



Une collection dirigée par  
**Jean-Luc Caron**

# **S'entraîner au calcul mental**

## **CM**

**Jean-François Quilfen**

Illustrations : **Julie Olivier**

**RETZ**

[www.editions-retz.com](http://www.editions-retz.com)

9 bis, rue Abel Hovelacque

75013 Paris

# S o m m a i r e

|                                            |   |
|--------------------------------------------|---|
| <b>Introduction au calcul mental</b> ..... | 4 |
| <b>Présentation de l'ouvrage</b> .....     | 8 |

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| <b>Guide pédagogique</b> .....                      | 10 |
| Programmation annuelle .....                        | 39 |
| Fiches récapitulatives des compétences évaluées ... | 41 |
| Les traces écrites .....                            | 43 |

| FICHE<br>N°                                                                                                                        |                                                                    | CM1 | CM2 | FICHE<br>P. | TRACE<br>ÉCRITE<br>P. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|-----|-----|-------------|-----------------------|
| <b>Consolider les connaissances et les capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux (calcul réfléchi)</b>        |                                                                    |     |     |             |                       |
| ADDITION ET COMPLÉMENTS                                                                                                            |                                                                    |     |     |             |                       |
| 1                                                                                                                                  | Ajout de dizaines ou de centaines                                  | X   | X   | 55          | 43                    |
| 2                                                                                                                                  | Compléments au millier                                             | X   | X   | 57          | 43                    |
| 3                                                                                                                                  | Addition de 2 nombres                                              | X   | X   | 59          | 44                    |
| 4                                                                                                                                  | Ajouter 11, 21, 31 ou 8, 18, 28, 38 ou 9, 19, 29, 39...            | X   | X   | 61          | 44                    |
| 5                                                                                                                                  | Pour calculer des sommes, il faut être malin !                     | X   | X   | 63          | 44                    |
| 6                                                                                                                                  | Calcul approché d'une somme                                        | X   | X   | 65          | 44                    |
| 7                                                                                                                                  | Complément d'un nombre décimal au nombre entier supérieur          | X   | X   | 67          | 45                    |
| 8                                                                                                                                  | Addition de nombres décimaux (en dixièmes)                         | X   | X   | 69          | 45                    |
| 9                                                                                                                                  | Pour calculer des sommes de nombres décimaux, il faut être malin ! | X   | X   | 71          | 45                    |
| 10                                                                                                                                 | Complément d'un nombre décimal (en centièmes)                      |     | X   | 73          | 46                    |
| 11                                                                                                                                 | Addition de nombres décimaux (en centièmes)                        |     | X   | 75          | 46                    |
| 12                                                                                                                                 | Calcul approché d'une somme de nombres décimaux                    |     | X   | 77          | 46                    |
| SOUSTRACTION                                                                                                                       |                                                                    |     |     |             |                       |
| 13                                                                                                                                 | Retrancher des dizaines ou des centaines                           | X   |     | 79          | 46                    |
| 14                                                                                                                                 | Retrancher 11, 21, 31 ou 8, 18, 28, 38 ou 9, 19, 29, 39...         | X   | X   | 81          | 47                    |
| 15                                                                                                                                 | Retrancher un nombre à 2 chiffres ou à 3 chiffres                  | X   | X   | 83          | 47                    |
| 16                                                                                                                                 | Retrancher des nombres décimaux                                    | X   | X   | 85          | 47                    |
| MULTIPLICATION                                                                                                                     |                                                                    |     |     |             |                       |
| 17                                                                                                                                 | Multiplier par 2 ou par 4                                          | X   | X   | 87          | 48                    |
| 18                                                                                                                                 | Multiplier par 5 ou par 50                                         | X   | X   | 89          | 48                    |
| 19                                                                                                                                 | Multiplier par 20, 30, 40...                                       | X   | X   | 91          | 49                    |
| 20                                                                                                                                 | Multiplier 2 nombres à 1 ou 2 chiffres                             | X   | X   | 93          | 49                    |
| 21                                                                                                                                 | Multiplier 2 nombres à 2 chiffres                                  | X   | X   | 95          | 49                    |
| 22                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser un nombre par 25                             |     | X   | 97          | 49                    |
| 23                                                                                                                                 | Calcul approché d'un produit                                       | X   | X   | 99          | 50                    |
| 24                                                                                                                                 | Multiplier un nombre décimal par un nombre entier                  |     | X   | 101         | 50                    |
| 25                                                                                                                                 | Calculer avec des parenthèses                                      |     | X   | 103         | 50                    |
| DIVISION                                                                                                                           |                                                                    |     |     |             |                       |
| 26                                                                                                                                 | Diviser par 2 ou par 4                                             | X   |     | 105         | 50                    |
| 27                                                                                                                                 | Diviser par 5 ou par 50                                            | X   |     | 107         | 51                    |
| 28                                                                                                                                 | Diviser par un nombre à 1 chiffre                                  | X   | X   | 109         | 51                    |
| 29                                                                                                                                 | Calcul approché d'un quotient                                      |     | X   | 111         | 52                    |
| <b>Mémoriser et mobiliser les résultats des tables de multiplication, multiplier ou diviser par 10, 100... (calcul automatisé)</b> |                                                                    |     |     |             |                       |
| 30                                                                                                                                 | La table de multiplication                                         | X   | X   | 113         | 52                    |
| 31                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser par 10, 100 ou 1000                          | X   | X   | 115         | 53                    |
| 32                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100 ou 1000        |     | X   | 117         | 54                    |
| <b>Évaluation</b>                                                                                                                  |                                                                    |     |     |             |                       |
| 33                                                                                                                                 | Évaluation (1) : calcul automatisé                                 | X   | X   | 119         | –                     |
| 34 à 36                                                                                                                            | Évaluation (2, 3 et 4) : calcul réfléchi                           | X   | X   | 121         | –                     |

## Quelques repères didactiques

### TROIS MODES DE CALCUL SONT AUJOURD'HUI À NOTRE DISPOSITION

• **Le calcul posé.** Il s'agit pour l'élève de reproduire un algorithme, appelé « technique opératoire », toujours identique quels que soient les nombres. L'élève maîtrisant la technique opératoire de l'addition ou de la multiplication sera capable de l'utiliser indifféremment des nombres en jeu. Ceci est d'ailleurs un gage d'efficacité pour les élèves. Pour cela, il mobilise ses connaissances en calcul mental comme, par exemple, dans la technique de la multiplication où il doit maîtriser les tables de multiplication, d'addition et la gestion des retenues.

