsque l'activité collective le nécessitera.

Fiche élève 1A

2. Réactivation collective des règles de choix entre addition et soustraction utilisées au CE1

- Présenter la page 2 du support d'affichage PDF. La faire lire.
- Présenter la page 3. Laisser deux minutes aux élèves pour lire les problèmes.

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

1 • Léo a 37 billes dans sa trousse et 20 dans sa poche.
Combien a-t-il de billes ?

2 • Maxime avait 37 billes. À la récréation, il en a perdu 20.
Combien lui reste-t-il de billes ?

3 • Lucas a un sac de 37 billes. Dans le sac, il y a 20 billes rouges et les autres sont bleues.
Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?

4 • Ce matin, Pancho avait 37 billes. Il en a gagné 20 à la récréation.
Combien a-t-il de billes maintenant ?

$37 - 20 = 17$

$37 + 20 = 57$

page 3

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Écris le numéro du problème qui correspond à chacune des phrases ci-dessous.

On cherche combien il reste après une diminution. → Problème _____

On cherche combien ça fait en tout après une augmentation. → Problème _____

On cherche la valeur d'une partie d'une collection. → Problème _____

On cherche combien ça fait en tout lorsqu'on réunit des collections. → Problème _____

page 4

C'est la consigne de l'activité collective.

4 problèmes sont présentés aux élèves, un par catégorie étudiée :

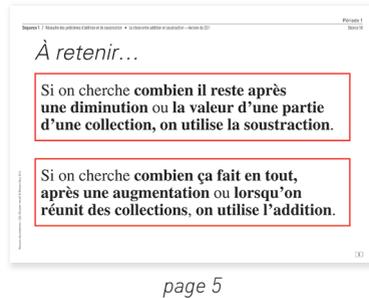
- recherche du tout / augmentation ;
- recherche du tout / réunion ;
- recherche d'une partie ;
- recherche de ce qui reste.

2 calculs sont présentés : $37 - 20$ et $37 + 20$. Ils permettent de résoudre les 4 problèmes.

Affichage collectif 1A ou poster 1

- Rappeler la consigne en la reformulant : « Pour chaque problème, vous devez trouver lequel de ces deux calculs permet de le résoudre. »

- Faire répondre les élèves, avec une justification s'appuyant sur le texte.
 Problème 1 → $37 + 20$ car on cherche combien ça fait en tout.
 Problème 2 → $37 - 20$ car on cherche ce qui reste.
 Problème 3 → $37 - 20$ car on cherche une partie de la collection.
 Problème 4 → $37 + 20$ car on cherche combien ça fait en tout.
- Passer à la page 4. Lire phrase par phrase en faisant compléter par les élèves au fur et à mesure.
- Passer à la page 5.



- Faire lire les cadres « À retenir... »

3. Application individuelle

- Annoncer la consigne aux élèves : « Vous allez maintenant résoudre individuellement les problèmes 5 à 10 sur votre cahier. Il vous faudra choisir pour chaque problème entre l'addition et la soustraction. »
- Relisez les cadres "À retenir..." si vous avez un doute. »

À retenir...

- Si on cherche **combien il reste après une diminution ou la valeur d'une partie d'une collection**, on utilise la **soustraction**.
- Si on cherche **combien ça fait en tout après une augmentation ou lorsqu'on réunit des collections**, on utilise l'**addition**.

Résolve les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

- 5 • Un charpentier avait apporté 45 poutres de bois pour faire le toit d'une maison. Il en a utilisé 20.
Combien lui en reste-t-il ?
- 6 • Lila s'entraîne à vélo. Elle effectue 28 kilomètres pour faire le tour de la forêt, puis 12 kilomètres pour faire le tour du lac.
Quelle distance parcourt-elle en tout ?
- 7 • Pour la séance de 20 heures, la caissière du cinéma a vendu 56 billets en tout. 33 billets étaient pour des adultes, les autres billets étaient pour des enfants.
Combien a-t-elle vendu de billets pour des enfants ?
- 8 • Le Petit Poucet est parti en forêt avec 37 petits cailloux dans sa poche. Il en a semé 12 sur le chemin.
Combien lui reste-t-il de petits cailloux ?
- 9 • Alex a 28 euros dans sa tirelire et 35 euros dans son porte-monnaie.
Combien a-t-il d'argent ?
- 10 • Dans la classe du CE2, il y a 45 balles dans une caisse. 33 sont des balles de tennis, les autres sont des balles pour jongler.
Combien y a-t-il de balles pour jongler dans la caisse ?

