

Comment résoudre des problèmes arithmétiques

Kevin Gueguen & Eric Roverc'h



Ce guide est un complément aux ouvrages *Résolution de problèmes mathématiques* niveaux 1 à 3 de la collection « Stratèges » :



Après avoir explicité la démarche par modélisation, il détaille :

- les points didactiques sur lesquels exercer sa vigilance,
- les étapes nécessaires pour la résolution de problème,
- une utilisation possible des supports avec les élèves,
- le positionnement pédagogique de l'enseignant durant les séances.

TABLE DES MATIÈRES

<i>INTRODUCTION</i>	4
1) APPRENDRE LA TYPOLOGIE DE VERGNAUD ?.....	5
2) LA MODÉLISATION : BUT OU MOYEN ?.....	7
2.1) ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION AU CP.....	9
2.2) ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION AU CE1.....	12
2.3) ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION AU CE2.....	14
2.4) ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION AU CM1.....	16
2.5) ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION AU CM2.....	18
3) LA MODÉLISATION : INTÉRÊT ET LIMITE DES MODÈLES ?.....	21
4) MODÉLISER POUR ANALYSER : LES PROBLÈMES À VARIATIONS.....	31
5) LES STRATÉGIES MÉTACOGNITIVES.....	37
6) LA PRATIQUE GUIDÉE.....	39
5.1) LES 4 ÉLÉMENTS CLEFS.....	41
5.2) PRATIQUE GUIDÉE EN ENSEIGNEMENT EXPLICITE.....	43
5.3) GUIDAGE OU DÉCOUVERTE ?.....	46
7) LE FORMAT DE SÉQUENCE « JE, NOUS, VOUS ».....	49
8) LES ÉTAPES DE LA RÉOLUTION.....	53
8.1) S'INFORMER.....	56
8.2) TRADUIRE.....	57
8.3) CALCULER.....	60
8.4) RÉPONDRE.....	61
9) EXEMPLES.....	63
9.1) COMPOSITION.....	65
9.2) TRANSFORMATION.....	73
9.3) COMPARAISON.....	81
9.4) PROPORTIONNALITÉ.....	89
9.5) COMPARAISON MULTIPLICATIVE.....	97
9.6) CONFIGURATION RECTANGULAIRE.....	107
9.7) PROBLÈMES COMPLEXES.....	115
10) RECOMMANDATIONS.....	127

INTRODUCTION

Le Bulletin Officiel de l'Éducation nationale¹ nous précise : « Modéliser » et « calculer » sont deux compétences fondamentales pour la résolution de problèmes à l'école élémentaire qui doivent guider l'action de l'enseignant pour aider les élèves à surmonter leurs difficultés. Or, dans les échanges fréquents menés avec des enseignants, formateurs et IEN depuis plusieurs années, des questionnements très ciblés reviennent régulièrement au sujet de la résolution de problèmes et de la modélisation en particulier. La difficulté de cet enseignement est persistante pour bon nombre d'enseignants, quels que soient les milieux d'exercice : zone urbaine défavorisée, zone rurale, éducation prioritaire renforcée.

Ces difficultés portent sur la gestion de l'hétérogénéité, mais aussi sur le développement de plusieurs habiletés ou capacités dont la maîtrise est nécessaire :

- la capacité à prélever des informations dans un énoncé lu ou entendu ;
- la capacité à traduire un énoncé textuel en une équation mathématique par l'utilisation possible d'une modélisation pertinente ;
- la capacité à calculer avec justesse et économie ;
- la capacité à proposer par oral ou par écrit une réponse juste à la question posée.

Nous voyons donc que la résolution de problèmes est un élément central de l'enseignement des mathématiques car elle agglomère les nombreuses connaissances et habiletés développées dans les activités de numération, de calcul, tout en sollicitant des habiletés langagières, orales et écrites.

Dans ce guide, nous proposons une démarche possible qui se veut cohérente avec les difficultés rencontrées par les élèves et les besoins identifiés par les enseignants.

LES ÉLÈVES APPRENNENT-ILS LA TYPOLOGIE DE VERGNAUD ?

Question essentielle lorsque l'on envisage de travailler la résolution de problèmes en abordant la catégorisation des problèmes arithmétiques et en envisageant d'utiliser des schémas normés pour expliciter et verbaliser la structure d'un problème.

Nous répondons par la négative à cette première question.

Nous pensons qu'il y a possiblement une confusion entre le fait **d'utiliser** la typologie de Vergnaud en classe et le fait **d'enseigner** la typologie de Vergnaud. Cette confusion peut mener à des pratiques excessives, inutiles et pénalisantes pour des élèves qui ont déjà des difficultés de compréhension des énoncés.

Ainsi, il nous semble excessif et inutile d'afficher en classe toutes les catégories de problèmes. Cet affichage témoigne d'un travail réalisé, or la mémoire d'un travail n'est pas constituante à elle seule d'une aide méthodologique. Cette présentation qui, si elle est abondante, produit une surcharge visuelle et cognitive pour les élèves et donc les éloigne de son contenu, aide peu, en définitive, à la résolution.

Il nous semble tout aussi excessif et inutile d'imposer la connaissance, la réalisation ou l'utilisation des modèles schématiques liés aux types de problèmes à tous les élèves. Quand un moyen d'apprentissage (la modélisation) devient le but de l'activité (résoudre), nous risquons d'installer les élèves dans l'illusion de la résolution. Cette même illusion qui conduit les élèves en difficulté à user d'une seule et même démarche quel que soit le problème à résoudre. Modéliser n'est pas résoudre, mais résoudre, c'est parfois avoir besoin de modéliser. Nous soulignons donc le caractère transitoire de la modélisation pour les uns, facultatif et inutile pour les autres. Un élève en difficulté doit pouvoir recourir à la modélisation, un élève en réussite doit pouvoir continuer à résoudre un problème sans elle. Cependant, il doit pouvoir y recourir si le problème le nécessite.

Il nous semble enfin pénalisant d'enseigner la typologie de Vergnaud car elle peut engendrer une mauvaise compréhension de l'enjeu pour l'élève : résoudre efficacement ou trouver le bon schéma ? L'implicite ne sera pas perçu par tous les élèves et désavantagera très probablement les plus fragiles. Encore une fois, un modèle est un moyen pour traduire et comprendre un énoncé, l'objectif est de pouvoir s'en passer suite à un gain en expertise.

Si nous pensons qu'il est inutile d'enseigner la typologie de **G. Vergnaud**, nous considérons qu'elle est une ressource didactique utile pour les enseignants. La

connaissance, et la maîtrise, de cette catégorisation des problèmes permet de favoriser les éléments suivants :

- **Mise en place d'une progressivité des apprentissages en résolution problème sur la classe ou sur le cycle.** En connaissant les structures, il est plus aisé de répartir temporellement l'étude de celles-ci de manière raisonnable durant l'année ou durant le cycle. Il est ainsi plus aisé d'organiser une révision régulière des types de problèmes avec pour objectif de maîtriser progressivement des stratégies de résolution efficaces.
- **Renforcement de la connaissance du sens des opérations.** Si l'objectif d'enseignement est l'apprentissage solide du sens de la soustraction, il est alors essentiel de proposer aux élèves différentes structures arithmétiques (recherche d'une partie, d'une perte, d'un état final, d'un écart, d'une différence, etc.) afin qu'ils n'aient pas une approche stéréotypée : « Je perds, c'est moins. » Observer les différentes structures et les soumettre à l'activité cognitive de l'élève, c'est-à-dire à sa compréhension se manifestant par un raisonnement approprié, c'est renforcer le sens de cette opération.
- **Évitement des procédures stéréotypées.** Afin d'éviter que les élèves ne rencontrent les mêmes structures arithmétiques durant l'année ou durant le cycle, et donc de courir le risque d'automatiser une réponse parfois inadaptée issue d'une confrontation unique avec une structure récurrente, la connaissance de la typologie de Vergnaud est une aide essentielle. Elle permet d'enrichir l'apprentissage des élèves en ayant pleinement connaissance des structures existantes qui pourront être abordées.
- **Enrichissement du travail.** En connaissant cette catégorisation, il devient plus aisé pour l'enseignant de repérer les structures typiques et les structures qui ne le sont pas à cette étape du parcours de l'élève. L'enseignant complètera donc plus aisément le travail en résolution de problèmes avec des structures atypiques (Houdement¹) faisant intervenir d'autres stratégies. Les problèmes atypiques sont alors à comprendre comme des problèmes typiques en devenir. Les élèves n'en connaissent pas encore la procédure de résolution experte.

1 [HAL, Résolution de problèmes arithmétiques à l'école, Catherine Houdement](#)

LA MODÉLISATION, UN BUT POUR L'ÉLÈVE OU UN MOYEN POUR L'ENSEIGNANT ?

La modélisation, nous le rappelons, quelle que soit sa forme, n'est pas un but en soi, elle est un moyen utilisé par l'enseignant et l'élève à un moment donné du parcours d'apprentissage pour expliciter la structure d'un problème et lever tous les implicites. Elle est donc une aide, temporaire, visant à permettre la traduction d'un énoncé textuel en une mise en équation. Cette aide visuelle par laquelle l'enseignant va montrer « ce qui n'est pas dit » et par laquelle l'élève manifester sa compréhension de la situation problème sera utilisée jusqu'à ce que l'élève puisse s'en passer et traduire l'énoncé directement en une équation arithmétique.

Dans l'approche que nous proposons, l'enseignant va utiliser la modélisation, via **les représentations de Vergnaud et le modèle en barres**, comme support pour expliquer, décortiquer, transcrire l'énoncé et le rendre accessible aux élèves. L'enseignant montre comment il traduit afin que les élèves puisse faire progressivement de même plus aisément. Il s'agit donc de prime abord de montrer les relations implicites entre les grandeurs en symbolisant les éléments porteurs de sens du problème afin que l'élève puisse également le faire. Une fois que l'élève est en capacité de faire ce lien, le recours au modèle schématique sera réduit.

L'emploi de stratégies de résolution efficaces repose sur la capacité à reconnaître et comprendre finement la situation posée afin d'employer les stratégies adéquates et peu coûteuses cognitivement. La compréhension de la situation, pour les novices, sera très fortement aidée par l'enseignement explicite, par l'enseignant, de la structure du problème arithmétique et des procédures efficaces. Le gain en expertise de l'élève induira un guidage moindre de l'enseignant.

Ce gain où le développement des habiletés permettant de passer de l'approche brouillonne à la résolutive intention peut s'obtenir par l'explicitation méthodique via un schéma porteur de sens car établissant la vérité du problème, par la rencontre fréquente d'exemples résolus, par la pratique guidée et par la confrontation des élèves aux problèmes différemment structurés et de difficulté croissante. Le développement de la capacité des

élèves à abstraire et à manipuler les concepts n'en sera que plus fort. Ce développement progressif et guidé des capacités a pour objectif une autonomisation des élèves. Il s'agit bien de les rendre agiles pour qu'ils agissent.

La modélisation est une des manifestations de cette agilité naissante pour certains ou établie pour d'autres et nous avons vu qu'il est alors inutile pour ces derniers de la leur imposer. Mais quelle est-elle ? Quelle forme prend-elle ?

Nous mettons à disposition de l'élève plusieurs représentations schématiques couplées à un type de problème. Ainsi, il peut rendre présent à la vue des autres et à la sienne, la pensée de l'émetteur de l'énoncé. Il fournit un nouveau matériau ou les mots effacés cèdent la place au concept, ou d'autres signifiants prennent en charge les signifiés. La modélisation peut être comprise comme une opération de substitution. C'est une opération complexe, particulièrement pour des jeunes élèves, qui s'appuie sur des schémas dont nous donnons deux exemples ci-dessous.

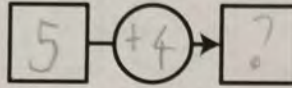
Les photographies suivantes sont des traces d'activité d'élèves. Tout d'abord des élèves de CP, en REP+ au mois d'octobre qui ont travaillé durant 4 semaines à raison de trois séances par semaine durant lesquelles la modélisation a été employée pour découvrir les structures des problèmes. Puis des élèves de REP+ et REP de différentes académies dont les enseignants mettent en place les démarches présentées ci-avant.

TRANSFORMATION



15

Il y avait 5 pots de peinture dans la classe. La maîtresse achète 4 pots. Combien de pots y a-t-il maintenant ?

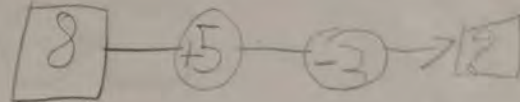


$$5 + 4 = 9$$

Réponse Il y a 9 pots maintenant.

20

Lisa a un collier de 8 perles. Elle ajoute 5 perles rouges et enlève 3 perles vertes. Combien reste-t-il de perles finalement ?



$$8 + 5 - 3 = 10$$

Réponse Il reste 10 perles finalement.

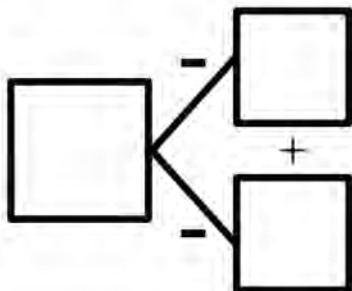
17

Mehdi avait 3 noisettes. Il cueille 5 noisettes puis il cueille encore 2 noisettes. Combien de noisettes a Mehdi maintenant ?

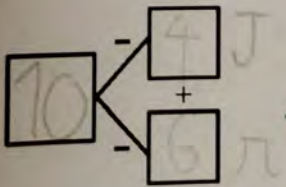
$$3 + 5 + 2 = 10$$

Réponse Mehdi a 10 noisettes maintenant.

COMPOSITION

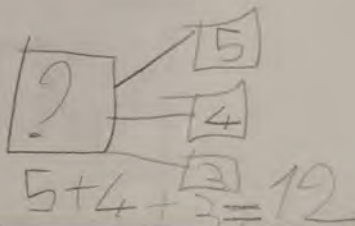


2 Combien y a-t-il de pommes rouges sur la table ?
Sur la table, il y a 10 pommes, 4 sont jaunes et les autres sont rouges.