• **Le calcul mental, objet de ce fichier,** signifie par opposition que l'on renonce à utiliser toute technique opératoire posée usuelle. Même « poser l'opération dans sa tête » en utilisant la technique opératoire n'est pas une procédure de calcul mental puisqu'au final il s'agit d'appliquer une technique. En revanche, le calcul mental n'interdit pas le recours au support écrit pour y noter les étapes intermédiaires. On distingue deux aspects du calcul mental à l'école élémentaire : le **calcul automatisé** et le **calcul réfléchi**, décrits ci-dessous.

• **Le calcul instrumenté** (à l'aide d'une calculatrice, d'un ordinateur). Cet outil, largement répandu dans la vie courante, doit faire l'objet d'un enseignement organisé et articulé avec le calcul mental. L'usage de la calculette au cycle 3 peut s'envisager comme :  
– outil de calcul ;  
– instrument dont on cherche à comprendre certaines fonctionnalités ;  
– support à l'exploration de phénomènes numériques ;  
– source de problèmes et d'exercices<sup>1</sup>.

### LE CALCUL AUTOMATISÉ ET RÉFLÉCHI

• **Le calcul automatisé** vise la mobilisation automatique de résultats et de procédures (appelés « faits numériques ») comme les tables d'addition, de multiplication, quelques doubles, multiplier un nombre entier ou décimal par 10 ou 100. Dans ce cas, l'exigence de rapidité sera un critère de réussite. Avant d'être automatisés, les résultats sont construits par le raisonnement, donc « réfléchis ». L'entraînement quotidien et progressif conduira l'élève à mémoriser peu à peu ces « faits numériques » sans le recours au calcul réfléchi.

• **Le calcul dit réfléchi** (ou raisonné) consiste pour l'élève à mettre en œuvre des procédures qui relèvent d'un traitement raisonné lié aux nombres en jeu. L'élève doit donc adapter son raisonnement au contexte et développer l'intuition des nombres. La rapidité, sans être complètement écartée, ne peut être retenue comme un critère de réussite au détriment de la recherche de procédures efficaces.

*Exemples de procédures :  $15 \times 14$*

– *Procédure 1 (décomposition additive d'un des facteurs et distributivité de la multiplication sur l'addition)*  $\rightarrow (15 \times 10) + (15 \times 4) = 150 + 60 = 210$ .

– *Procédure 2 (décomposition multiplicative, l'associativité)*  $\rightarrow 15 \times 14 = 15 \times (2 \times 7) = (15 \times 2) \times 7 = 30 \times 7 = 210$ .

Ces différentes procédures démontrent qu'il n'existe non pas une mais des procédures. L'emploi de l'une ou l'autre dépend des connaissances mobilisées et des capacités de mémorisation de chaque élève. La procédure 1 est fondée sur une décomposition additive canonique (dizaine, unité) et la distributivité. La procédure 2 est plus économique mais nécessite la disponibilité immédiate de décompositions multiplicatives (calcul automatisé). Cette dernière procédure illustre l'importance de mener un apprentissage conjoint du calcul automatisé et réfléchi.

## Les finalités du calcul mental<sup>2</sup>

### SOCIALE

Il s'agit de répondre aux besoins indispensables de la vie courante. On distingue trois types d'objectifs :

- l'automatisation des calculs simples ;
- la diversification des stratégies de calcul complexe : calcul réfléchi ou raisonné ;
- une première maîtrise du calcul approché.

### PÉDAGOGIQUE

Dans les apprentissages mathématiques, le calcul mental joue un rôle important pour la compréhension et la maîtrise des notions enseignées. Plusieurs objectifs peuvent être visés :

- Construire et renforcer les connaissances des élèves sur les nombres :
  - décomposition additive :  $265 = 200 + 60 + 5$
  - décomposition multiplicative :  $5 \times 16 = (5 \times 4) \times 4 = 20 \times 4 = 80$
  - décomposition mixte :  $265 = (2 \times 100) + (6 \times 10) + 5$

1. Ministère de l'Éducation nationale, *Utiliser les calculatrices en classe* – Document d'accompagnement des programmes – DESCO/Scéren, 2002. F. Boule, *La Calculette au quotidien à l'école et au collège*, collection « Au Quotidien », CRDP Bourgogne, Scéren, 2010.

2. Ministère de l'Éducation nationale, *Le Calcul mental à l'école élémentaire* – Document d'accompagnement des programmes – DESCO/Scéren, 2002. C. Lethielleux, *Le Calcul mental*, tomes 1 et 2, Armand Colin, 1993.