Résoudre des problèmes - CE2, Christian Hérail © Gallone Reuz, 2014

Les justifications des élèves seront reformulées pour parvenir à une forme généralisable, proche de ce qui est ci-contre en caractères gras.

Laisser les élèves répondre sur la fiche avant de corriger. Cette reformulation vise à stabiliser les connaissances.

Préciser aux élèves qu'ils pourront se référer à ces cadres, pendant le travail individuel.



L'attention des élèves doit aussi se porter sur la présentation. L'enseignant doit formuler ses exigences. Pour cela, il peut utiliser les supports collectifs (CD-Rom) :

- Seq 1 Présentation calcul ;
- Seq 1 Présentation phrase.

L'enseignant régule le travail des élèves par ses interventions.

Il veille en particulier à ce que les élèves sollicitant une aide ou paraissant bloqués sur un problème aient bien mémorisé la question (cf. « Introduction : 2. Comprendre les énoncés », p. 17).



Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)

Séance 1B

50 min

Objectifs Quand on cherche l'état initial :

- savoir utiliser l'addition quand « il y avait plus avant » ;
- savoir utiliser la soustraction quand « il y avait moins avant ».

Dispositif Temps collectif pour faire chercher, puis institutionnaliser les connaissances ; application individuelle.

1. Présentation de la séance

- Annoncer aux élèves que la séance sera consacrée aux problèmes d'addition et de soustraction.
 - Distribuer la fiche photocopiée.
- L'activité collective décrite ci-dessous y est reproduite.

Les élèves pourront ainsi écrire sur la fiche pendant l'activité collective.

Fiche élève 1B

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)		Période 1 Séance 1B
Nom : _____		Date : _____
Lis les problèmes. Réponds aux questions et écris les calculs qui permettent de résoudre les problèmes.		
Questions		Calculs
1 • Laurine a joué aux billes pendant la récréation. Elle en a perdu 12. Maintenant, elle en a 26. <i>Combien avait-elle de billes avant la récréation ?</i>	Laurine avait plus de billes avant la récréation. <i>vrai ou faux ?</i>	
2 • Norbert a joué aux billes pendant la récréation. Il en a gagné 14. Maintenant, il en a 29. <i>Combien avait-il de billes avant la récréation ?</i>	Norbert avait plus de 29 billes avant la récréation. <i>vrai ou faux ?</i>	
3 • Léa pense à un nombre. Elle lui enlève 20. Elle trouve 30. <i>À quel nombre a-t-elle pensé ?</i>	Léa a pensé à un nombre plus grand que 30. <i>vrai ou faux ?</i>	
4 • Léo pense à un nombre. Il lui ajoute 20. Il trouve 30. <i>À quel nombre a-t-il pensé ?</i>	Léo a pensé à un nombre plus grand que 30. <i>vrai ou faux ?</i>	
À retenir...		
<ul style="list-style-type: none"> • Quand on cherche « combien il y avait avant », il faut se poser la question suivante : « Avant, est-ce qu'il y avait plus ou est-ce qu'il y avait moins ? » • On utilise l'addition « s'il y avait plus avant ». • On utilise la soustraction « s'il y avait moins avant ». 		
Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.		
5 • Évan avait beaucoup de petits robots. Alors il en a apporté 27 au centre de loisirs de sa commune. Maintenant, il lui en reste 12. <i>Combien avait-il de petits robots avant ?</i>		
6 • Alexandre a reçu 20 € pour son anniversaire. Il les a mis dans sa tirelire. Maintenant, dans celle-ci, il y a 67 €. <i>Combien y avait-il dans la tirelire d'Alexandre avant son anniversaire ?</i>		
7 • Lucile a dépensé 50 € pour acheter des cadeaux à ses frères. Maintenant, il ne lui reste plus que 12 € dans sa tirelire. <i>Combien avait-elle dans sa tirelire avant d'acheter les cadeaux ?</i>		
8 • Ce matin, Alex vend des melons au marché. Il lui en reste 53 à vendre, alors qu'il en a déjà vendu 47. <i>Combien avait-il de melons en arrivant ce matin ?</i>		
9 • Coco a acheté 35 images de footballeurs. Maintenant, il en a 55. <i>Combien avait-il d'images avant ?</i>		
10 • Avant d'aller au supermarché, Louis avait des bouteilles d'eau dans son garage, mais il en a quand même acheté 15. Maintenant, il y a 50 bouteilles d'eau dans le garage de Louis. <i>Combien Louis avait-il de bouteilles d'eau dans son garage avant d'aller au supermarché ?</i>		