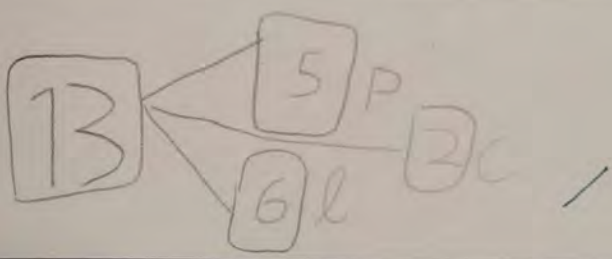
Réponse : Il y a 6 pommes rouges sur la table. ✓

19 Tom a 5 billes. Paola en a 4 et Sacha en a 3. Combien de billes ont-ils ensemble ?



Réponse : Ils ont 12 billes ensemble. ✓

17 Le loup a mangé 5 poules, 6 lapins et 2 cochons.
Combien d'animaux le loup a-t-il mangés en tout ?



Réponse : Le loup a mangé 13 animaux en tout. ✓

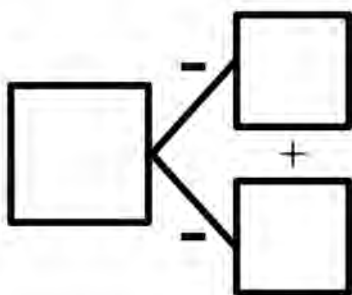
Ces élèves réinvestissent leur connaissance du modèle et la compréhension qu'ils en ont pour établir une nouvelle représentation du réel.

Cette construction repose sur un raisonnement déductif rigoureux. Puisqu'un événement fait varier positivement ou négativement un état initial, deux événements agissent de même. Puisqu'un tout est composé de deux parties, il peut l'être aussi d'un nombre supérieur de parties. Ces six exemples nous donnent à voir le passage de la conjecture à la certitude. Ce passage est rendu possible par le guidage de l'enseignant qui accompagne l'élève dans sa conquête du sens lié aux modèles.

Accompagner ou guider, car nous rappelons qu'il s'agit bien de construire progressivement avec l'élève, en traduisant l'énoncé grâce à de nouveaux signifiants (carrés, ronds, flèches), le modèle qui va permettre de rendre apparente la structure interne du problème arithmétique. Le modèle schématique, même s'il est donné à l'élève, n'en reste pas moins optionnel dans son utilisation et sera pertinent en fonction du niveau d'expertise de celui qui va résoudre. Un élève plus expert peut également y recourir pour contrôler sa résolution, témoignage de sa prise de contrôle sur son raisonnement. C'est un outil facilitant la rétroaction, cette dernière tout d'abord accompagnée donc enseignée, sera exécutée d'une manière de plus en plus autonome. Nous connaissons tout l'intérêt de cette opération de prise d'information et de contrôle dans l'amélioration de l'exécution de la tâche.

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CE1

COMPOSITION



1 Le coffre du pirate Joe contient 532 pièces. 208 sont en argent et les autres sont en or. Combien de pièces sont en or ?



$$\begin{array}{r} 532 \\ - 208 \\ \hline 324 \end{array}$$

Réponse : 324 pièces sont en or.

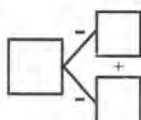
12 Sur la montagne, il y a 152 chamois, 209 marmottes et 54 bouquetins. Combien y a-t-il d'animaux au total sur la montagne ?



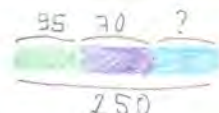
$$\begin{array}{r} 152 \\ + 209 \\ + 54 \\ \hline 415 \end{array}$$

Réponse : Il y a 415 animaux sur la montagne.

17 Le boulanger vend 250 viennoiseries : 95 croissants, 70 pains aux raisins et des chouquettes. Combien de chouquettes le boulanger vend-il ?



$$\begin{array}{r} 95 \\ + 70 \\ \hline 165 \end{array}$$

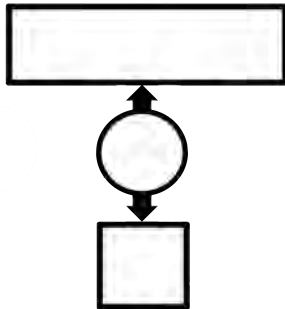


$$\begin{array}{r} 250 \\ - 165 \\ \hline 85 \end{array}$$

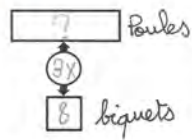
Réponse : le boulanger vend 85 chouquettes.

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CE1

COMPARAISON MULTIPLICATIVE



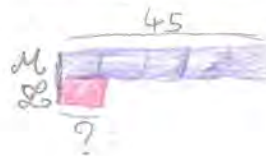
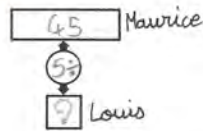
19 Le loup a mangé 8 biquets. Le renard a mangé 3 fois plus de poules.
Combien de poules le renard a-t-il mangées?



$$3 \times 8 = 24$$

Réponse : Le renard a mangé 24 poules.

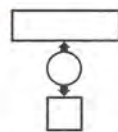
23 Maurice a 45 euros. Louis a 5 fois moins d'argent que lui.
Combien d'argent a Louis ?



$$45 \div 5 = 9$$

Réponse : Louis a 9 euros.

29 Un ordinateur est affiché à un prix 4 fois supérieur à celui d'une imprimante à jet d'encre. L'imprimante coûte 36 €, combien coûte l'ordinateur ?

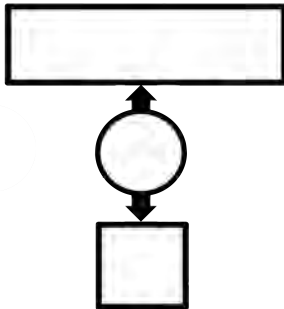


$$4 \times 36 = 144$$

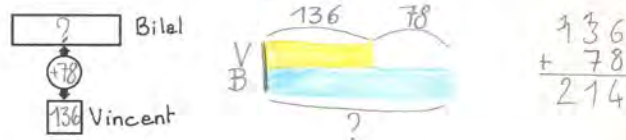
Réponse : L'ordinateur coûte 144 €.

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CE2

COMPARAISON

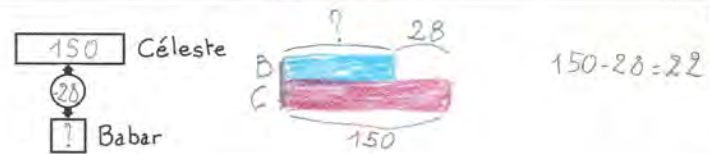


1 Vincent a 136 pommiers. Bilal en a 78 de plus.
Combien de pommiers a Bilal ?



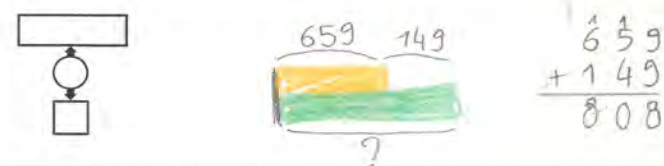
Réponse : *Bilal a 214 pommiers.*

9 L'éléphanteau Babar pèse 28 kg de moins que l'éléphanteau Céleste qui pèse 150 kg. Combien pèse Babar ?



Réponse : *Babar pèse 122 kg.*

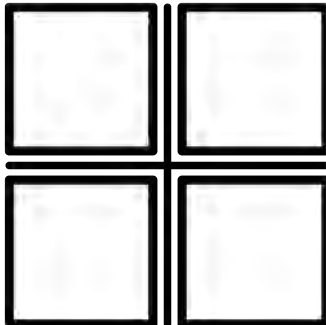
18 Un ordinateur de bureau coûte 659 € chez GroClavier. C'est 149 € de moins que sur le site MegaOrdi. Combien coûte l'ordinateur sur le site MegaOrdi ?



Réponse : *L'ordinateur coûte 808 €.*

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CE2

PROPORTIONNALITÉ



16 Un paquet contient 4 gâteaux.
Combien de gâteaux contiennent 15 paquets ?

1	4	g.
15	?	g.

$4 \times 15 = 60$

Réponse : 15 paquets contiennent 60 gâteaux.

23 72 kilogrammes de pommes sont dispersés équitablement dans des cageots de 9 kilogrammes. Combien de cageots y a-t-il ?

1	9	kg.
?	72	kg.

$72 : 9 = 8$

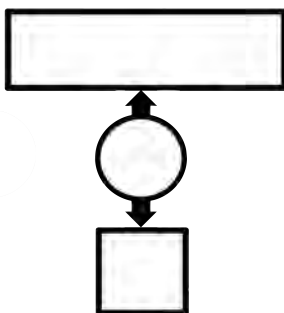
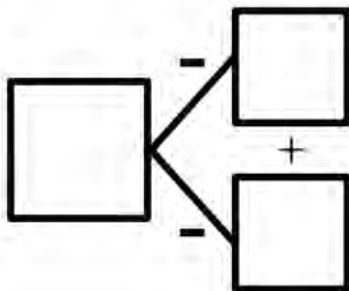
Réponse : Il y a 8 cageots.

29 Un camion toupie transporte 27 tonnes de béton.
Combien de tonnes de béton transportent 8 camion-toupie ?

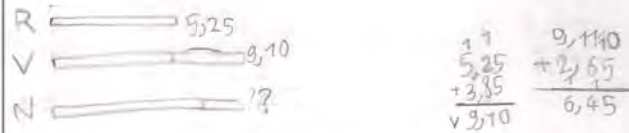
$27 \times 8 = 216$

Réponse : 8 camions-toupies transportent 216 tonnes.

PROBLÈMES COMPLEXES

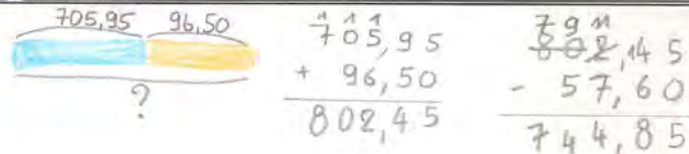


25 Le magasin BricoDingo vend des câbles rouges de 5,25 m et des câbles verts mesurant 3,85 m de plus. Les câbles noirs mesurent 2,65 m de moins que les verts. Quelle est la longueur des câbles noirs ?



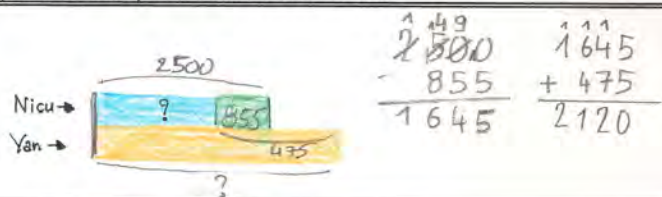
Réponse : Les câbles noirs mesurent 6,45 m.

36 Germain achète un ordinateur à 705,95 euros et une imprimante à 96,50 euros. Le commerçant lui accorde une réduction de 57,60 euros. Combien Germain dépense-t-il ?



Réponse : Il dépense 744,85 euros.

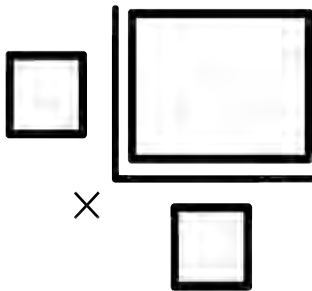
30 Nicu a ramassé 855 g de noix qu'il verse dans un sac pesant désormais 2500 g. Le sac de Nicu contenait au départ 475 g de moins que celui de son collègue Yan. Quelle quantité de noix y avait-il dans le sac de Yan ?



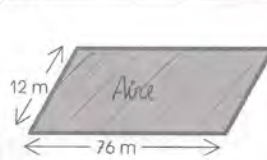
Réponse : Yan avait 2120 g au départ.

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CM1

CONFIGURATION RECTANGULAIRE



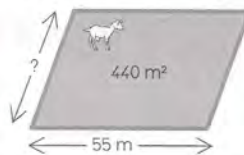
1 Le jardin de papy Moustache a une longueur de 76 mètres et une largeur de 12 mètres. Quelle est l'aire du jardin ?



$$\begin{array}{r} 76 \text{ mètre carré : m}^2 \\ \times 12 \\ \hline 152 \\ + 760 \\ \hline 912 \end{array}$$

Réponse : L'aire du jardin mesure 912 m².

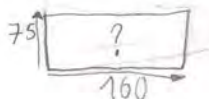
6 Le clos de Blanquette a une longueur de 55 mètres et une aire de 440 mètres carrés. Quelle est la largeur du clos de Blanquette ?



$$\begin{array}{r} 440 \overline{) 55} \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \\ \underline{0} \\ 55 \end{array}$$

Réponse : La largeur du clos de Blanquette est 8 mètres.

15 Le bureau de maître Cire mesure 160 cm de long et 75 cm de large. Quelle est l'aire du bureau ?

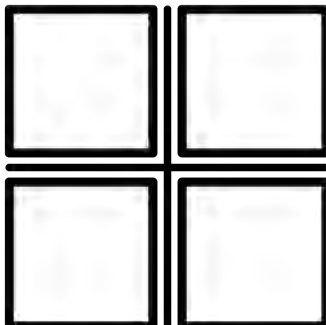


$$\begin{array}{r} 160 \\ \times 75 \\ \hline 800 \\ + 11200 \\ \hline 12000 \end{array}$$

Réponse : L'aire du bureau mesure 12 000 cm².

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CM2

PROPORTIONNALITÉ : RÈGLE DE TROIS



2 4 mètres de tissu coûtent 32 euros. Combien de mètres achète-t-on avec 96 euros ?

$$\begin{aligned} 4 \text{ mètres} &= 32 \text{ euros} \\ 1 \text{ mètre} &= ? \\ ? \text{ mètres} &= 96 \text{ euros} \end{aligned}$$

$$32 : 4 = 8$$

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 8} \\ \underline{-8} \\ 16 \\ \underline{-16} \\ 0 \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array}$$

Réponse : On achète 12 mètres de tissu.