- Faire fonctionner, le plus souvent implicitement, les propriétés des opérations :
  - la commutativité :  $4 \times 5 = 5 \times 4$  ;  $10 + 2 = 2 + 10$
  - la distributivité de la multiplication sur l'addition :  $5 \times 14 = (5 \times 10) + (5 \times 4) = 50 + 20$
  - l'associativité :  $16 + 7 = 16 + (4 + 3) = (16 + 4) + 3$
- Contribuer au développement des capacités de raisonnement des élèves (d'où l'expression de « calcul raisonné »).
- Accroître le sens des opérations en conduisant l'élève à résoudre des problèmes arithmétiques simples. Tous les enseignants constatent les difficultés de certains élèves à choisir la bonne opération.
- Apporter une aide à la résolution de problèmes<sup>3</sup> :
  - en libérant l'élève de la charge cognitive liée au calcul, il peut se consacrer davantage à la résolution du problème ;
  - en s'autorisant davantage d'initiatives et en explorant différentes voies de résolution ;
  - en permettant de ramener un problème à un champ numérique plus familier : essayer avec des nombres plus petits permet, par exemple, d'avoir une intuition d'un mode de traitement possible.

### L'apprentissage des tables de multiplication<sup>4</sup>

Connaître ses tables de multiplication, ce n'est pas seulement être capable de dire instantanément n'importe quel résultat. En effet, connaître  $7 \times 6$ , c'est être capable de répondre 42 immédiatement, mais c'est également pouvoir répondre immédiatement à « Quel nombre multiplié par 7 donne 42 ? », « Quel nombre multiplié par 6 donne 42 ? », « 42 divisé par 7 ? », « 42 divisé par 6 ? » ou encore à produire très vite  $7 \times 6$  et  $6 \times 7$  lorsque sont demandées des décompositions multiplicatives de 42.

### RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES

La résolution mentale de problèmes arithmétiques simples, menée régulièrement, renforce la maîtrise du sens des opérations. L'élève mobilise alors ses compétences en calcul (automatisé et réfléchi). Au sens général, un problème mathématique est constitué d'un ensemble d'informations (texte narratif et/ou informatif, tableau, dessin, graphique, situation vécue...) faisant l'objet d'un questionnement (ou d'une consigne) pour lequel l'élève ne peut répondre immédiatement. Dans le cadre des activités dédiées au calcul mental, les problèmes proposés s'appuient sur des situations simples, familières des élèves, avec une seule question.

Ils portent uniquement sur la traduction arithmétique de relations entre les grandeurs et l'obtention d'un résultat numérique.

### Les obstacles à la compréhension des énoncés de problèmes<sup>5</sup>

Il semble que la représentation de la situation décrite dans un énoncé constitue la difficulté majeure dans le processus de résolution. La construction de cette représentation dépend essentiellement du caractère familier ou non de la situation pour l'élève, donc de ses connaissances culturelles, et de la formulation. En effet, des mots ou expressions peuvent entraîner une opération (par exemple, « perdre » pourrait renvoyer à la soustraction et « gagner » à l'addition). De même la complexité du texte est un obstacle : le lexique (*chaque...*), la structure grammaticale de la phrase comme les phrases complexes (*sachant que, dont...*). L'ordre d'apparition des données dans l'énoncé au regard du traitement du problème a une influence. La place de la question en début d'énoncé facilite le traitement.

### Quels types de problèmes ?

On utilise le cadre d'analyse proposé par G. Vergnaud. Ses travaux ont démontré que la nature de l'opération n'était pas le meilleur critère pour classer les problèmes. On distingue les problèmes additifs/soustractifs des problèmes multiplicatifs/de division (groupement, partage).

### • Problèmes additifs et soustractifs

On retiendra trois classes de problèmes :

- **Problèmes d'ajouts et de retraits** (appelés « transformation d'état ») qui se résolvent à l'aide de l'addition et de la soustraction, c'est-à-dire où un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final. On recherche alors la transformation entre ces deux états ou bien l'état final ou initial.

|              |                                   |            |
|--------------|-----------------------------------|------------|
| État initial | Transformation positive : ajout   | État final |
|              | Transformation négative : retrait |            |

**Exemples :** Léa a 9 bonbons, on lui en donne 5. Combien Léa a-t-elle de bonbons ?  $9 + 5$

- **Problèmes de réunion ou de complément** (appelés « combinaison d'états »), où deux états sont combinés pour obtenir un troisième état.

**Exemples :** Jeanne et Margaux ont ensemble 14 bonbons. Jeanne a 9 bonbons. Combien Margaux a-t-elle de bonbons ?  $14 - 9$  ;  $9 + \dots = 14$

3. D. Butlen, *Le Calcul mental entre sens et technique*, Presses universitaires de Franche-Comté, 2007.  
 4. Ministère de l'Éducation nationale, *Le Calcul mental à l'école élémentaire* – Document d'accompagnement des programmes, DESCO/Scéren, 2002.  
 5. M. Fayol, *L'Enseignement des mathématiques à l'école primaire*, séminaire national, 2007 (reproduit sur le site d'Eduscol : <http://eduscol.education.fr/>).

– **Problèmes de comparaison d'états** dans lesquels on compare deux grandeurs. On recherche l'écart entre ces deux états ou bien l'un des deux états.

**Exemples :** *Jeanne a 9 bonbons. Jeanne a 5 bonbons de moins que Margaux. Combien Margaux a-t-elle de bonbons ?  $9 + 5$*

• **Problèmes multiplicatifs, de division (partage et groupement)**

– Problèmes de multiplication

**Exemples :** *Margaux achète 4 sacs de 3 billes. Combien a-t-elle de billes ?  $4 \times 3 = 12$*

| Nombre de sacs | Nombre de billes |
|----------------|------------------|
| 1              | 3                |
| 4              | ?                |

– Problèmes de division : ils peuvent se résoudre en utilisant la multiplication ou la division.