2. Élaboration collective et institutionnalisation d'une règle pour la recherche de l'état initial

- Présenter la page 2 du document PDF. La faire lire.
- Présenter la page 3. Laisser deux minutes aux élèves pour lire les problèmes et les questions.

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)		Période 1 Séance 1B
Nom : _____		Date : _____
Questions		Calculs
1 • Laurine a joué aux billes pendant la récréation. Elle en a perdu 12. Maintenant, elle en a 26. <i>Combien avait-elle de billes avant la récréation ?</i>	Laurine avait plus de billes avant la récréation. <i>vrai ou faux ?</i>	
2 • Norbert a joué aux billes pendant la récréation. Il en a gagné 14. Maintenant, il en a 29. <i>Combien avait-il de billes avant la récréation ?</i>	Norbert avait plus de 29 billes avant la récréation. <i>vrai ou faux ?</i>	

page 3

Séquence 1 / Réviser des problèmes d'addition et de soustraction • Les problèmes de diminution et d'augmentation (1)		Période 1 Séance 1B
Nom : _____		Date : _____
Questions		Calculs
3 • Léa pense à un nombre. Elle lui enlève 20. Elle trouve 30. <i>À quel nombre a-t-elle pensé ?</i>	Léa a pensé à un nombre plus grand que 30. <i>vrai ou faux ?</i>	
4 • Léo pense à un nombre. Il lui ajoute 20. Il trouve 30. <i>À quel nombre a-t-il pensé ?</i>	Léo a pensé à un nombre plus grand que 30. <i>vrai ou faux ?</i>	

page 4

C'est la consigne de l'activité collective.

2 problèmes sont présentés aux élèves, un par catégorie étudiée :

- recherche de l'état initial dans une situation d'augmentation ;
- recherche de l'état initial dans une situation de diminution.

À chaque problème est associée une question qui vise à mobiliser la compréhension de lecture avant le choix de l'opération.

Affichage collectif 1B ou poster 2

- Faire répondre aux deux questions au crayon sur la fiche, sans écriture du calcul.

Laurine avait plus de billes avant la récréation. *Vrai ou faux ?* **Vrai**

Le problème 1 est une situation de diminution. L'utilisation du verbe *perdre* incite à choisir la soustraction. Mais c'est l'état initial qui est demandé. Or *Laurine avait plus de billes avant*.

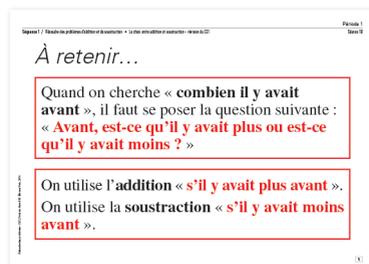
Il faut donc choisir une opération qui permettra d'obtenir un nombre plus grand, c'est-à-dire l'addition.

Norbert avait plus de 29 billes avant la récréation. *Vrai ou faux ?* **Faux**

Le problème 2 est une situation d'augmentation. L'utilisation du verbe *gagner* incite à choisir l'addition. Mais c'est l'état initial qui est demandé. Or *Norbert avait moins de billes avant*.

Il faut donc choisir une opération qui permettra d'obtenir un nombre plus petit, c'est-à-dire la soustraction.

- Faire écrire les deux calculs ($26 + 12$ pour le problème 1 ; $29 - 14$ pour le problème 2).
- Passer à la page 4. Effectuer le même travail que pour la page 3, avec de nouveau la recherche de l'état initial dans une situation d'augmentation et une situation de diminution. Cette fois, ce sont les verbes *enlever* et *ajouter* qui font fonction de « pièges ».
- Passer à la page 5.