8 Avec 6 litres de peintures M. Labrosse a pu peindre une surface de 135 m². Il lui reste encore 16 litres à utiliser. Quelle surface va-t-il pouvoir peindre ?

$$\begin{aligned} 6 \text{ litres} &\rightarrow 135 \text{ m}^2 \\ 1 \text{ litre} &\rightarrow ? \\ 16 \text{ litres} &\rightarrow ? \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 135 \overline{) 6} \\ \underline{-12} \\ 0 \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times 16 \\ \hline 810 \\ + 1350 \\ \hline 2160 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2160 \overline{) 6} \\ \underline{-18} \\ 036 \\ \underline{-36} \\ 00 \end{array}$$

Réponse : Il va pouvoir peindre 360 m².

16 Un sac de 16 kilogrammes de café de Colombie coûte 392 euros. Combien coûtent 6 kilogrammes de café ?

$$\begin{aligned} 16 \text{ kg} &\rightarrow 392 \text{ euros} \\ 6 \text{ kg} &\rightarrow ? \end{aligned}$$

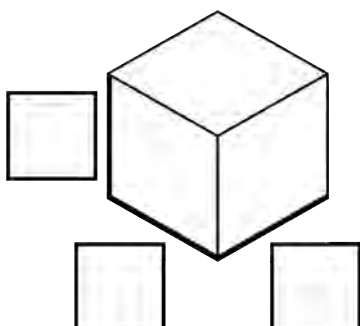
$$\begin{array}{r} 392 \\ \times 6 \\ \hline 2352 \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2352 \overline{) 16} \\ \underline{-16} \\ 75 \\ \underline{-64} \\ 112 \\ \underline{-112} \\ 000 \end{array}$$

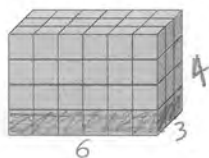
Réponse : 6 kilogrammes de café coûtent 147 euros.

ÉVOLUTION DE LA MODÉLISATION POUR UN ÉLÈVE DE CM2

CONFIGURATION CUBIQUE



2 Ce pavé se compose de plusieurs cubes empilés : 6 sur la longueur, 4 sur la hauteur et 3 en largeur. Quelle est le volume de ce pavé (le nombre de cubes au total) ?

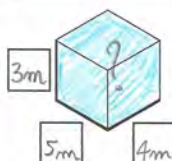


$$6 \times 3 = 18$$

$$18 \times 4 = 72$$

Réponse : Le volume de ce pavé est de 72 cubes.

7 Une piscine a la forme d'un pavé. Elle mesure 5 m de longueur, 4 m de largeur et 3 m de profondeur. Quelle est le volume de cette piscine ?

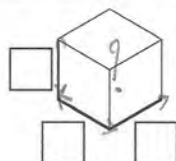


$$5 \times 4 \times 3 = ?$$

$$20 \times 3 = 60$$

Réponse : Le volume de cette piscine est 60 m³.

13 Un pavé mesure 54 cm de long, 28 cm de large et 18 cm de haut. Combien de cubes de 2 cm de côté peut-il contenir ?



9 cubes

14 cubes

27 cubes

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 14 \\ \hline 108 \\ + 270 \\ \hline 378 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 378 \\ \times 9 \\ \hline 3402 \end{array}$$

Réponse : Il peut contenir 3402 cubes.

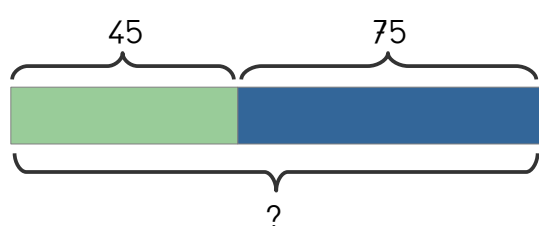
MODÉLISATION COMPARÉE : INTÉRÊT ET LIMITE DES MODÈLES

Rappelons-le encore, la modélisation n'est pas un but en soi, elle est un moyen utilisé par l'enseignant et l'élève à un moment donné du parcours d'apprentissage pour expliciter la structure d'un problème et lever tous les implicites. La modélisation est une traduction mathématique de la situation. Elle guide vers le calcul correspondant à la situation. C'est un processus qui peut donc prendre appui sur diverses représentations. Plusieurs modélisations existent et chacune a ses intérêts et ses limites, mais peuvent venir se compléter ponctuellement pour enrichir les représentations des élèves.

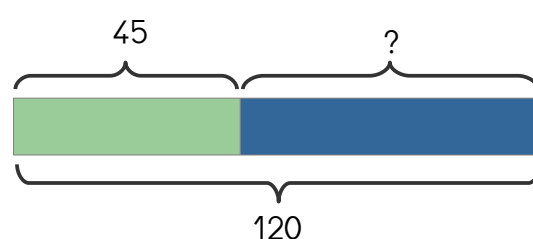
Dans l'approche que nous développons, l'enseignant va utiliser la modélisation, via les représentations de la typologie de Vergnaud, comme **support pour expliciter et traduire l'énoncé** afin d'en assurer l'accessibilité pour les élèves. Il s'agit ici d'une modélisation de la structure sémantique articulant les éléments porteurs de sens pour construire une représentation mentale de « l'histoire » du problème. Cette modélisation nous donne le scénario du problème et le traduit mathématiquement.

Il existe une approche, la MeB (modélisation en barres), qui peut être utilisée parallèlement pour rendre visibles les relations calculatoires entre les éléments du problème, représentés sous forme de **blocs proportionnés**. Cette approche se focalise sur la modélisation calculatoire et vise à rendre apparent le signe de l'opération correspondant à l'énoncé lors de la construction de la modélisation. Ainsi, il existe généralement un modèle basique pour chaque opération (+, -, ×, ÷).

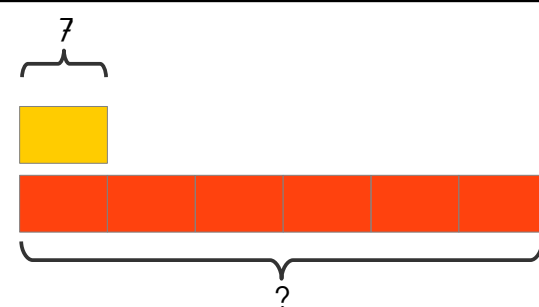
Problème d'addition



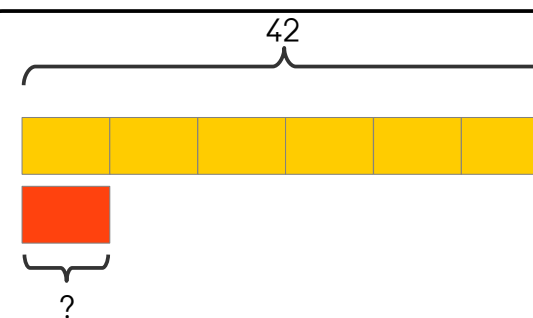
Problème de soustraction



Problème de multiplication

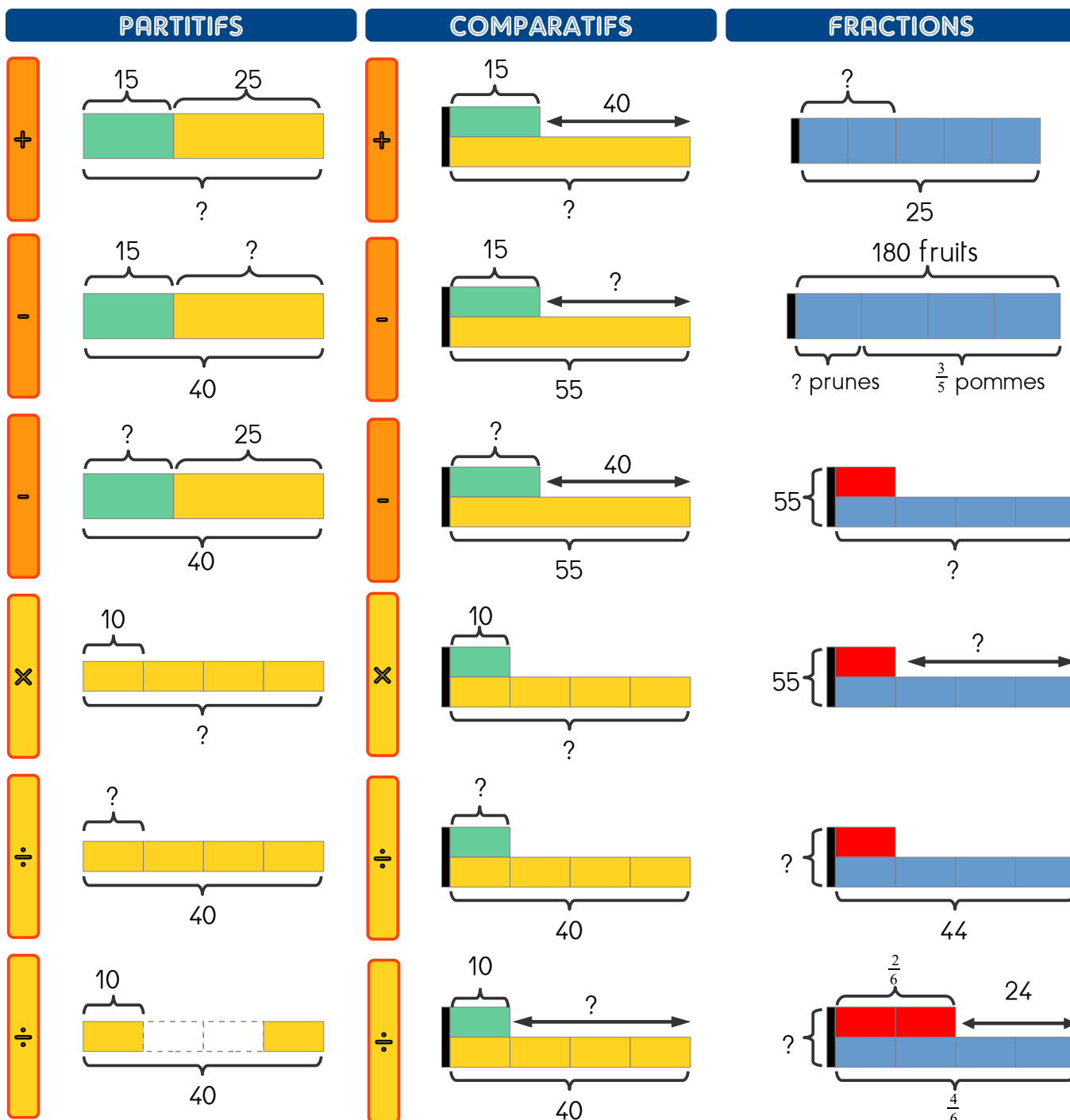


Problème de division

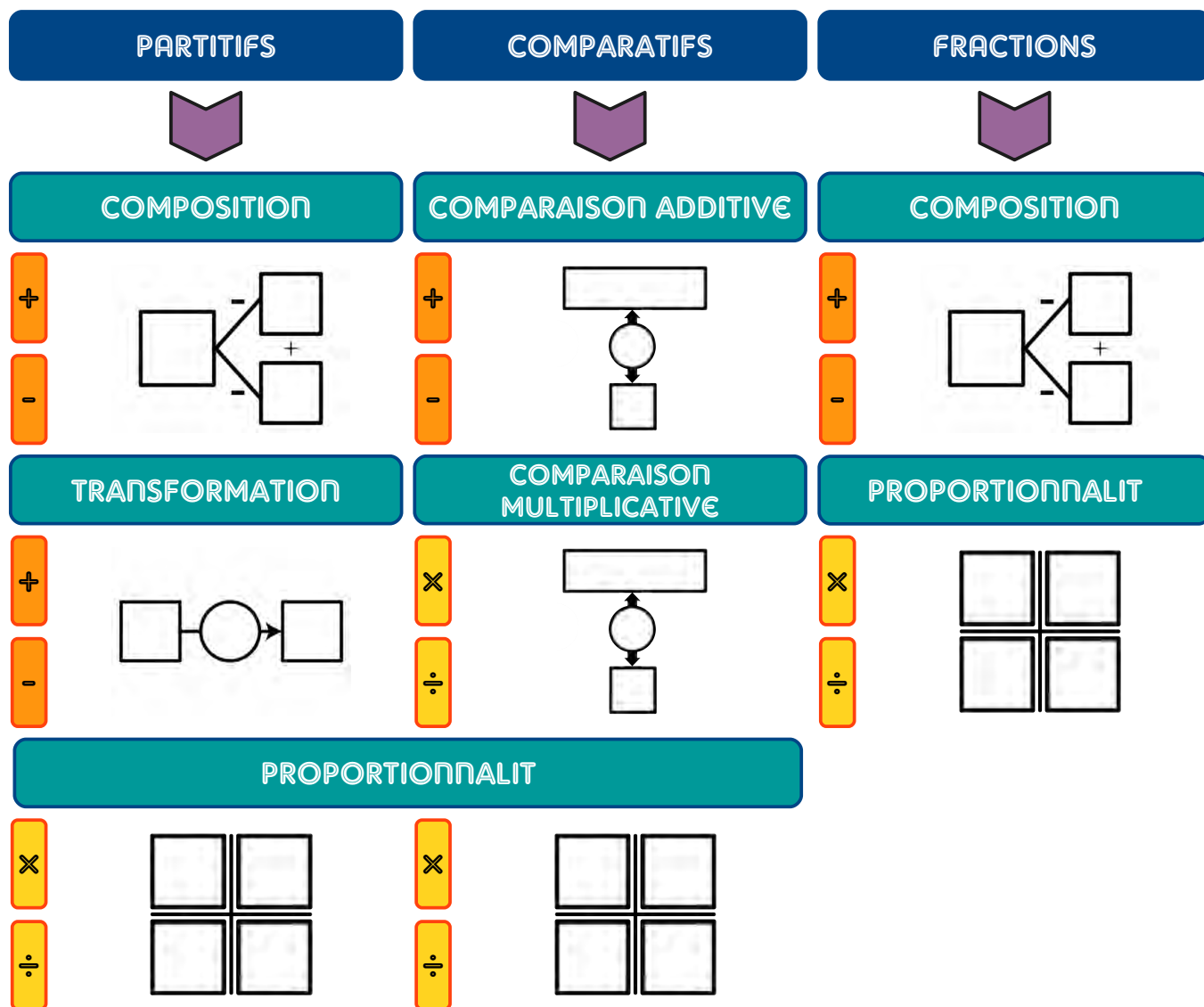


L'une va donc préférentiellement expliciter la structure syntaxique pour comprendre l'énoncé afin de s'en faire une image mentale dans le but de choisir l'opération logique. C'est une traduction d'un registre langagier en un registre calculatoire. L'autre modélisation va demander d'agencer les grandeurs de l'énoncé pour rendre visible l'opération sous-jacente. Cette modélisation implique alors d'avoir déjà une compréhension relativement avancée de la situation et de la signification des grandeurs et relations pour effectuer une traduction opérante.