**Exemple de recherche de la « valeur d'une part » :** *Jeanne a 15 billes, elle les partage entre 3 amies. Combien de billes ont chacune de ses amies ? 5 billes pour chacune car  $15 : 3 = 5$  ou  $3 \times 5 = 15$ .*

| Nombre d'amies | Nombre de billes |
|----------------|------------------|
| 1              | ?                |
| 3              | 15               |

**Exemple de recherche du « nombre de parts » :** *Jeanne a 15 billes, elle veut les grouper en paquets de 3. Combien de paquets de billes pourra-t-elle faire ? 5 paquets car  $3 \times 5 = 15$  ou  $15 : 3 = 5$ .*

| Nombre de paquets | Nombre de billes |
|-------------------|------------------|
| 1                 | 3                |
| ?                 | 15               |

**Remarque :** dans ce fichier, en plus des problèmes qui visent la compétence spécifique, des problèmes « intrus » ont parfois été ajoutés afin d'éviter des réponses conditionnées et d'entretenir les connaissances antérieures.

**Calcul mental oral et calcul mental écrit**

Le calcul mental oral se distingue essentiellement du calcul mental écrit par la forme de la consigne. Le traitement mental des calculs par l'élève reste globalement le même. Cependant, la consigne orale nécessite davantage d'attention et de mémorisation qui pourrait occuper la mémoire de travail au détriment du traitement

mental. En effet, la consigne n'est souvent répétée que deux fois. De plus, l'élève doit utiliser les deux systèmes de numération, oral et écrit, passant de l'un à l'autre sans erreur. En effet,  $73 + 14$  dans sa forme écrite diffère dans sa forme orale « soixante-treize plus quatorze » et peut encore poser des difficultés à certains élèves. La consigne orale pourrait également engendrer des procédures différentes, l'élève s'attachant davantage aux « mots nombres » alors qu'avec la consigne écrite l'élève s'attacherait plus aux chiffres<sup>6</sup>. De plus, la consigne peut être orale et la réponse écrite.

Par ailleurs, l'écrit peut parfois susciter le désir d'utiliser des techniques opératoires chez certains élèves. Les deux aspects oral et écrit doivent être abordés de manière complémentaire. De façon générale, l'oral est davantage utilisé pour le calcul automatisé et l'écrit pour le calcul réfléchi.

**LE RÔLE DE LA TRACE ÉCRITE**

Au même titre que les autres disciplines, la trace écrite est importante. Elle est la mise à l'écrit d'une activité de découverte menée en classe qui revêt plusieurs fonctions pédagogiques.

C'est une **aide à la mémorisation**. La trace est consignée dans un cahier dit « mémoire » ou de « leçon » dont l'usage est globalement semblable à celui d'un dictionnaire. La transmission de ce cahier mémoire tout au long de l'école élémentaire évite les ruptures et favorise la cohérence pédagogique. Sa formulation est construite collectivement ou individuellement. Ce travail de mise à l'écrit met en œuvre des **opérations mentales** complexes qui favorisent la construction du **sens de la notion** : reformuler, hiérarchiser et mettre en relation les informations...

De manière plus transversale, elle favorise également les apprentissages langagiers. Pour les parents, c'est un moyen de suivre le travail de leur enfant et de saisir les attentes de l'école. L'accumulation de ces traces reflète une **progression rigoureuse**.

**Remarque :** Pour chaque fiche, une trace écrite de la notion visée est proposée (voir pages 43 à 54). L'enseignant la prendra telle quelle, la modifiera à souhait. Il est possible de la laisser à disposition des élèves durant les activités d'entraînement.

**Liens avec les programmes officiels**

De nombreux changements de programmes sont intervenus ces dernières années, notamment de 2002 à

6. Télé-formation Mathématiques, université Paris Descartes, <http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/parcours/Par03cycle3P2M2.asp>.



nos jours. Cependant, ces programmes insistent tous sur la place centrale du calcul mental à l'école et au collège, particulièrement afin de répondre aux finalités sociales et pédagogiques évoquées précédemment.

### EXTRAIT DES PROGRAMMES OFFICIELS RELATIFS AU CALCUL<sup>7</sup>

#### Le calcul :

- **mental**: tables d'addition et de multiplication. L'entraînement quotidien au calcul mental portant sur les quatre opérations favorise une appropriation des nombres et de leurs propriétés.
- **posé**: la maîtrise d'une technique opératoire pour chacune des quatre opérations est indispensable.
- **à la calculatrice**: la calculatrice fait l'objet d'une utilisation raisonnée en fonction de la complexité des calculs auxquels sont confrontés les élèves.

**La résolution de problèmes** liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement.

### LE SOCLE COMMUN DE COMPÉTENCES ET DE CONNAISSANCES

Deuxième palier pour la maîtrise du socle commun (compétences attendues à la fin du CM2).

Compétence 3 (A) : les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique.

L'élève est capable de :

- restituer les tables d'addition et de multiplication de 2 à 9 ;
- calculer mentalement en utilisant les quatre opérations ;
- estimer l'ordre de grandeur d'un résultat ;
- utiliser une calculatrice.

Les compétences et connaissances développées dans ce fichier répondent aux attentes des programmes selon deux axes majeurs :

- conduire les élèves à mémoriser des faits numériques ;
- développer les stratégies de calcul réfléchi.