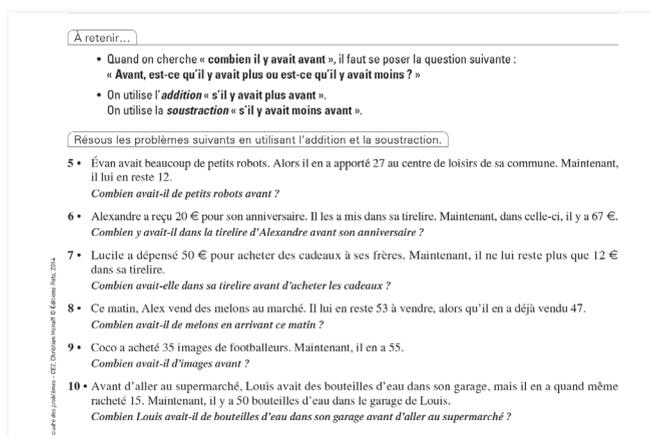


page 5

- Faire lire les cadres « À retenir... »

3. Application individuelle

- Consigne : « Vous allez maintenant résoudre individuellement les problèmes 5 à 10 sur votre cahier. Tous ces problèmes appartiennent aux deux catégories que nous venons d'étudier. Vous devrez choisir pour chaque problème entre l'addition et la soustraction. »
- Relisez les cadres "À retenir..." si vous avez un doute. »



L'utilisation de mots dits « clés » au CP et au CE1 pour choisir l'opération (+ pour gagner ; - pour perdre) s'avère pertinente sur des cas particuliers ; elle ne peut pas être généralisée. Il faut donc enseigner aux élèves une autre manière d'aborder ces problèmes. C'est la compréhension qu'on a du texte qui permet d'effectuer le choix de l'opération. La lecture collective d'énoncés permet de modéliser cette approche du choix de l'opération.

Ces 2 nouveaux exemples valident les règles établies. On fera répondre sur la fiche avant de corriger.

Mettre en évidence le caractère méthodologique du contenu du premier cadre... « C'est le travail qu'il faut faire dans sa tête. »



Il s'agit de la seconde séance de résolution de problèmes et les habitudes ne sont pas encore installées. L'attention doit donc à nouveau être portée sur la présentation. Pour cela, on peut utiliser les supports collectifs (CD-Rom) : - Seq 1 Présentation calcul ; - Seq 1 Présentation phrase. L'enseignant régule le travail des élèves par ses interventions.

Il veille en particulier à ce que les élèves sollicitent une aide ou paraissant bloqués sur un problème aient bien mémorisé la question (cf. « Introduction : 2. Comprendre les énoncés », p. 17).



Contenu du CD-Rom

Le CD-Rom contient tout le matériel nécessaire au travail des élèves, qu'il soit individuel ou collectif.

Pour accéder aux annexes, ouvrir le fichier « accueil.pdf ». Les signets s'affichent automatiquement. Si ce n'est pas le cas, afficher les signets en cliquant sur l'icône correspondante. Une fois les signets affichés, il faut dérouler les menus en cliquant sur le signe + (ou la flèche sous mac) qui est devant le titre de la ressource souhaitée.

Les fichiers PDF s'ouvrent avec le logiciel gratuit Adobe Reader® (à télécharger sur le site : get.adobe.com/fr/reader/ s'il n'est pas déjà installé sur votre ordinateur).

Individuel

- Les fiches à photocopier pour les élèves ainsi que leurs corrigés

Fiche élève

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • La choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Nom : _____ Date : _____

Voici 4 problèmes. Associe à chacun le calcul qui permet de répondre à la question.

1 • Léo a 37 billes dans sa trousse et 20 dans sa poche. <i>Combien a-t-il de billes ?</i>	•	•	$37 - 20 = 17$
2 • Maxime avait 37 billes. À la récréation, il en a perdu 20. <i>Combien lui reste-t-il de billes ?</i>	•	•	
3 • Lucas a un sac de 37 billes. Dans le sac, il y a 20 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>	•	•	$37 + 20 = 57$
4 • Ce matin, Pancho avait 37 billes. Il en a gagné 20 à la récréation. <i>Combien a-t-il de billes maintenant ?</i>	•	•	

Écris le numéro du problème qui correspond à chacune des phrases ci-dessous.

On cherche combien il reste après une diminution. → Problème 2
On cherche combien ça fait en tout après une augmentation. → Problème 4
On cherche la valeur d'une partie d'une collection. → Problème 3
On cherche combien ça fait en tout lorsqu'on réunit des collections. → Problème 1

À retenir...