La **modélisation en barres** est basée sur une typologie organisée en 3 types de problèmes :



À partir de cette typologie, nous pouvons proposer une équivalence avec les structures présentes dans la typologie de Vergnaud :



Ce comparatif nous amène à quelques observations :

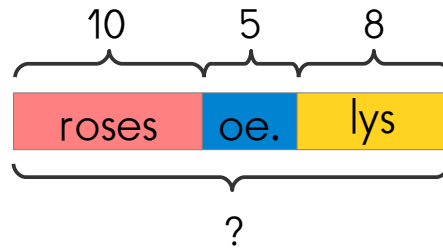
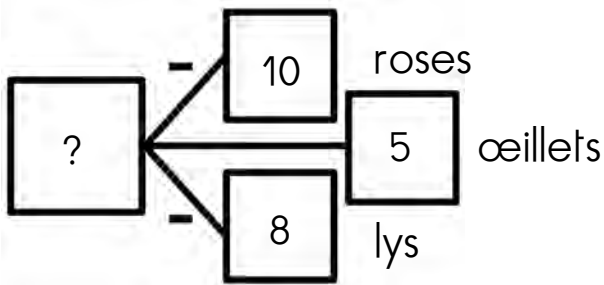
- La modélisation en barres est un mode de représentation simple et visuellement accessible des situations arithmétiques et fait apparaître le sens des opérations à travers l'organisation de ses éléments constitutifs.

- Ajout de barres : addition.
- Retrait et comparaison de barres : soustraction.
- Itération de barres équivalentes : multiplication.
- Recherche du nombre d'itérations des barres : division.

- La modélisation en barres traduit plus difficilement les énoncés avec une composante temporelle. En effet, les problèmes partitifs englobent les compositions (sans variable temporelle) ainsi que les transformations (avec variable temporelle). Nous proposons deux exemples pour mieux comprendre :

1

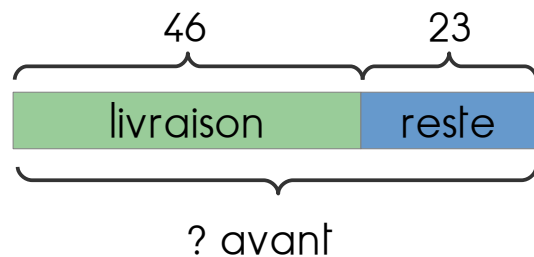
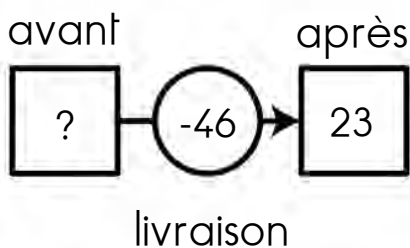
Un pot de fleurs contient 3 sortes de fleurs : 10 roses, 5 œillets et 8 lys.
Combien de fleurs contient le bouquet ?



Dans l'énoncé ci-dessus, les deux modélisations rendent compte d'une association de 3 quantités. La construction de l'addition est très explicite.

2

Monsieur Milk n'a plus que 23 bouteilles de lait dans son camion après la livraison de 46 bouteilles à ses clients. Combien de bouteilles avait-il avant ?

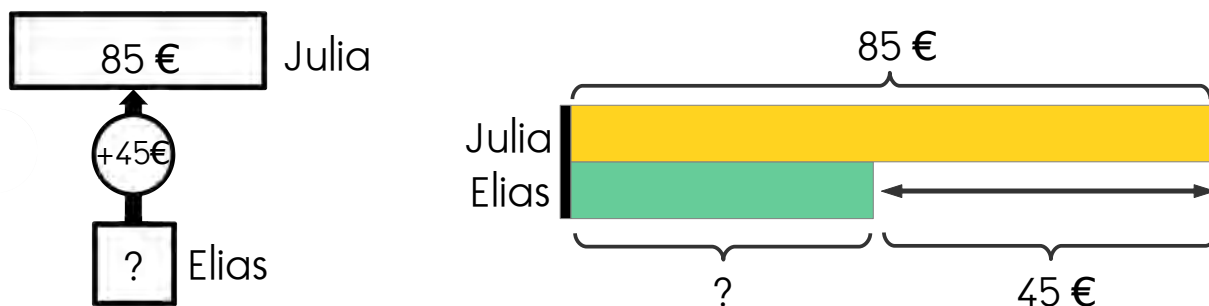


Dans l'énoncé ci-dessus, la difficulté avec le MeB proviendra de l'identification de la quantité « avant » comme étant le « tout » de deux éléments : un reste et un retrait. Il faut préalablement percevoir cette équivalence pour modéliser sans erreur en organisant les quantités progressivement. Le modèle qui utilise la structure temporelle permet de réorganiser simplement l'énoncé pour faire apparaître le déroulement et renforcer la compréhension. Le passage par la MeB pourrait alors intervenir dans un second temps, après modélisation de la situation par l'enseignant et quand la compréhension par l'élève du déroulé temporel sera plus affirmée.

• La modélisation en barres est un mode de représentation qui traduit efficacement les problèmes de comparaison. Cette modélisation rend visibles l'écart entre les quantités ainsi que le rapport entre les quantités. Ainsi, cette représentation est facilement mobilisable pour exprimer les liens entre les 4 opérations (+, -, x, ÷).

3

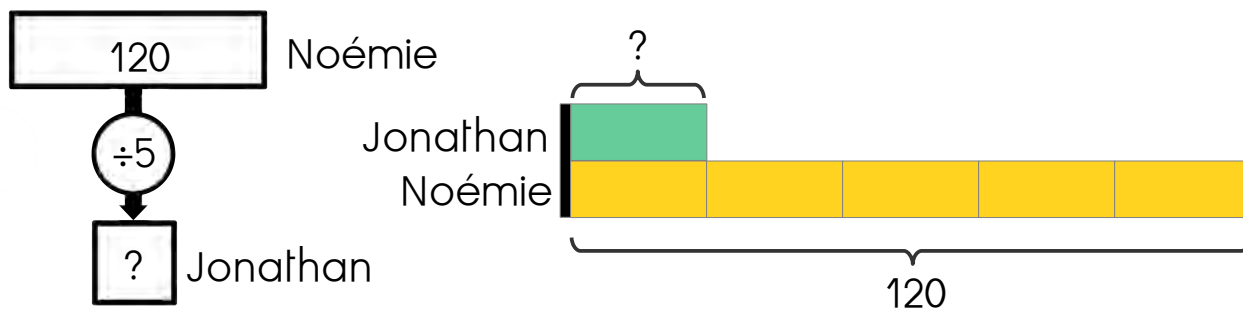
Julia a économisé 85 € cette année. Elle a économisé 45 € de plus que son ami Elias. Combien a économisé Elias ?



Les deux modélisations permettent, grâce à deux éléments visuellement identifiables, les barres, de représenter simplement les deux quantités comparées. Il y a la grande quantité et la petite quantité. L'écart entre ces deux quantités est représenté par la flèche bidirectionnelle qui permet de rendre compte de la complémentarité entre les termes « de plus » et « de moins ».

4

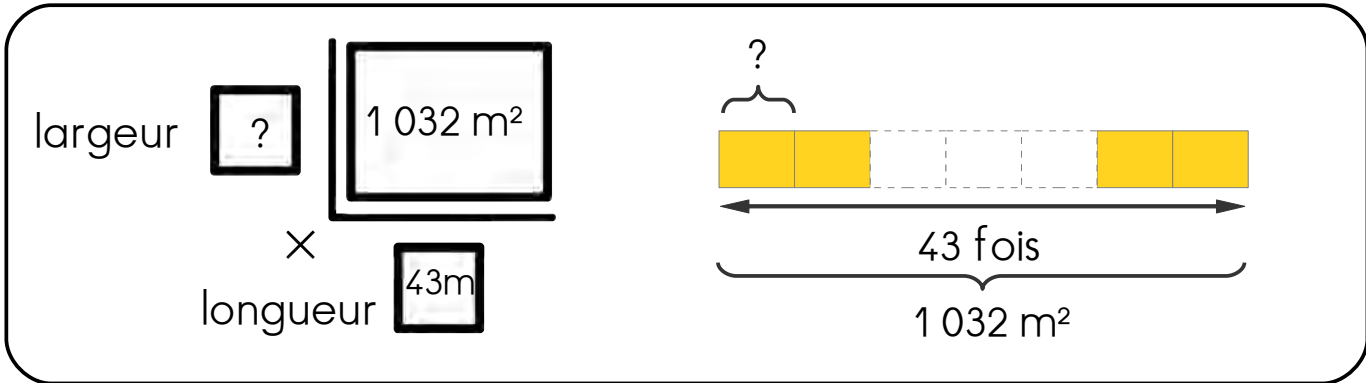
Noémie possède 120 billes. C'est 5 fois plus que Jonathan. Combien de billes possède Jonathan ?



La représentation en barres est très pertinente pour expliciter les situations de comparaisons multiplicatives en donnant à voir les itérations dans les quantités comparées. L'explicitation des termes « ... fois plus » et « ... fois moins » est alors grandement favorisée.

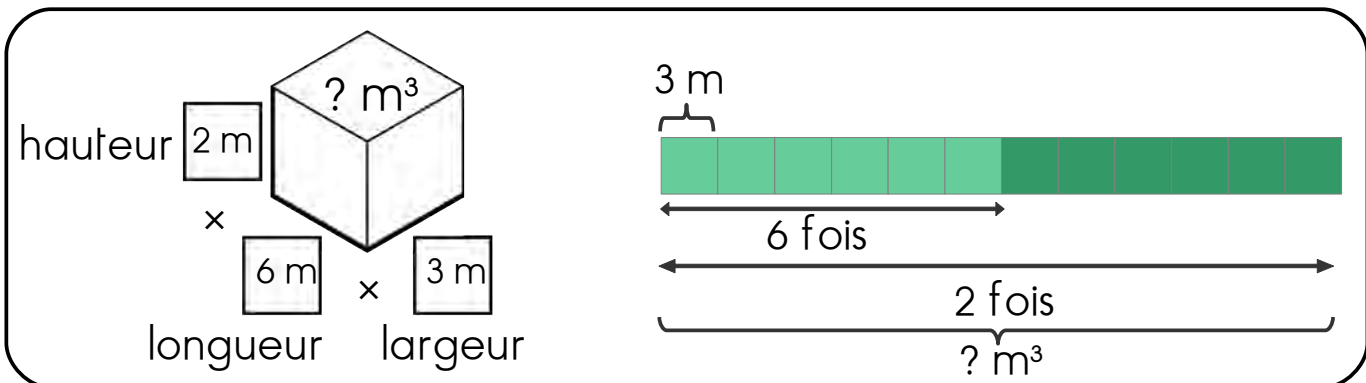
• Certains types de problèmes, comme les problèmes dérivés de la configuration rectangulaire, ont une modélisation particulière qui s'harmonise mal avec la MeB. Quelques exemples pour mieux comprendre :

5 Un champ à une longueur de 43 m pour une aire totale de 1 032 m². Quelle est la largeur de ce champ rectangulaire ?



La modélisation d'un problème de recherche d'une aire ou d'une longueur est fortement liée à la connaissance préalable de la formule associée ($A = l \times l$). La MeB propose une modélisation tout à fait exacte, mais néanmoins très abstraite par rapport à la réalité physique du problème. Dans ce cas précis, la MeB risque d'être très coûteuse cognitivement et cette difficulté risque de détourner l'élève de l'objectif initial de résolution. Le premier modèle offre une modélisation plus naturelle et abordable avec un lien évident avec la formule de résolution.

6 La piscine de Georges à une largeur de 3 m, une longueur de 6 m pour une hauteur de 2 m. Quel est son volume maximal en m³ ?

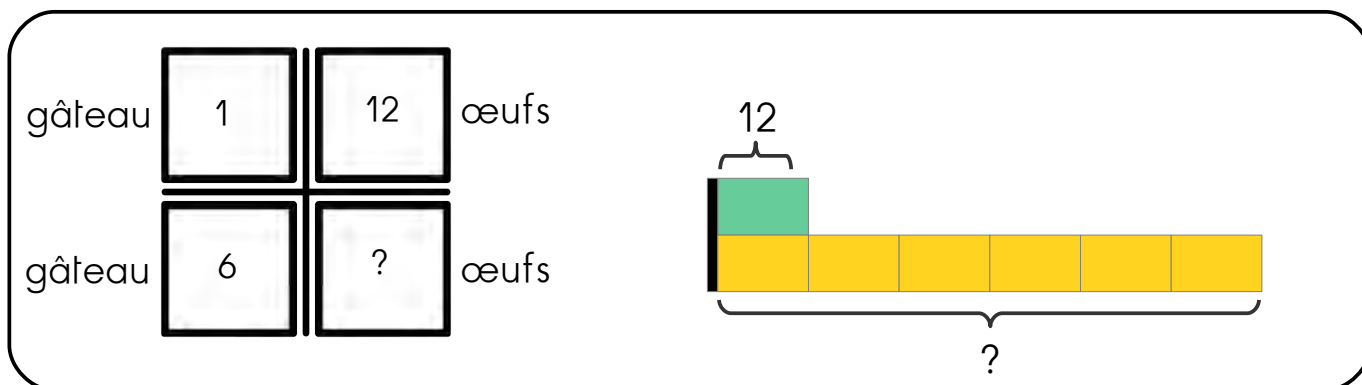


La formule de résolution, si elle n'est pas parfaitement connue de l'élève, est plus aisément récupérée en mémoire grâce à la modélisation de gauche. Cette représentation permet une traduction plus explicite entre la réalité physique et la résolution mathématique. Ici, la MeB n'apparaît pas pertinente car elle présente trop de relations implicites.