### REPÈRES POUR L'ORGANISATION DE LA PROGRESSIVITÉ DES APPRENTISSAGES

Le tableau suivant donne des repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques. Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne. Pour chaque niveau, les connaissances et compétences acquises dans la classe antérieure sont à consolider. La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages.

| CE1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | CE2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | CM1                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | CM2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- Connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant.</li> <li>- Mémoriser les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5.</li> <li>- Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des sommes, des différences et des produits.</li> <li>- Calculer en ligne des suites d'opérations.</li> <li>- Diviser par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 (quotient exact entier).</li> <li>- Résoudre des problèmes relevant de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.</li> <li>- Approcher la division de deux nombres entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements.</li> </ul> | <p><b>Calcul sur des nombres entiers</b><br/><i>Calculer mentalement</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Mémoriser et mobiliser les résultats des tables d'addition et de multiplication.</li> <li>- Calculer mentalement des sommes, des différences, des produits.</li> </ul> <p><b>Problèmes</b><br/>Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations.</p> | <p><b>Calcul</b><br/><i>Calculer mentalement</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers.</li> <li>- Multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000.</li> <li>- Estimer mentalement un ordre de grandeur du résultat.</li> </ul> <p><b>Problèmes</b><br/>Résoudre des problèmes engageant une démarche à une ou plusieurs étapes.</p> | <p><b>Calcul</b><br/><i>Calculer mentalement</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux.</li> <li>- Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000.</li> </ul> <p><b>Problèmes</b><br/>Résoudre des problèmes de plus en plus complexes.</p> |

7. B.O. hors série n° 3 du 19 juin 2008.

# PRÉSENTATION DE L'OUVRAGE

Ce fichier a pour objectif de construire les compétences et connaissances attendues en calcul mental au cours moyen 1 et 2. Il contient 36 fiches et peut-être exploité de deux manières :

- soit l'enseignant utilise les fiches pour enrichir les activités proposées dans le cadre d'une méthode, renforcer une notion ou différencier ; les objectifs de chaque fiche sont précisés dans le sommaire ;
- soit l'enseignant suit la **programmation annuelle** proposée pages 39 (CM1) et 40 (CM2) : chaque fiche est utilisée tout au long de la semaine.

Chaque fiche est composée de deux pages à photocopier pour l'élève, qui comprennent :

- un ou plusieurs exercices de révision qui activent les connaissances utiles à la notion abordée ;
- des activités d'appropriation des connaissances élaborées ;
- des activités d'entraînement graduées, variées et parfois chronométrées ;
- des problèmes simples à résoudre mentalement.

## LA MISE EN ŒUVRE DES FICHES

Elle suit le canevas d'une séquence d'apprentissage : découverte de la notion visée (trace écrite), entraînement, entretien et évaluation. Bien entendu, ce schéma s'adapte aux différents rythmes d'apprentissage des élèves.

### Fiches en lien avec le calcul réfléchi

**1. Rappeler le contrat didactique** avec une formulation adaptée aux élèves de CM : *Le calcul réfléchi c'est calculer sans poser l'opération dans sa tête, c'est-à-dire trouver le résultat d'un calcul en réfléchissant, en étant « malin ». On a le droit d'écrire ou de calculer mentalement. En phase de recherche, on utilise une feuille de brouillon ou un cahier. On peut faire des ratures, des essais, se tromper, recommencer.*

**2. Mettre en œuvre une situation d'apprentissage de découverte.** En général il s'agit pour les élèves d'effectuer un calcul ou d'analyser les procédures d'élèves fictifs. Le calcul est lu et parfois écrit au tableau. Les élèves recherchent soit mentalement, soit sur le cahier de brouillon ou une feuille de recherche. Dans le cadre de ce fichier et par souci de cohérence, il est préférable que les calculs choisis reprennent ceux utilisés dans les traces écrites. Des calculs supplémentaires visant la même compétence peuvent utilement être proposés pour faire émerger d'autres procédures.

**3. Faire émerger les procédures de résolution** des élèves. Les confronter, analyser leur économie. Proposer, si besoin, des procédures qui prendront sens pour les élèves pour autant qu'ils aient suffisamment cherché.

**4. Construire une trace écrite.**

**5. Entraîner** les élèves à employer les procédures de résolution au travers d'exercices écrits individuels, enjeu de ce fichier. On mettra également en place des activités orales collectives de même nature ou bien encore d'autres activités ludiques à l'aide de cartes numériques<sup>8</sup> ou logiciel.

**6. Entretenir** les connaissances acquises.

**7. Évaluer** de préférence en fin de période.

### Fiches en lien avec le calcul automatisé

Il s'agit d'entraîner les élèves à restituer des résultats (tables d'addition, de multiplication ; les doubles, multiplier ou diviser par 10 ou 100) déjà connus. Après avoir annoncé la nature de la séance, l'enseignant proposera des activités orales et/ou sur ardoise (procédé Lamartinière). La rapidité est ici un critère de réussite et un moyen d'entraîner les élèves à restituer les résultats. Les fiches, destinées essentiellement aux phases d'entraînement relatives à ces compétences, sont exploitées dans un second temps. Le processus d'apprentissage est identique aux fiches de calcul réfléchi : entraînement, entretien et évaluation. Outre les fiches visant clairement le calcul automatisé, on trouve, en début de chaque fiche de calcul réfléchi, un ou plusieurs exercices de révision entraînant les élèves à mémoriser ces résultats.

## LES TYPES D'ACTIVITÉS

Les activités sont variées mais volontairement récurrentes. Le but est de maintenir l'attention des élèves sans toutefois user d'« habillages » complexes et multiples qui pourraient parasiter leur réussite. Dans ce fichier, il y a principalement sept types d'activités :

**1. En début de fiche, des exercices de révision** activent les connaissances utiles à la notion abordée. Ils sont marquées par .

**2. Des calculs d'entraînement gradués** de même nature que les situations de découvertes. Ils sont marqués par .

**3. Le compte est bon.** Les élèves doivent mettre en jeu leurs connaissances (numération, propriétés des opérations...) pour résoudre un problème de calcul

8. J.-F. Quilfen, *Boîte à outils pour l'entraînement au calcul mental au cycle 3*, Retz, 2011.

mental. Les nombres choisis visent un objectif spécifique de calcul mental pour chaque fiche. Les élèves doivent atteindre le nombre cible ou s'en approcher au plus près. Les nombres ne peuvent être utilisés qu'une fois mais tous ne sont pas obligatoirement à utiliser. Les opérations autorisées sont précisées afin de guider les élèves.