- Si on cherche **combien il reste après une diminution** ou la **valeur d'une partie d'une collection**, on utilise la **soustraction**.
- Si on cherche **combien ça fait en tout après une augmentation** ou lorsqu'on réunit des collections, on utilise l'**addition**.

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

- Un charpentier avait apporté 45 poutres de bois pour faire le toit d'une maison. Il en a utilisé 20.
Combien lui en reste-t-il ?
- Lila s'entraîne à vélo. Elle effectue 28 kilomètres pour faire le tour de la forêt, puis 12 kilomètres pour faire le tour du lac.
Quelle distance parcourt-elle en tout ?
- Pour la séance de 20 heures, la caissière du cinéma a vendu 56 billets en tout. 33 billets étaient pour des adultes, les autres billets étaient pour des enfants.
Combien lui reste-t-il de petits cailloux ?
- Le Petit Poucet est parti en forêt avec 37 petits cailloux dans sa poche. Il en a semé 12 sur le chemin.
Combien lui reste-t-il de petits cailloux ?
- Alex a 28 euros dans sa tirelire et 35 euros dans son porte-monnaie.
Combien a-t-il d'argent ?
- Dans la classe du CE2, il y a 45 balles dans une caisse, 33 sont des balles de tennis, les autres sont des balles pour jongler.
Combien y a-t-il de balles pour jongler dans la caisse ?

Corrigés

Période 1
Séance 1A

Séquence 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • La choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Nom : _____ Date : _____

Voici 4 problèmes. Associe à chacun le calcul qui permet de répondre à la question.

1 • Léo a 37 billes dans sa trousse et 20 dans sa poche. <i>Combien a-t-il de billes ?</i>	•	•	$37 - 20 = 17$
2 • Maxime avait 37 billes. À la récréation, il en a perdu 20. <i>Combien lui reste-t-il de billes ?</i>	•	•	
3 • Lucas a un sac de 37 billes. Dans le sac, il y a 20 billes rouges et les autres sont bleues. <i>Combien y a-t-il de billes bleues dans le sac ?</i>	•	•	$37 + 20 = 57$
4 • Ce matin, Pancho avait 37 billes. Il en a gagné 20 à la récréation. <i>Combien a-t-il de billes maintenant ?</i>	•	•	

Écris le numéro du problème qui correspond à chacune des phrases ci-dessous.

On cherche combien il reste après une diminution. → Problème 2
On cherche combien ça fait en tout après une augmentation. → Problème 4
On cherche la valeur d'une partie d'une collection. → Problème 3
On cherche combien ça fait en tout lorsqu'on réunit des collections. → Problème 1

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

- Calcul : $45 - 20 = 25$ Réponse : 25 poutres de bois
- Calcul : $28 + 12 = 40$ Réponse : 40 kilomètres
- Calcul : $56 - 33 = 23$ Réponse : 23 billets pour des enfants
- Calcul : $37 - 12 = 25$ Réponse : 25 petits cailloux
- Calcul : $28 + 35 = 63$ Réponse : 63 euros
- Calcul : $45 - 33 = 12$ Réponse : 12 balles pour jongler

Période 1
Séance 1B

Séquence 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • Les problèmes de diminution et d'augmentation (I)

Nom : _____ Date : _____

Lis les problèmes. Réponds aux questions et écris les calculs qui permettent de résoudre les problèmes.

Questions	Calculs
1 • Laurine a joué aux billes pendant la récréation. Elle en a perdu 12. Maintenant, elle en a 26. <i>Combien avait-elle de billes avant la récréation ?</i> vrai ou faux ? : _____	
2 • Norbert a joué aux billes pendant la récréation. Il en a gagné 14. Maintenant, il en a 29. <i>Combien avait-il de billes avant la récréation ?</i> vrai ou faux ? : _____	
3 • Léa pense à un nombre. Elle lui enlève 20. Elle trouve 30. <i>À quel nombre a-t-elle pensé ?</i> vrai ou faux ? : _____	
4 • Léo pense à un nombre. Il lui ajoute 20. Il trouve 30. <i>À quel nombre a-t-il pensé ?</i> vrai ou faux ? : _____	

À retenir...

- Quand on cherche « **combien il y avait avant** », il faut se poser la question suivante : « **Avant, est-ce qu'il y avait plus ou est-ce qu'il y avait moins ?** »
- On utilise l'**addition** s'il y avait plus avant.
- On utilise la **soustraction** s'il y avait moins avant.