• Les problèmes de proportionnalité sont abordés comme des problèmes de comparaison multiplicative. Dans une situation de proportionnalité, c'est le rapport de proportionnalité entre deux quantités qui sera vu comme l'élément de comparaison entre les quantités.

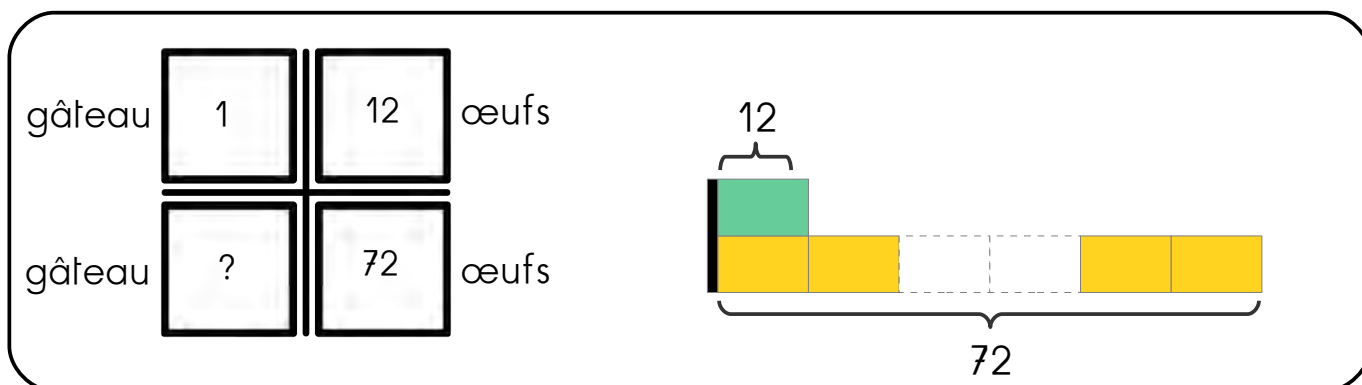
Quelques exemples pour mieux comprendre :

7 Balthazar utilise 12 œufs pour la recette d'un gâteau. Il voudrait cuisiner 6 gâteaux. Combien d'œufs va-t-il utiliser pour cuisiner 6 gâteaux ?



Si 12 œufs sont nécessaires pour 1 gâteau, alors 6 fois plus d'œufs seront nécessaires pour 6 gâteaux. Les deux modèles proposent, malgré une différence visuelle, la même approche structurelle, qui souhaite rendre explicite le rapport faisant passer d'une quantité à l'autre.

8 Balthazar utilise 12 œufs pour la recette d'un gâteau. Il utilise 72 œufs au total. Combien de gâteaux a-t-il cuisinés en tout avec 36 œufs ?



Dans une situation faisant intervenir la division, les modèles évoluent peu. Le premier schéma est une modélisation de la structure syntaxique : la phrase est transformée progressivement en schéma pour traduire mathématiquement l'énoncé. Dans le second cas, les quantités sont représentées de manière plus abstraite et la relation qui lie les éléments est plus implicite. Nous pourrions alors compléter l'étude de ce problème en proposant les deux modélisations.

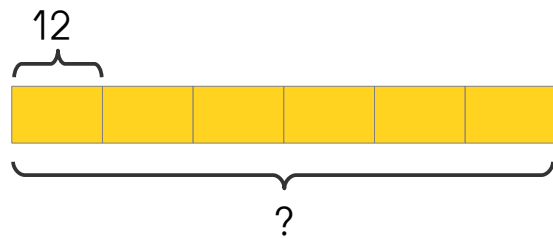
• Les problèmes de proportionnalité peuvent être abordés comme des problèmes **partitifs multiplicatifs**. Dans une situation de proportionnalité, c'est le rapport de proportionnalité entre deux quantités qui sera vu comme le nombre d'itérations de la quantité unitaire.

Quelques exemples pour mieux comprendre :

9

Balthazar utilise 12 œufs pour la recette d'un gâteau. Il voudrait cuisiner 6 gâteaux. **Combien d'œufs va-t-il utiliser pour cuisiner 6 gâteaux ?**

gâteau	1	12	œufs
gâteau	6	?	œufs

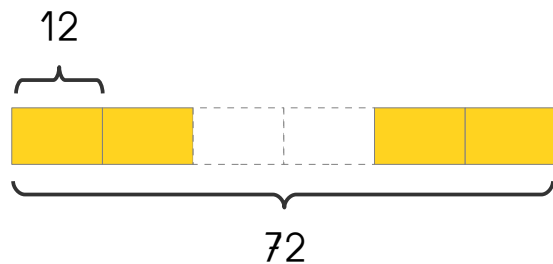


Si 12 œufs sont nécessaires pour 1 gâteau, alors il faut 6 fois la quantité d'œufs nécessaire pour 1 gâteau.

10

Balthazar utilise 12 œufs pour la recette d'un gâteau. Il utilise 72 œufs au total. **Combien de gâteaux a-t-il cuisinés en tout avec 72 œufs ?**

gâteau	1	12	œufs
gâteau	?	72	œufs



Dans cette situation, la recherche portera sur le nombre inconnu d'itérations nécessaires pour atteindre la quantité totale. Cette situation consiste à rechercher « **combien de fois la quantité unitaire** » dans la quantité totale.

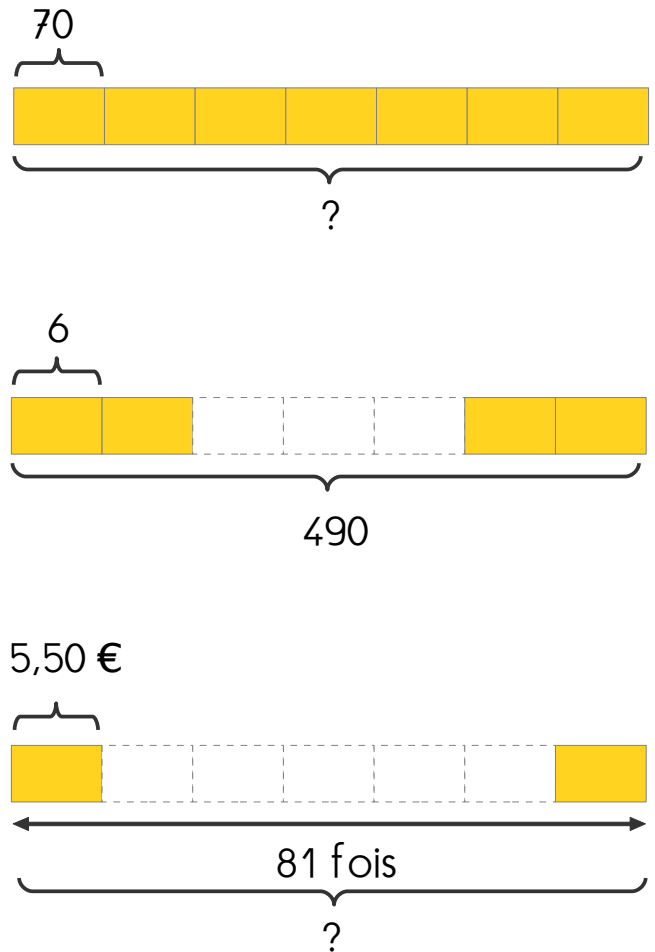
- Enfin, les problèmes complexes. Ceux-ci sont constitués de structures simples qui se combinent.

Quelques exemples pour mieux comprendre :

11

M. Louvel élève des poules pour produire des œufs. Il récolte 70 œufs chaque matin, chaque jour de la semaine. Tous les dimanches, il vend ses œufs dans des boîtes de 6, qu'il vend 5,50 € chacune. **Combien d'euros gagne M. Louvel chaque dimanche s'il vend toutes les boîtes ?**

jour	1	70	œufs
jour	7	?	œufs
boîte	1	6	œufs
boîte	?	490	œufs
boîte	1	5,50	euros
boîte	81	?	euros



Les problèmes complexes sont modélisés à partir des schémas des problèmes simples qui les composent. Avec les deux modélisations proposées, ce problème complexe est décomposé en 3 éléments qui pourront être étudiés plus spécifiquement avec les élèves. Néanmoins, la première modélisation permet d'intégrer les 3 parties en une seule, qui fera office de schéma bilan.

JOURS	ŒUFS	BOITES	PRIX
	6	1	5,50 €
1	70		
7	490	?	?

MODÉLISER POUR ANALYSER : LES PROBLÈMES À VARIATIONS

La modélisation, utilisée pour représenter la construction sémantique d'un énoncé et la traduire en un langage mathématique, est également **un outil permettant une analyse comparée de structures proches (analyse par analogie)**. Ainsi, à partir d'une même situation (**composition, transformation, comparaison**), nous pouvons proposer aux élèves une étude des analogies structurelles via la modélisation et le lien qui en découle avec les signes opératoires.

Afin de détailler cette approche, nous partageons ici un résumé d'un article de l'APMEP¹ (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) et d'une publication de Catherine Houdement² dans la revue **GrandN**.

Les variations de problèmes sont une approche d'apprentissage de la résolution de problèmes arithmétiques en Chine.

À partir d'une même situation (**même contexte, mêmes grandeurs numériques**), mais dans laquelle s'effectuent des variations de cette situation (**composition, transformation, comparaison**), il s'agit d'enseigner aux élèves comment identifier et analyser les différentes façons de combiner ces données (**nombres et relations**).

Il sera par la suite demandé aux élèves de résoudre une série de problèmes (**variations d'un énoncé initial**) **accompagnés de schémas de résolution** qui vont aider à révéler la structure de l'énoncé. D'abord avec l'étayage de l'enseignant, puis seuls, les élèves pourront alors formuler des ressemblances et des différences entre ces problèmes.

Cette approche s'emploie à favoriser la construction d'analogies des structures arithmétiques (composition, transformation, comparaison, **voir les champs conceptuels de Vergnaud**) par les élèves, tout en consolidant la construction du sens des opérations par le passage de l'une à l'autre.

Nous y voyons les intérêts suivants (d'après Houdement) :

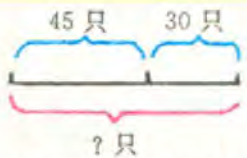
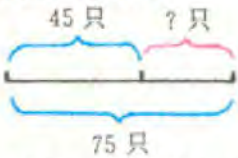
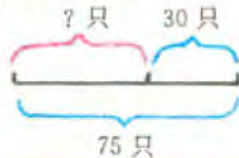
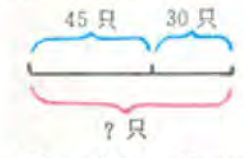

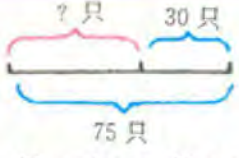
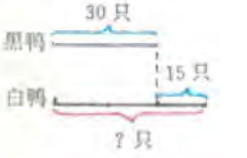
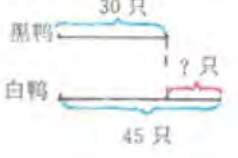
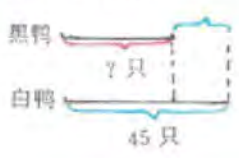
- développer des automatismes de résolution ;
- enrichir la mémoire des problèmes résolus de chaque élève ;
- affermir le sens d'une opération en résolvant des problèmes qui relèvent du champ conceptuel associé à cette opération.

1 <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA12051.pdf>

2 HOUDEMMENT, C. (2017) Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N*, 100, 59-78

Afin de découvrir comment est proposée cette approche aux élèves, vous trouverez ci-après un extrait de manuel chinois de grade 2 (équivalent CE1) : **The nine problems of ducks** (Sue Xue 1996), *Les neuf problèmes de canards*.

First solve the nine problems below. Then explain why they have been arranged in rows and columns in this way, finding relationships

<p>(1) In the river there are 45 white ducks and 30 black ducks. All together how many ducks are there?</p> 	<p>(2) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 45 are white ducks. How many black ducks are there?</p> 	<p>(3) In the river there are white ducks and black ducks. All together there are 75 ducks. 30 are black ducks. How many white ducks are there?</p> 
<p>(1) In the river there is a group of ducks. 30 ducks swim away. 45 ducks are still there. How many ducks are in the group (at the beginning)?</p> 	<p>(2) In the river there are 75 ducks. Some ducks swim away. There are still 45 ducks. How many ducks have swum away?</p> 	<p>(3) In the river there are 75 ducks. 30 ducks swim away. How many ducks are still there?</p> 
<p>(1) In the river there are 30 black ducks. White ducks are 15 more than black ducks (black ducks are 15 less than white ducks). How many white ducks are there?</p> 	<p>(2) In the river there are 30 black ducks and 45 white ducks. How many white ducks more than black ducks (How many black ducks less than white ducks)?</p> 	<p>(3) In the river there are 45 white ducks. Black ducks are 15 less than white ducks (white ducks are 15 more than black ducks). How many black ducks are there?</p> 

Consigne : Résous d'abord les neuf problèmes ci-dessous. Puis explique pourquoi on les a ainsi mis en **rangées** et en **colonnes**, et trouve des relations.