Ces activités sont marquées par .

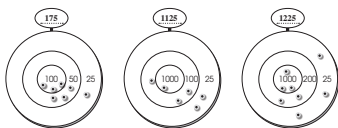
**4. Les problèmes simples** s'appuient sur des procédures simples avec une seule étape de résolution ; il s'agit de mettre en œuvre les connaissances visées par la fiche.

Ils sont marqués par .

**5. Le calcul chronométré.** Les élèves doivent résoudre les calculs le plus vite possible. Ils lèvent la main pour signifier qu'ils ont fini (ou se chronomètrent seuls). L'enseignant ou un élève indique alors le temps à l'aide d'un chronomètre. Les élèves notent sur la fiche leur temps.

Ils sont marqués par .

**6. Le jeu de la cible.** Cette activité ludique renforce la numération et s'utilise avec l'addition. Les élèves doivent en déduire un nombre à partir des impacts, (codage). À l'inverse, les élèves doivent placer les impacts (décomposition additive et multiplicative) à partir d'un nombre.



**7. Le nombre mystère** consiste à rechercher un nombre qui a subi plusieurs opérations.

Ces activités sont marquées par .

À ces activités écrites, on ajoutera, dans le cadre de l'entraînement, de nombreuses activités orales complémentaires dont le *jeu du furet*, particulièrement efficace et simple à mettre en œuvre. Le principe est de faire dire à tour de rôle des nombres selon une règle, comme par exemple compter à l'endroit, à l'envers, de  $n$  en  $n$ , etc. Ce jeu favorise notamment la compréhension de la suite des nombres et peut être proposé très fréquemment.

## LA DIFFÉRENCIATION

**Au niveau de la classe**, la différenciation peut s'organiser autour de divers groupements d'élèves. Dans une classe à simple ou double niveau, l'enseignant peut proposer les fiches d'activités à un groupe d'élève en autonomie pendant qu'il gère les autres élèves. Il peut aussi suivre particulièrement un groupe d'élèves, dit « groupe de besoin », qui nécessite un accompagnement spécifique.

**Au niveau des fiches**, le nombre d'étoiles affecté aux exercices traduit le degré de difficulté (plus il y a d'étoiles, plus l'exercice est difficile). L'enseignant peut donc différencier les exercices en fonction des élèves. **Il n'est donc pas indispensable que tous les élèves réalisent tous les exercices**, notamment les exercices avec trois étoiles. Enfin, certaines activités pourraient s'envisager en binôme notamment *le compte est bon* ou *le nombre mystère*.

## ÉVALUATION DES COMPÉTENCES

Les fiches 33 à 36 sont des fiches d'évaluation de nature différente, constituées de 43 items au total. La fiche 33 réunit les compétences en calcul automatisé et les fiches 34 à 36 celles en calcul réfléchi.

L'enseignant peut les exploiter de plusieurs façons, soit en fin d'apprentissage, soit en fin de période, soit en fin d'année. Ces différentes démarches ne s'excluent pas. On peut imaginer qu'un élève n'ait pas acquis la compétence souhaitée en fin de période et pour autant, après des activités spécifiques, réévaluer cet élève dans un second temps. L'élève peut même décider du moment où il se sent suffisamment prêt pour être évalué. L'enseignant peut également réévaluer les compétences des élèves pour en attester la maîtrise de nouveau en fin d'année. Cette démarche s'inscrit dans une progression spiralaire où les compétences acquises sont réactivées de manière récurrente tout au long de l'année.

Une **fiche récapitulative par élève** des compétences évaluées est proposée p. 41 ainsi qu'une **fiche récapitulative pour la classe**, p. 42.



# PROGRAMMATION ANNUELLE PAR COMPÉTENCE AU CM1 \*

|                  | <b>Calcul réfléchi</b><br>CONSOLIDER LES CONNAISSANCES ET LES CAPACITÉS<br>EN CALCUL MENTAL SUR LES NOMBRES ENTIERS<br>ESTIMER MENTALEMENT UN ORDRE DE GRANDEUR<br>DU RÉSULTAT. | <b>Calcul automatisé</b><br>MULTIPLIER MENTALEMENT UN NOMBRE ENTIER<br>OU DÉCIMAL PAR 10, 100, 1000.<br>MÉMORISER ET MOBILISER LES RÉSULTATS<br>DES TABLES DE MULTIPLICATION. | n° de fiche |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| <b>PÉRIODE 1</b> | Ajouter un nombre entier de dizaines et de centaines                                                                                                                            | Connaître les tables d'addition (**)                                                                                                                                          | 1           |
|                  | Retrancher un nombre entier de dizaines ou de centaines                                                                                                                         |                                                                                                                                                                               | 13          |
|                  | Connaître les compléments à 1000                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                               | 2           |
|                  |                                                                                                                                                                                 | Connaître les tables de multiplication                                                                                                                                        | 30          |
|                  | Additionner deux nombres à 2 ou 3 chiffres                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                               | 3           |
|                  | Retrancher un nombre à 2 chiffres $\square\square\square - \square\square$<br>ou à 3 chiffres $\square\square\square - \square\square\square$                                   |                                                                                                                                                                               | 15          |
| <b>PÉRIODE 2</b> | Organiser un calcul additif de nombres entiers                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                               | 5           |
|                  | Ajouter ou retrancher 8, 18... ; 9, 19... ; 11, 21...                                                                                                                           |                                                                                                                                                                               | 4, 14       |
|                  | Estimer l'ordre de grandeur d'une somme de deux nombres entiers $\square\square\square + \square\square$                                                                        |                                                                                                                                                                               | 6           |
|                  |                                                                                                                                                                                 | Multiplier par 10, 100 ou 1000 un nombre entier                                                                                                                               | 31          |
|                  | Multiplier un nombre par 2 ou 4 (doubles ou quadruples)                                                                                                                         |                                                                                                                                                                               | 17          |
|                  | Diviser un nombre par 2 ou 4 (moitiés ou quarts)                                                                                                                                |                                                                                                                                                                               | 26          |
| <b>PÉRIODE 3</b> |                                                                                                                                                                                 | Diviser par 10, 100 ou 1000 un nombre entier                                                                                                                                  | 31          |
|                  | Multiplier un nombre entier par 5 ou par 50                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                               | 18          |
|                  | Multiplier par une dizaine entière ( $\times 20, 30...$ )                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               | 19          |
|                  |                                                                                                                                                                                 | Connaître les tables de multiplication                                                                                                                                        | 30          |
|                  | Multiplier un nombre à un chiffre par un nombre à 2 chiffres $\square\square \times \square$ ou $\square \times \square\square$                                                 |                                                                                                                                                                               | 20          |
|                  | Diviser un nombre entier par 5                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                               | 27          |
| <b>PÉRIODE 4</b> | Multiplier deux nombres à 2 chiffres                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                               | 21          |
|                  | Estimer l'ordre de grandeur d'un produit $\square\square \times \square\square$                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 23          |
|                  | Diviser un nombre entier $\square\square : \square$                                                                                                                             |                                                                                                                                                                               | 28          |
|                  | Connaître les compléments d'un nombre décimal à l'entier supérieur (en dixième)                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 7           |
| <b>PÉRIODE 5</b> | Additionner deux nombres décimaux (en dixième)                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                               | 8           |
|                  | Organiser un calcul additif de nombres décimaux                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 9           |
|                  | Retrancher un nombre décimal (en dixième)                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               | 16          |