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

- Évan avait beaucoup de petits robots. Alors il en a apporté 27 au centre de loisirs de sa commune. Maintenant, il lui en reste 12.
Combien avait-il de petits robots avant ?
- Alexandre a reçu 20 € pour son anniversaire. Il les a mis dans sa tirelire. Maintenant, dans celle-ci, il y a 67 €.
Combien y avait-il dans la tirelire d'Alexandre avant son anniversaire ?
- Lucile a dépensé 50 € pour acheter des cadeaux à ses frères. Maintenant, il ne lui reste plus que 12 € dans sa tirelire.
Combien avait-elle dans sa tirelire avant d'acheter les cadeaux ?
- Ce matin, Alex vend des melons au marché. Il lui en reste 53 à vendre, alors qu'il en a déjà vendu 47.
Combien avait-il de melons en arrivant ce matin ?
- Coco a acheté 35 images de footballeurs. Maintenant, il en a 55.
Combien avait-il d'images avant ?
- Avant d'aller au supermarché, Louis avait des bouteilles d'eau dans son garage, mais il en a quand même racheté 15. Maintenant, il y a 50 bouteilles d'eau dans le garage de Louis.
Combien Louis avait-il de bouteilles d'eau dans son garage avant d'aller au supermarché ?

Période 1
Séance 1B

Séquence 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • Les problèmes de diminution et d'augmentation (II)

Nom : _____ Date : _____

Lis les problèmes. Réponds aux questions et écris les calculs qui permettent de résoudre les problèmes.

Questions	Calculs
1 • Laurine a joué aux billes pendant la récréation. Elle en a perdu 12. Maintenant, elle en a 26. <i>Combien avait-elle de billes avant la récréation ?</i> vrai	$26 + 12 = 38$
2 • Norbert a joué aux billes pendant la récréation. Il en a gagné 14. Maintenant, il en a 29. <i>Combien avait-il de billes avant la récréation ?</i> faux	$29 - 14 = 15$
3 • Léa pense à un nombre. Elle lui enlève 20. Elle trouve 30. <i>À quel nombre a-t-elle pensé ?</i> vrai	$30 + 20 = 50$
4 • Léo pense à un nombre. Il lui ajoute 20. Il trouve 30. <i>À quel nombre a-t-il pensé ?</i> faux	$30 - 20 = 10$

Résous les problèmes suivants en utilisant l'addition et la soustraction.

- Calcul : $27 + 12 = 39$ Réponse : 39 petits robots
- Calcul : $67 - 20 = 47$ Réponse : 47 euros
- Calcul : $50 + 12 = 62$ Réponse : 62 euros
- Calcul : $47 + 53 = 100$ Réponse : 100 melons
- Calcul : $55 - 35 = 20$ Réponse : 20 images de footballeurs
- Calcul : $50 - 15 = 35$ Réponse : 35 bouteilles d'eau

Collectif

- Des fichiers PDF à vidéoprojecter

Sequance 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Période 1
Séance 10

Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction

Les problèmes de comparaison (1)

Remarque: Pour problèmes - CE1, Chapitre 1, page 10 © Editions Belin, 2014

Sequance 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Période 1
Séance 10

	Questions	Calculs
1 • Maxou a 27 billes dans sa trousse. Tina en a 12 de plus que Maxou. <i>Combien Tina a-t-elle de billes ?</i>	C'est Tina qui a le plus de billes. <i>vrai ou faux ?</i>	
2 • Maxou a 27 billes dans sa trousse. Il en a 12 de plus que Tina. <i>Combien Tina a-t-elle de billes ?</i>	C'est Tina qui a le plus de billes. <i>vrai ou faux ?</i>	

Remarque: Pour problèmes - CE1, Chapitre 1, page 10 © Editions Belin, 2014

Sequance 1 / Résoudre des problèmes d'addition et de soustraction • Le choix entre addition et soustraction - révision du CE1

Période 1
Séance 10

À retenir...

Quand les formules **de plus** et **de moins** sont dans le texte, il faut se poser la question suivante :
« **Est-ce qu'il faut trouver un nombre plus grand ou un nombre plus petit ?** »

On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.

On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.