Sur la rivière il y a 45 canards blancs et 30 canards noirs. Combien y a-t-il de canards en tout ?	Sur la rivière il y a des canards noirs et des canards blancs. En tout, il y a 75 canards. 45 canards sont blancs. Combien y a-t-il de canards noirs ?	Sur la rivière il y a des canards blancs et des canards noirs. En tout, il y a 75 canards. 30 d'entre eux sont des canards noirs. Combien y a-t-il de canards blancs ?
Sur la rivière il y a un groupe de canards. 30 canards s'en vont à la nage. 45 canards restent. Combien y avait-il de canards au début ?	Sur la rivière il y a 75 canards. Certains s'en vont à la nage. Il reste 45 canards. Combien de canards sont partis ?	Sur la rivière il y a 75 canards. 30 canards s'en vont à la nage. Combien de canards reste-t-il ?
Sur la rivière il y a 30 canards noirs. Il y a 15 canards blancs de plus que de canards noirs. Combien y a-t-il de canards blancs ?	Sur la rivière il y a 30 canards noirs et 45 canards blancs. Combien y a-t-il de canards blancs de plus que de canards noirs ?	Sur la rivière il y a 45 canards blancs. Il y a 15 canards noirs de moins que de canards blancs. Combien y a-t-il de canards noirs ?

- **Les rangées** proposent des énoncés avec une structure sémantique analogue (**composition, transformation ou comparaison**). Cette structure peut conduire à une addition ou une soustraction.

- **Les colonnes** proposent des énoncés avec une structure calculatoire analogue (**addition, soustraction**). Cette structure calculatoire peut conduire à des structures sémantiques différentes.

Cette présentation, qui permet de rendre visibles les variations dans une structure, permet également d'affermir les notions suivantes :

- Les **relations entre les éléments sémantiques** : le tout et ses parties, la relation de comparaison et les variations des grandeurs dans une logique temporelle.

- Les « **familles de calcul** », et donc le lien entre les opérations.

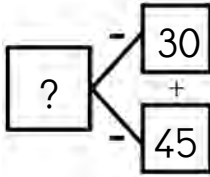
Exemple : $30 + 45 = 75$ donc $75 - 30 = 45$ et $75 - 45 = 30$

Nous proposons ci-après deux représentations qui utilisent les modélisations précédemment présentées et qui font apparaître les structures (**composition, transformation ou comparaison**), ainsi que les signes opératoires.

COMPOSITION

+

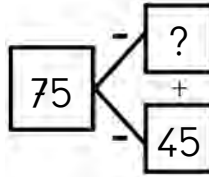
Sur la rivière il y a 45 canards blancs et 30 canards noirs. **Combien y a-t-il de canards en tout ?**



COMPOSITION

-

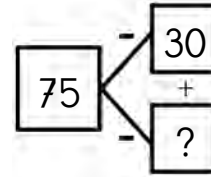
Sur la rivière il y a des canards noirs et des canards blancs. En tout il y a 75 canards. 45 canards sont blancs. **Combien y a-t-il de canards noirs ?**



COMPOSITION

-

Sur la rivière il y a des canards blancs et des canards noirs. En tout il y a 75 canards. 30 d'entre eux sont des canards noirs. **Combien y a-t-il de canards blancs ?**



TRANSFORMATION

+

Sur la rivière il y a un groupe de canards. 30 canards s'en vont à la nage. 45 canards restent. **Combien y avait-il de canards au début ?**



TRANSFORMATION

-

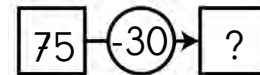
Sur la rivière il y a 75 canards. Certains s'en vont à la nage. Il reste 45 canards. **Combien de canards sont partis ?**



TRANSFORMATION

-

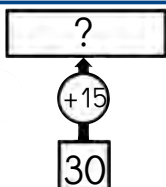
Sur la rivière il y a 75 canards. 30 canards s'en vont à la nage. **Combien de canards reste-t-il ?**



COMPARAISON

+

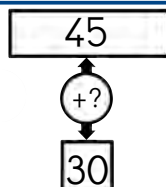
Sur la rivière il y a 30 canards noirs. Il y a 15 canards blancs de plus que de canards noirs. **Combien y a-t-il de canards blancs ?**



COMPARAISON

-

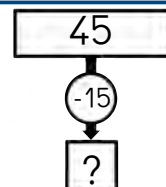
Sur la rivière il y a 30 canards noirs et 45 canards blancs. **Combien y a-t-il de canards blancs de plus que de canards noirs ?**



COMPARAISON

-

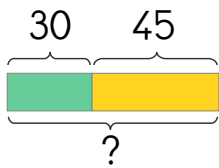
Sur la rivière il y a 45 canards blancs. Il y a 15 canards noirs de moins que de canards blancs. **Combien y a-t-il de canards noirs ?**



COMPOSITION

+

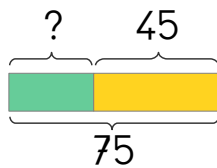
Sur la rivière il y a 45 canards blancs et 30 canards noirs. **Combien y a-t-il de canards en tout ?**



COMPOSITION

-

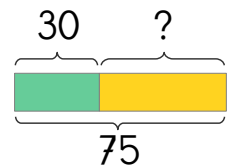
Sur la rivière il y a des canards noirs et des canards blancs. En tout il y a 75 canards. 45 canards sont blancs. **Combien y a-t-il de canards noirs ?**



COMPOSITION

-

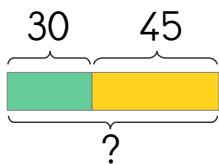
Sur la rivière il y a des canards blancs et des canards noirs. En tout il y a 75 canards. 30 d'entre eux sont des canards noirs. **Combien y a-t-il de canards blancs ?**



TRANSFORMATION

+

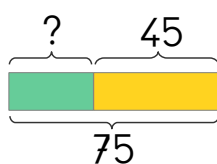
Sur la rivière il y a un groupe de canards. 30 canards s'en vont à la nage. 45 canards restent. **Combien y avait-il de canards au début ?**



TRANSFORMATION

-

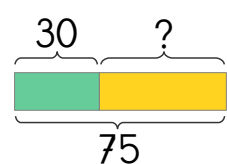
Sur la rivière il y a 75 canards. Certains s'en vont à la nage. Il reste 45 canards. **Combien de canards sont partis ?**



TRANSFORMATION

-

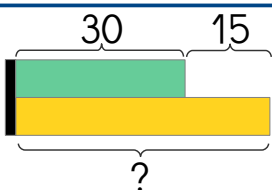
Sur la rivière il y a 75 canards. 30 canards s'en vont à la nage. **Combien de canards reste-t-il ?**



COMPARAISON

+

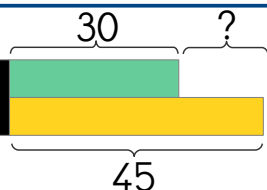
Sur la rivière il y a 30 canards noirs. Il y a 15 canards blancs de plus que de canards noirs. **Combien y a-t-il de canards blancs ?**



COMPARAISON

-

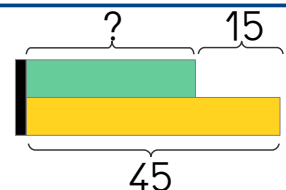
Sur la rivière il y a 30 canards noirs et 45 canards blancs. **Combien y a-t-il de canards blancs de plus que de canards noirs ?**



COMPARAISON

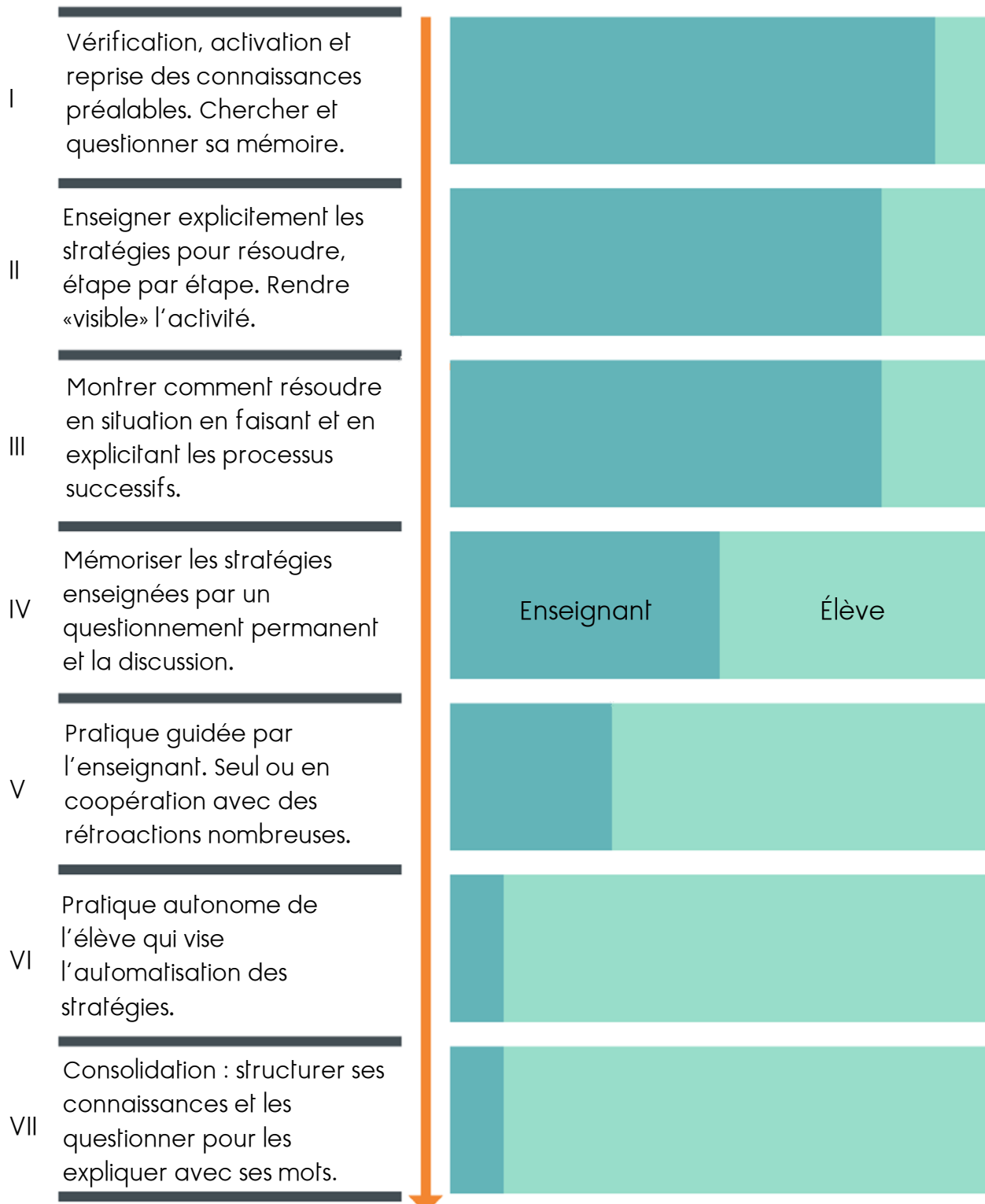
-

Sur la rivière il y a 45 canards blancs. Il y a 15 canards noirs de moins que de canards blancs. **Combien y a-t-il de canards noirs ?**



ENSEIGNER DES STRATÉGIES MÉTA-COGNITIVES POUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES

L'infographie ci-dessous propose une approche pour développer les stratégies méta-cognitives¹ en résolution de problèmes arithmétiques.



¹ <https://educationendowmentfoundation.org.uk/tools/guidance-reports/metacognition-and-self-regulated-learning/>

Qu'est-ce que la méta-cognition ?

La méta-cognition est la représentation que l'élève a des connaissances qu'il possède et de la façon dont il peut les construire et les utiliser. « *C'est par la médiation cognitive que l'enseignant donne à l'élève les moyens d'apprendre et donc les clés pour sa réussite scolaire* » (Britt-Mari Barth, 1993).

Il apparaît aux enseignants qu'en fin de compte, le but de l'explicitation et du guidage est que les élèves novices deviennent capables d'apprendre de manière indépendante en ayant conscience des processus métacognitifs en jeu.

Cela implique alors que les enseignants changent progressivement de posture vis-à-vis des apprenants. Les étayages initiaux tels que l'explicitation, la modélisation et le guidage de l'enseignant sont nécessaires, mais à mesure que la pratique guidée évolue vers l'autonomie, la contribution des enseignants ira décroissante et n'interviendra qu'en cas de nécessité.

La pratique régulière et le renforcement de l'activité autonome aident à développer les capacités cognitives et les connaissances métacognitives des élèves. Ils sont alors en capacité de dire : « Voilà ce que je sais et voilà ce que je ne sais pas. »

le temps passant, cette réflexion deviendra habituelle, asseyant les fondements des apprentissages à venir.

UNE PROPOSITION PÉDAGOGIQUE : LA PRATIQUE GUIDÉE.

Nous proposons une définition de la pratique guidée.

La « pratique guidée » est une étape centrale et constitutive de la Pédagogie Explicite (Rosenshine & Stevens¹, 1986) (Bissonnette, Gauthier, Richard², 2005). Cette approche pédagogique largement étayée par de nombreuses recherches et publications³ est très intéressante pour aborder les apprentissages fondamentaux, notamment en mathématiques. Cette approche part du postulat selon lequel il est nécessaire de favoriser la réduction de la charge cognitive lorsque les apprentissages sont nouveaux pour les élèves, ou lorsqu'ils sont constitués d'étapes entremêlées. Il s'agit alors de les aborder sous une forme plus progressive allant du simple au complexe en s'assurant de la compréhension des élèves de chaque élément étudié.

La « pratique guidée » est une étape de durée variable dans le processus d'apprentissage de chaque élève durant laquelle l'enseignant va l'accompagner en lui offrant de nombreuses rétroactions pour l'amener à un degré de maîtrise élevé. L'objectif est simple : amener l'élève à un degré de maîtrise suffisant qui lui permet ensuite d'agir seul en favorisant la mise en mémoire de savoirs et d'habiletés.