\* Programmation à adapter au profil des élèves. Les compétences acquises sont à consolider tout au long de l'année.

\*\* Révision CE2.

# PROGRAMMATION ANNUELLE PAR COMPÉTENCE AU CM2\*

|           | <b>Calcul réfléchi</b><br>CONSOLIDER LES CONNAISSANCES ET LES CAPACITÉS<br>EN CALCUL MENTAL SUR LES NOMBRES ENTIERS<br>ESTIMER MENTALEMENT UN ORDRE DE GRANDEUR<br>DU RÉSULTAT. | <b>Calcul automatisé</b><br>MULTIPLIER MENTALEMENT UN NOMBRE ENTIER<br>OU DÉCIMAL PAR 10, 100, 1000.<br>MÉMORISER ET MOBILISER LES RÉSULTATS<br>DES TABLES DE MULTIPLICATION. | n° de fiche |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|
| PÉRIODE 1 | Ajouter ou retrancher un nombre entier de dizaines et de centaines                                                                                                              |                                                                                                                                                                               | 1           |
|           |                                                                                                                                                                                 | Connaître les tables de multiplication                                                                                                                                        | 30          |
|           | Connaître les compléments à 1000                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                               | 2           |
|           | Additionner deux nombres à 2 ou 3 chiffres                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                               | 3           |
|           | Retrancher un nombre à 2 chiffres $\square\square\square - \square\square$<br>ou à 3 chiffres $\square\square\square - \square\square\square$                                   |                                                                                                                                                                               | 15          |
|           | Ajouter ou retrancher 8, 18... ; 9, 19... ; 11, 21...                                                                                                                           |                                                                                                                                                                               | 4,14        |
| PÉRIODE 2 | Organiser un calcul additif de nombres entiers                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                               | 5           |
|           | Estimer l'ordre de grandeur d'une somme de deux nombres entiers $\square\square\square + \square\square$                                                                        |                                                                                                                                                                               | 6           |
|           |                                                                                                                                                                                 | Connaître les tables de multiplication                                                                                                                                        | 30          |
|           |                                                                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser un nombre entier par 10, 100 ou 1000                                                                                                                    | 31          |
|           | Multiplier ou diviser un nombre par 2 ou 4                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                               | 17,26       |
|           | Connaître les compléments d'un nombre décimal à l'entier supérieur (en centième)                                                                                                |                                                                                                                                                                               | 10          |
| PÉRIODE 3 | Additionner deux nombres décimaux en centième                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                               | 11          |
|           | Retrancher un nombre décimal (en dixième)                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               | 16          |
|           | Organiser un calcul additif de nombres décimaux                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 9           |
|           | Estimer l'ordre de grandeur d'une somme de nombres décimaux                                                                                                                     |                                                                                                                                                                               | 12          |
|           |                                                                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser un nombre entier par 10, 100 ou 1000                                                                                                                    | 31          |
| PÉRIODE 4 | Multiplier ou diviser un nombre entier par 5, par 50                                                                                                                            |                                                                                                                                                                               | 18,27       |
|           | Multiplier par une dizaine entière ( $\times 20, 30...$ )                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               | 19          |
|           | Multiplier un nombre à un chiffre par un nombre à deux chiffres                                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 20          |
|           | Multiplier deux nombres à 2 chiffres                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                               | 21          |
|           | Calculer avec des parenthèses                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                               | 25          |
| PÉRIODE 5 | Multiplier ou diviser un nombre entier par 25                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                               | 22          |
|           |                                                                                                                                                                                 | Multiplier ou diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100 ou 1000                                                                                                         | 32          |
|           | Estimer l'ordre de grandeur d'un produit $\square\square \times \square\square$                                                                                                 |                                                                                                                                                                               | 23          |
|           | Diviser un nombre entier $\square\square : \square$                                                                                                                             |                                                                                                                                                                               | 28          |
|           | Estimer l'ordre de grandeur d'un quotient                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                               | 29          |
|           | Multiplier un nombre décimal par un nombre entier                                                                                                                               |                                                                                                                                                                               | 24          |

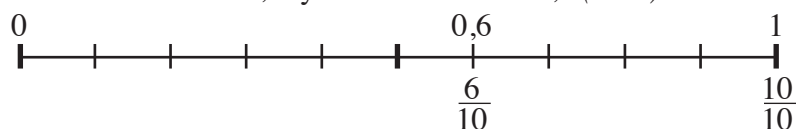
\* Programmation à adapter au profil des élèves. Les connaissances acquises sont à consolider tout au long de l'année.