Remarque: Pour problèmes - CE1, Chapitre 1, page 10 © Editions Belin, 2014

- Des affichettes à imprimer en A4 si la classe n'est pas équipée de vidéoprojecteur

Sequ  ce 6 / Résoudre un problème de recherche • La recherche de tous les possibles

Période 3
Sance 6C

Résoudre un problème de recherche

La recherche de tous les possibles

Ressource P19 sur affichage - CE2, CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE7, CE8, CE9, CE10, CE11, CE12, CE13, CE14, CE15, CE16, CE17, CE18, CE19, CE20, CE21, CE22, CE23, CE24, CE25, CE26, CE27, CE28, CE29, CE30, CE31, CE32, CE33, CE34, CE35, CE36, CE37, CE38, CE39, CE40, CE41, CE42, CE43, CE44, CE45, CE46, CE47, CE48, CE49, CE50, CE51, CE52, CE53, CE54, CE55, CE56, CE57, CE58, CE59, CE60, CE61, CE62, CE63, CE64, CE65, CE66, CE67, CE68, CE69, CE70, CE71, CE72, CE73, CE74, CE75, CE76, CE77, CE78, CE79, CE80, CE81, CE82, CE83, CE84, CE85, CE86, CE87, CE88, CE89, CE90, CE91, CE92, CE93, CE94, CE95, CE96, CE97, CE98, CE99, CE100

Sequ  ce 6 / Résoudre un problème de recherche • La recherche de tous les possibles

Période 3
Sance 6C

1 • La monnaie de 100 à

On peut faire 100 à avec des billets
de 20 à, 50    et 10   



*Combien y a-t-il de façons de faire 100 à
avec des billets de 10 à, 20    et 50 à ?*

Ressource P19 sur affichage - CE2, CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE7, CE8, CE9, CE10, CE11, CE12, CE13, CE14, CE15, CE16, CE17, CE18, CE19, CE20, CE21, CE22, CE23, CE24, CE25, CE26, CE27, CE28, CE29, CE30, CE31, CE32, CE33, CE34, CE35, CE36, CE37, CE38, CE39, CE40, CE41, CE42, CE43, CE44, CE45, CE46, CE47, CE48, CE49, CE50, CE51, CE52, CE53, CE54, CE55, CE56, CE57, CE58, CE59, CE60, CE61, CE62, CE63, CE64, CE65, CE66, CE67, CE68, CE69, CE70, CE71, CE72, CE73, CE74, CE75, CE76, CE77, CE78, CE79, CE80, CE81, CE82, CE83, CE84, CE85, CE86, CE87, CE88, CE89, CE90, CE91, CE92, CE93, CE94, CE95, CE96, CE97, CE98, CE99, CE100

Sequ  ce 6 / Résoudre un problème de recherche • La recherche de tous les possibles

Période 3
Sance 6C

Guide de présentation de ton travail...

- Saute une ligne entre deux façons de faire la monnaie de 100 à.
-    la fin de ta recherche, relis la question avant de rédiger ta réponse.
- Souligne ta réponse.

Ressource P19 sur affichage - CE2, CE1, CE2, CE3, CE4, CE5, CE6, CE7, CE8, CE9, CE10, CE11, CE12, CE13, CE14, CE15, CE16, CE17, CE18, CE19, CE20, CE21, CE22, CE23, CE24, CE25, CE26, CE27, CE28, CE29, CE30, CE31, CE32, CE33, CE34, CE35, CE36, CE37, CE38, CE39, CE40, CE41, CE42, CE43, CE44, CE45, CE46, CE47, CE48, CE49, CE50, CE51, CE52, CE53, CE54, CE55, CE56, CE57, CE58, CE59, CE60, CE61, CE62, CE63, CE64, CE65, CE66, CE67, CE68, CE69, CE70, CE71, CE72, CE73, CE74, CE75, CE76, CE77, CE78, CE79, CE80, CE81, CE82, CE83, CE84, CE85, CE86, CE87, CE88, CE89, CE90, CE91, CE92, CE93, CE94, CE95, CE96, CE97, CE98, CE99, CE100

Les posters



- au format A2 : 4 posters Fiche outil

Séquence 10 / Résoudre des problèmes à une étape

Délicie S
Séance 1A

À retenir...