Ainsi, le travail autonome de l'élève ou « entraînement » ne viendra qu'après une phase d'apprentissage accompagnée par l'enseignant qui montre, guide et étaye, et seulement lorsque celui-ci aura pu observer que l'élève peut désormais faire seul avec un taux de réussite élevé. Pour les tenants de la Pédagogie Explicite, un taux de réussite de 80 % est souhaité pour les tâches proposées durant la pratique guidée avant que l'élève puisse pratiquer en autonomie. Ce taux est un idéal souhaité qui ne sera peut-être pas, malheureusement, atteint pour tous les élèves.

1 [Synthesis of Research on Explicit Teaching](#) Barak V. ROENSHINE

2 [Interventions pédagogiques efficaces et réussite scolaire des élèves provenant de milieux défavorisés](#)

3 [250 facteurs d'influence en éducation](#)

[L'apprentissage visible pour les enseignants](#)

[Les pratiques pédagogiques efficaces, Conclusions de recherches récentes](#)

[Augmenter aussi le nombre de bons élèves. Une lecture complémentaire de l'enquête PISA 2012](#)

<http://www.enseignementexplicite.be/WP/wordpress/>

Il importe alors que tous aient saisi les concepts généraux et aient des modèles de référence (notes, schémas, affiches, cartes mentales) qui vont leur permettre d'entrer progressivement dans la pratique autonome.

Il faut éviter autant que possible que l'élève s'entraîne sur des erreurs et des incompréhensions et que celles-ci s'ancrent en mémoire. Le manque de rétroaction entraîne de facto une validation du travail pour l'élève, même si celui-ci est erroné.

Exemple : Un élève réalise seul une série de plusieurs exercices d'application (des soustractions) et l'enseignant s'aperçoit à la fin de ce travail que l'élève n'avait pas compris la tâche (aucune retenue placée correctement). Il faudra alors proposer une remédiation.

Ainsi, l'élève qui pratiquera en autonomie aura alors montré préalablement qu'il sait faire seul et pourra dès lors affiner ses compétences. L'entraînement est donc vu comme un aboutissement favorisant le **surapprentissage**. Ce **surapprentissage** consiste à poursuivre la pratique et la mobilisation des connaissances jusqu'au développement d'une aisance et d'une fluidité qui correspondent à l'établissement d'automatismes.

La pratique guidée est donc très fortement recommandée pour les élèves débutants, novices ou ayant des difficultés dans un domaine d'apprentissage. Cette approche est particulièrement utile dans un domaine comme la résolution de problèmes car celle-ci nécessite la manipulation de nombreux concepts, ainsi qu'une attention très forte de l'élève. Le soutien de l'enseignant permet alors temporairement de décharger cognitivement l'élève jusqu'à ce qu'il acquière pas à pas les automatismes voulus.

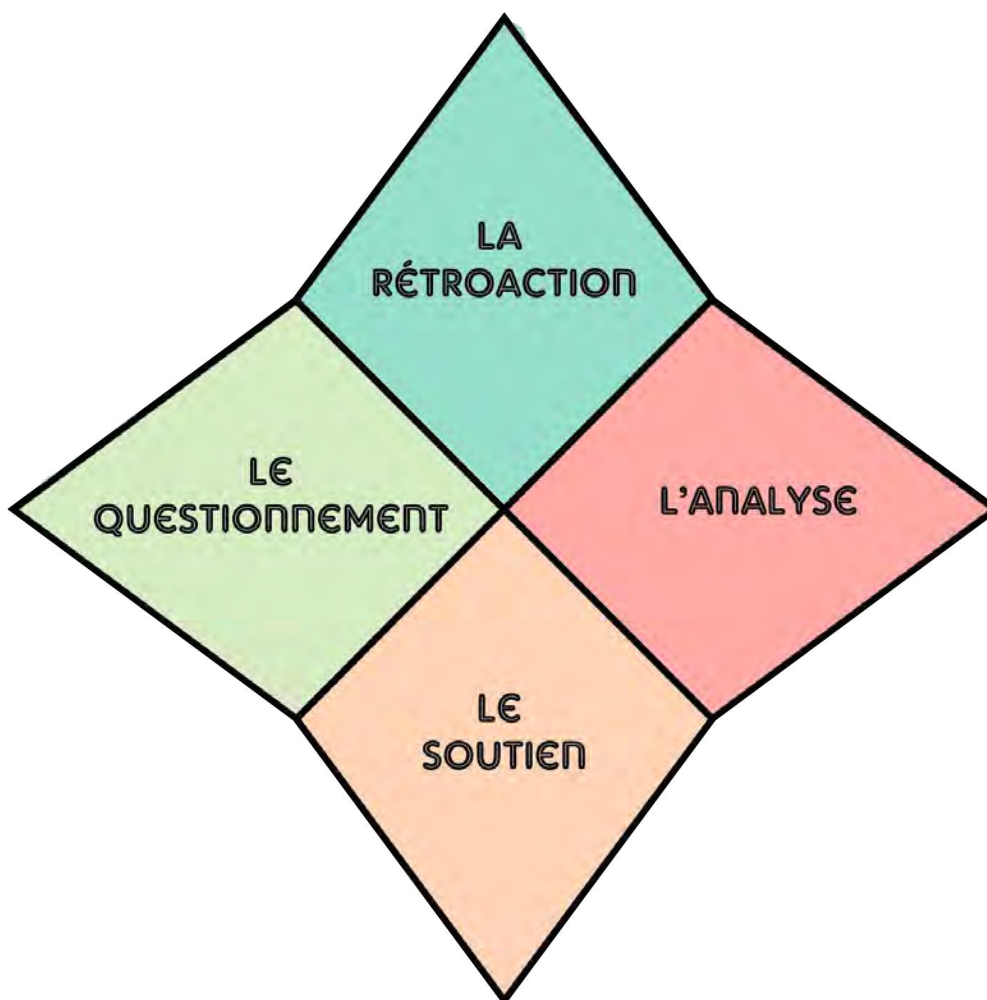
Exemple : La construction d'un modèle avec l'enseignant pour représenter une situation problème. L'étayage de l'enseignant durant la phase de résolution. La lecture par l'enseignant de l'énoncé.

Le gain en maîtrise, qui est l'objectif à atteindre, permettra de s'écarter de ce guidage et de proposer des situations d'autonomie plus fréquentes. Néanmoins, il faut être conscient qu'il faudra consacrer un temps important à cette pratique car les échanges d'informations entre enseignant et élèves, seuls ou en groupes, seront très nombreux afin de développer leur compréhension des situations et leur capacité d'analyse de celles-ci. L'explicitation, aussi claire soit-elle, n'est donc pas suffisante. Le but de la pratique guidée est la mise en

mémoire à long terme par l'élève de nouvelles connaissances par un accompagnement et un soutien de l'enseignant jusqu'au point de maîtrise souhaité.

La Pédagogie Explicite étant une pédagogie active, ces interactions riches et fréquentes offertes aux élèves les placeront au cœur de leur apprentissage. Enfin, la pratique guidée permet l'engagement dans le travail coopératif entre élèves et entre groupes d'élèves, l'enseignant étant le médiateur des groupes.

LES ÉLÉMENTS CLEFS DE LA PRATIQUE GUIDÉE



Cette infographie a été réalisée par K. Gueguen.

LA RÉTROACTION

L'enseignant réexplique les concepts étudiés dès qu'il perçoit des incompréhensions de la part des élèves ou lorsqu'il observe des erreurs. Ces réexplications prennent plusieurs formes, qui enrichissent l'explicitation : verbalisation, dessin, schématisation, jeu et reformulation.

L'objectif de l'enseignant est la minimisation des malentendus. La reformulation par les élèves pour les élèves est aussi une rétroaction très puissante.

LE QUESTIONNEMENT

L'enseignant questionne et sollicite les élèves pour les aider à mettre en mots leur pensée. Il aide à focaliser l'attention sur les points clés de la séquence. Il questionne également les élèves sur les processus attendus et sur leur compréhension des situations pour les guider progressivement vers le niveau de maîtrise supérieur. Ce questionnement fait participer activement tous élèves.

LE SOUTIEN

L'enseignant soutient, d'une part, en organisant un parcours d'entraînement régulier, prolongé et adapté aux compétences de chacun. D'autre part, en plaçant des pauses dans l'activité suite à l'observation d'une difficulté ou d'une réussite qui mérite d'être signalée et partagée. Il peut s'agir aussi de renforcer positivement l'attitude des élèves : soutenir l'effort.

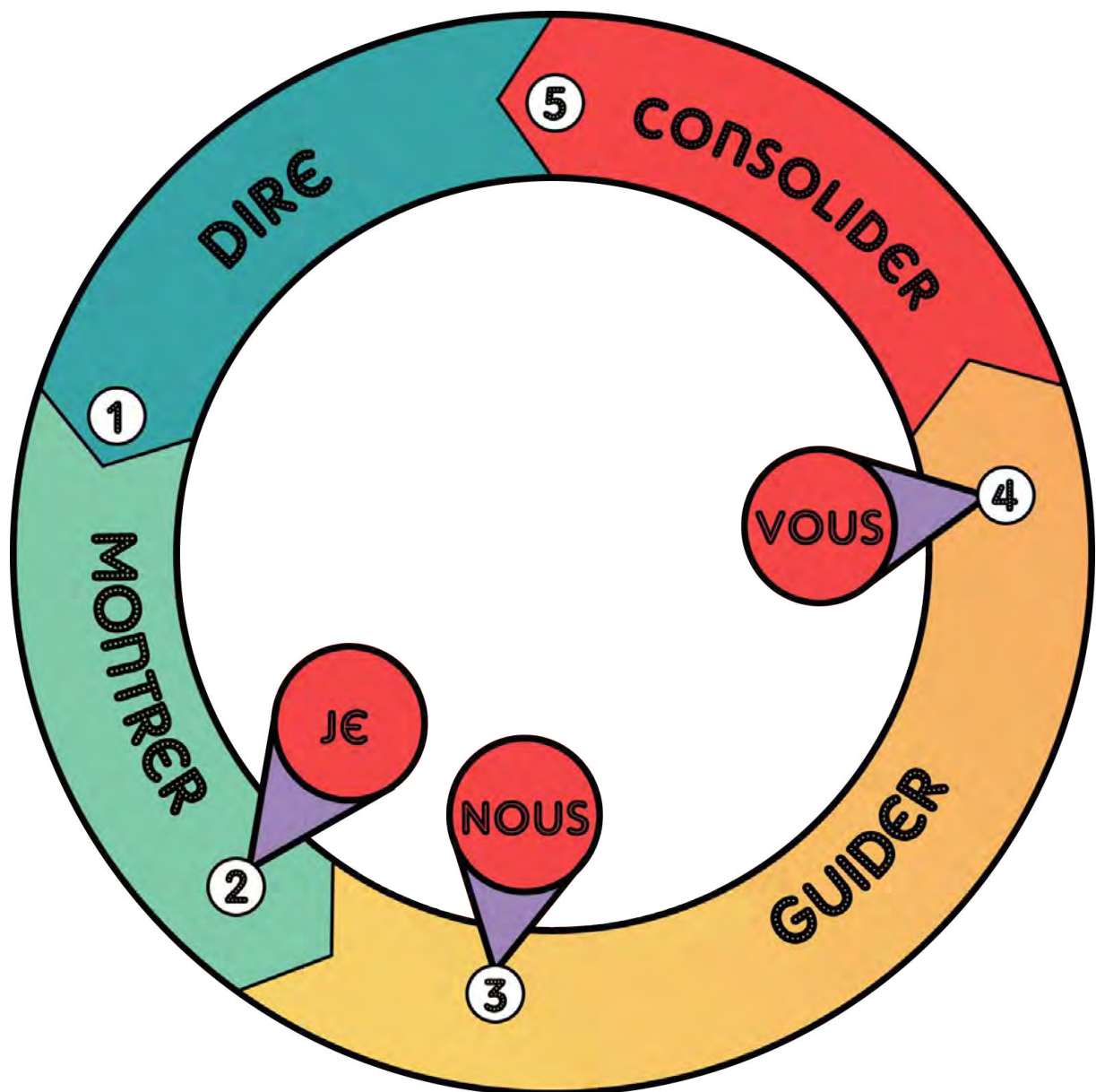
L'ANALYSE

L'enseignant analyse directement les conséquences de la tâche sur les productions des élèves, ainsi que les conséquences de ses interactions et de ses rétroactions.

Est-ce que la tâche proposée permet d'atteindre l'objectif fixé ? Est-ce que la rétroaction corrige ou amplifie les effets observés ?

L'enseignant analyse aussi l'activité d'une manière différée. Il resitue alors sa réflexion dans un cadre plus général, débarrassé de l'urgence de la situation qui demandait une réponse rapide. Cette réponse était-elle la plus adaptée à ce moment du parcours ? Il anticipe les prochaines difficultés et les moyens de les surmonter. Il adapte son verbe à l'action dans un temps long.

LA PRATIQUE GUIDÉE DANS L'ENSEIGNEMENT EXPLICITE



Cette infographie a été réalisée à partir de l'ouvrage :
Enseignement explicite et réussite des élèves. La gestion des apprentissages.
Gauthier, C., Bissonnette, S., & Richard, M. (2013) De Boeck.

1**DIRE**

L'enseignant présente l'objectif d'apprentissage de la séquence, ainsi que les résultats attendus. Il indique alors les contenus qui seront abordés (les notions) et clarifie les concepts (le rôle des notions, l'idée générale). Il précise concrètement, par l'exemple et le contre-exemple, les connaissances et les habiletés visées par les élèves.

L'enseignant mobilise également les connaissances antérieures préalables. Il rend visibles les prérequis nécessaires à l'engagement dans la séquence d'apprentissage.

2**MONTRER « JE »**

L'enseignant présente explicitement la notion étudiée et réalise la tâche devant les élèves en mettant un « haut-parleur sur sa pensée ». Par la verbalisation, l'enseignant se place en position d'élève qui rend visible son cheminement mental afin de le rendre accessible aux élèves.