## Fiche 7 • POUR ALLER AU NOMBRE ENTIER SUPÉRIEUR, PENSE À LA « MAISON DES 10 »

Pour aller de 0,6 à 1, il y a 0,4 ou 4 dixièmes ( $4/10$ )

On sait que 0,6 c'est 6 dixièmes ( $6/10$ ) et 1 c'est 10 dixièmes ( $10/10$ )

De 6 à 10 dixièmes, il y a 4 dixièmes ou 0,4 ( $4/10$ )



Pour aller de 2,6 à 3, il y a 0,4 ou 4 dixièmes ( $4/10$ )

On sait que 2,6 c'est 26 dixièmes ( $26/10$ ) et 3 c'est 30 dixièmes ( $30/10$ )

De 26 à 30 dixièmes, il y a 4 dixièmes ( $4/10$ )

Des résultats utiles à mémoriser :

$$0,1 + 0,9 = 1$$

$$0,9 + 0,1 = 1$$

$$0,2 + 0,8 = 1$$

$$0,8 + 0,2 = 1$$

$$0,3 + 0,7 = 1$$

$$0,7 + 0,3 = 1$$

$$0,4 + 0,6 = 1$$

$$0,6 + 0,4 = 1$$

$$0,5 + 0,5 = 1$$



## Fiche 8 • POUR CALCULER $1,4 + 2,8$ , ON DÉCOMPOSE !



**Lulu** sait que  $1,4 = 1 + 0,4$  et  $2,8 = 2 + 0,8$

donc  $1 + 0,4 + 2 + 0,8$

$$\begin{array}{c} 1 + 0,4 + 2 + 0,8 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 3 + 1,2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 4,2 \end{array}$$



**Bob** sait que  $1,4 + 0,6 = 2$  (complément à l'entier)

donc  $1,4 + 2,2 + 0,6$

$$\begin{array}{c} 1,4 + 2,2 + 0,6 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 2 + 2,2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 4,2 \end{array}$$



Pour calculer  $1,4 + 2,8$  **Max** transforme les nombres en dixièmes

$14 + 28 = 42$  et 42 dixièmes = 4,2

Des résultats utiles à mémoriser :

$$1,5 + 0,5 = 2 ;$$

$$2,5 + 2,5 = 5$$



## Fiche 9 • POUR CALCULER DES SOMMES DE NOMBRE DÉCIMAUX, IL FAUT ÊTRE MALIN !

Pour calculer  $1,6 + 3,8 + 2,4 + 0,2$  on recherche les nombres entiers :

$$\begin{array}{c} 1,6 + 3,8 + 2,4 + 0,2 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 4 + 4 \\ \swarrow \quad \searrow \\ 8 \end{array}$$

$$\text{Ou } (1,6 + 2,4) + (3,8 + 0,2) = 4 + 4 = 8$$

## Fiche 10 • POUR ALLER AU NOMBRE ENTIER SUPÉRIEUR, PENSE AU COMPLÉMENT À LA CENTAINE

Pour aller de 0,65 à 1, il y a 0,35 ou 35 centièmes (35/100).



**Lulu** sait que 0,65 c'est 65 centièmes (65/100) et 1 c'est 100 centièmes (100/100).  
De 65 à 100 centièmes, il y a 35 centièmes ou 0,35.

Pour aller de 2,65 à 3, il y a 0,35 ou 35 centièmes (35/100).

**Lulu** sait que 2,65 c'est 265 centièmes (265/100) et 3 c'est 300 centièmes (300/100).  
De 265 à 300 centièmes, il y a 35 centièmes (35/100).

Des résultats utiles à mémoriser :  $0,50 + 0,50 = 1$  ;  $0,25 + 0,25 = 0,5$  ;  $0,25 + 0,75 = 1$

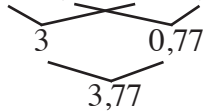
>8

## Fiche 11 • POUR CALCULER 1,45 + 2,32, IL Y A DEUX MÉTHODES



**Lulu** sait que  $1,45 = 1 + 0,45$  et  $2,32 = 2 + 0,32$ .

Donc  $1 + 0,45 + 2 + 0,32$



**Max** transforme les nombres en centièmes :

$145 + 232 = 377$  et 377 centièmes = 3,77.

>8

## Fiche 12 • CALCUL APPROCHÉ D'UNE SOMME DE NOMBRES DÉCIMAUX

**Rappelle-toi !** Pour trouver l'ordre de grandeur de  $29,2 + 32,15 + 68,78 + 122,56$ , **Bob** arrondit à la dizaine la plus proche  $30 + 30 + 70 + 120 = 250$ .

>8

## Fiche 13 • POUR SOUSTRAIRE DES DIZAINES ET DES CENTAINES, ON DÉCOMPOSE !



Pour calculer  $340 - 70$ , **Lulu** soustrait les dizaines.

340 c'est 34 dizaines. 70 c'est 7 dizaines.

Quand on les soustrait, on obtient 27 dizaines soit 270.



Pour calculer  $340 - 70$ , **Max** décompose le deuxième nombre.

$(340 - 40) - 30 = 300 - 30 = 270$



**Rappelle-toi !** Pour soustraire 90 (ou 80), **Bob** enlève 100 puis ajoute 10 (ou 20).

$340 - 90 = (340 - 100) + 10 = 240 + 10 = 250$