Les problèmes d' addition	On utilise l'addition quand on doit trouver un nombre plus grand.
Les problèmes de soustraction	On utilise la soustraction quand on doit trouver un nombre plus petit.
Les problèmes de multiplication	On utilise la multiplication quand on doit trouver un nombre plus grand et que ce sont plusieurs quantités ou mesures identiques.
Les problèmes de division (les groupements et les partages)	On utilise la division quand on doit trouver un nombre plus petit, dans un problème de groupement ou dans un problème de partage.

Poster 26

Séquence 10 / Résoudre des problèmes à une étape

Délicie S
Séance 1B

Rappel 1...

Pour calculer avec des durées, des longueurs, des masses ou des contenances, **il faut que les mesures aient la même unité.**
 Pour calculer **2 mètres - 50 centimètres**, il faut que les deux mesures soient en **centimètres**.
 Pour calculer **2 kilogrammes - 50 grammes**, il faut que les deux mesures soient en **grammes**.

Rappel 2...

Il faut parfois faire une **conversion avant de calculer.**
 Pour calculer **2 m - 50 cm** → 2 m, c'est 200 cm, donc on calcule **200 - 50**.
 Pour calculer **2 kg - 50 g** → 2 kg, c'est 2 000 g, donc on calcule **2 000 - 50**.
 Pour calculer **2h - 50 min** → 2 h, c'est 120 min, donc on calcule **120 - 50**.

Rappel 3...

Il faut parfois faire une **conversion pour écrire la réponse.**
 Si la réponse est 2 400 centimes, on fait la conversion en euros.
 → **2 400 centimes, c'est 24 euros.**

Poster 27

- au format A3 : 25 posters

Exemple : un partage en 3

Lou a préparé 65 crêpes. Elle veut les répartir équitablement sur 3 assiettes.

Combien doit-elle mettre de crêpes sur chaque assiette ?

$$\begin{array}{r} 65 \\ 3 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Elle doit mettre 21 crêpes sur chaque assiette. Il restera 2 crêpes.

À retenir...

Dans un problème de partage, on distribue, on donne le même nombre à chacun... On cherche **combien ça fait pour chacun**. On cherche aussi **combien il reste**.

Pour rédiger la réponse, il faut deux phrases :
 - une pour le nombre de groupes
 - une pour le reste.

Poster 8

Rendre la monnaie sur 1 euro. À retenir...

1 euro, c'est 100 centimes.
 Pour calculer la monnaie, on utilise les compléments à 100.

50 + 50	40 + 60	30 + 70	20 + 80	10 + 90
45 + 55	38 + 62	28 + 72	18 + 82	8 + 92

J'achète une baguette qui coûte 80 centimes. Je donne une pièce de 1 euro.
 Combien la boulangère me rend-elle ?
80 + 20 = 100
 Je 2 euros, il y a 20 centimes.
 La boulangère me rend 20 centimes.

Rendre la monnaie sur 10 ou 20 euros. À retenir...

Pour calculer la monnaie à rendre, on calcule d'abord le nombre de centimes pour aller à l'euro suivant. Ensuite, on calcule le nombre d'euros pour aller à la somme donnée.

J'achète un pain qui coûte 1 euro 80 centimes. Je donne un billet de 10 euros.
 Combien la boulangère me rend-elle ?
80 + 20 = 100
 Et 1 euro 80 centimes à 2 euros, il y a 20 centimes.
Je 2 euros à 10 euros, il y a 8 euros.
 La boulangère me rend 8 euros 20 centimes.

Poster 20

Julie a cueilli 240 tulipes. Elle va préparer des bouquets de 6 tulipes. Elle vendra chaque bouquet 5 €.

1) Combien va-t-elle préparer de bouquets ?
 2) Combien lui rapportera la vente de tous les bouquets ?

1) $240 : 6 = 40$
 Elle va préparer 40 bouquets.

$$\begin{array}{r} 240 \\ 6 \overline{) 240} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Julie a cueilli 240 tulipes. Elle va préparer des bouquets de 6 tulipes. Elle vendra chaque bouquet 5 €.

1) Combien va-t-elle préparer de bouquets ?
 2) Combien lui rapportera la vente de tous les bouquets ?

1) $240 : 6 = 40$
 Elle va préparer 40 bouquets.

$$\begin{array}{r} 240 \\ 6 \overline{) 240} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

2) $5 \times 40 = 200$
 La vente de tous ses bouquets lui rapportera 200 €.

Poster 28