Cette présentation de ce qui sera appris ou conceptualisé vise à être tout à la fois claire, précise et concise. Pour cela, l'enseignant a recours à de nombreux exemples et contre-exemples. Il rend visibles les liens entre ce que sait déjà l'élève et ce qu'il va découvrir.

L'enseignant adopte la posture des petits pas : progressivement du simple vers le complexe.

3**PRATIQUE GUIDÉE « NOUS »**

Les élèves, seuls ou en groupes, réalisent la tâche, l'exercice, la manipulation préalablement présentée par l'enseignant, mais avec un étayage. L'enseignant va les guider et répondre à leurs questions, mais il leur fait également expliciter leurs stratégies pour en valider la pertinence.

L'enseignant offre donc de très nombreuses rétroactions correctives et positives tout au long de cette étape. Il rend visibles les réussites des élèves et favorise les interactions positives entre pairs.

Durant cette étape, les élèves vont réaliser un nombre important de tâches, d'exercices ou de manipulations semblables à celles présentées par l'enseignant jusqu'à obtenir un taux de réussite élevé. Cette réussite conditionne le passage à l'étape suivante.



PRATIQUE AUTONOME « VOUS »

L'élève, dans la continuité de la pratique guidée, va continuer à appliquer les stratégies, techniques ou algorithmes appris et entraînés jusqu'à atteindre une fluidité d'utilisation. L'intensité et la durée de cet entraînement seront néanmoins variables selon les élèves, qui viseront tous le point de surapprentissage. Ce point témoigne de l'acquisition d'automatismes sûrs.

L'étayage initialement proposé à l'élève sera de plus en plus restreint tout au long de cette étape à mesure que l'élève gagnera en maîtrise. La réduction de l'étayage initial sera fortement liée à l'analyse par l'enseignant de l'aisance et de la fluidité des élèves suite à ses nombreuses rétroactions.



CONSOLIDER

Pour consolider et ancrer en mémoire à long terme les connaissances essentielles apprises et les compétences développées, l'élève va être amené à expliquer et à mobiliser fréquemment ce qu'il sait et ce qu'il sait faire. Des supports variés vont aider l'élève en cela : leçons, résumés, cartes mentales, schémas, infographies.

L'élève sera ainsi régulièrement incité par l'enseignant à décrire, hiérarchiser, ou encore organiser les éléments porteurs de sens (connaissances, stratégies) dans ce qu'il a appris. Ces incitations régulières et espacées vont consolider la rétention de ces éléments dans la mémoire à long terme.

GUIDAGE OU DÉCOUVERTE ? UN CONTINUUM

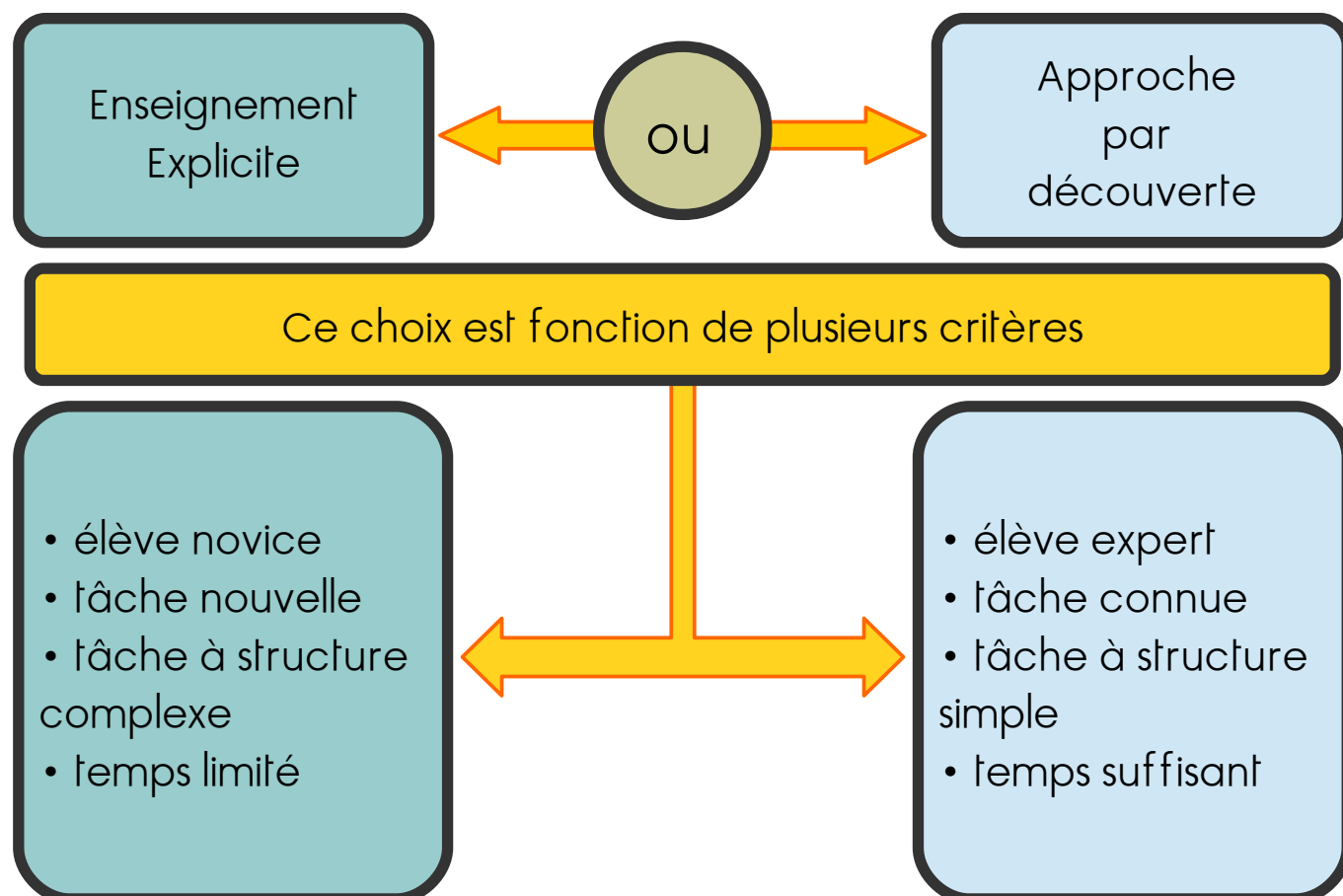
Quand opter pour un guidage fort et quand préférer une approche ouverte non guidante ?

Tout dépendra du niveau d'expertise de l'élève par rapport à la tâche proposée. Les recherches sur l'expertise dans un domaine d'apprentissage ont montré que les situations d'apprentissage idéales pour les experts et les novices sont différentes.

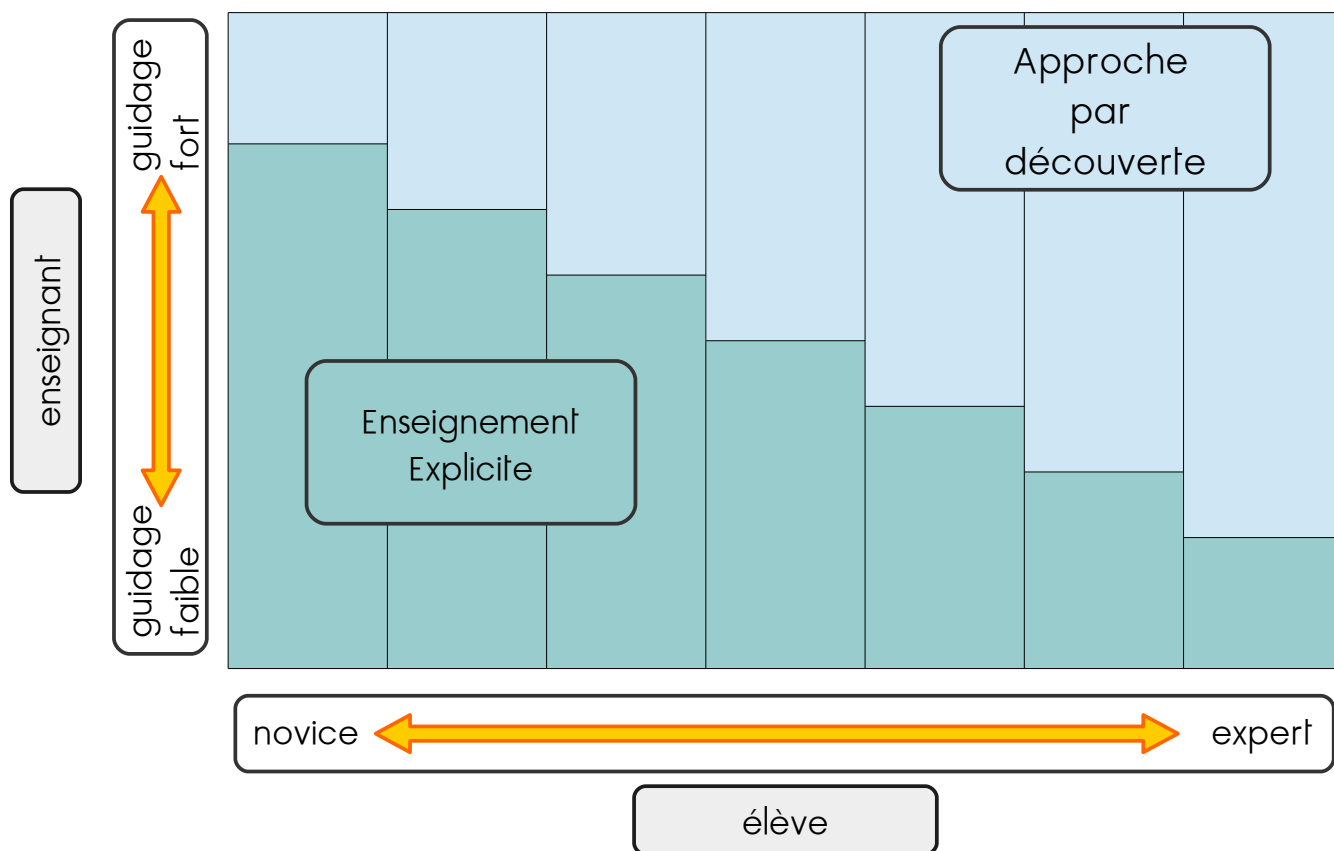
- Les experts accèdent préférentiellement à de nouveaux savoirs avec un guidage très faible dans leurs domaines de prédilection. Ils ont un réseau de connaissances très riche.

- Les novices accèdent préférentiellement à de nouveaux savoirs lorsqu'ils reçoivent un guidage pédagogique complet et explicite. Ils ont un réseau de connaissances peu développé.

Voici un schéma explicatif permettant de questionner et situer au mieux sa posture selon le profil des élèves :



La posture de l'enseignant et celle de l'élève vont donc s'inscrire dans un continuum où la part de chaque posture va varier progressivement, l'expertise entraînant un guidage moindre.



UN FORMAT D'ACTION EFFICACE : JE, NOUS, VOUS.

Nous présentons ici une démarche expérimentée dans des classes de cycle 2 et 3 qui s'appuie sur la recherche en éducation. Cette démarche proposée est issue de la Pédagogie Explicite. C'est une démarche ternaire.

1

JE

Nous l'avons détaillé précédemment, durant cette première phase « *L'enseignant présente explicitement la notion étudiée et réalise la tâche devant les élèves en mettant un haut-parleur sur sa pensée* ». En résolution de problèmes, il s'agit alors pour l'enseignant de prendre en charge la résolution de manière experte en montrant et expliquant progressivement comment résoudre efficacement des problèmes ou des catégories de problèmes.

L'enseignant rend visible son cheminement mental en modélisant, explicitant et résolvant devant les élèves un ou plusieurs problèmes. Cette approche durant laquelle l'enseignant a recours à de nombreux exemples et contre-exemples est un puissant levier pour la compréhension des élèves, comme nous le montre la recherche en éducation¹.

Cette présentation interactive n'est pas un monologue. Elle permet de rendre visibles les liens entre ce que sait déjà l'élève et ce qu'il va découvrir, elle permet à l'enseignant de baliser le cheminement des élèves jusqu'au point de maîtrise. Les élèves, et notamment les petits parleurs, sont donc très sollicités pour verbaliser les procédures de l'enseignant, reformuler les questionnements, se remémorer des stratégies préalablement enseignées. Cette verbalisation fréquente est d'autant plus rassurante pour les élèves qu'ils disposent alors d'éléments « garantis par l'enseignant » auxquels ils peuvent faire référence. Les élèves se voient donc proposer des modèles validés et des stratégies éprouvées régulièrement.

Durant toute cette phase, l'enseignant adopte la posture des petits pas : progressivement du simple vers le complexe.

1 [Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work, Paul A. Kirschner, John Sweller & Richard E. Clark; 2010](#)

La phase « Nous » peut se définir ainsi : « *Les élèves, seuls ou en groupes, réalisent la tâche, l'exercice, la manipulation préalablement présentée par l'enseignant mais avec un étayage* ».

Durant cette phase, de très nombreux problèmes seront résolus en coopération (élèves + enseignant, élève + élève) selon les procédures enseignées et analysées lors de l'étape « JE ».

Les élèves sont donc amenés à résoudre progressivement de manière experte en réutilisant les procédures utilisées par l'enseignant et en les mettant à leur main afin de garantir l'acquisition progressive de compétences solides de résolution.

Les élèves n'agissent pas encore de façon complètement autonome durant cette étape, l'enseignant va les guider et les accompagner en questionnant qualitativement et quantitativement (groupe et individuel) et en faisant verbaliser toutes les stratégies utilisées pour en valider la pertinence.

Il soutient les élèves dans la tâche en offrant de nombreuses rétroactions correctives et positives. Il valide et corrige, affinant savoir, savoir-faire et savoir-être. Il rend visibles les réussites des élèves et les partage en favorisant les interactions positives entre pairs. Ces rétroactions riches naissent de l'analyse des productions des élèves et des interventions de l'enseignant.

Les étapes de la résolution (lire, traduire, calculer, répondre) sont réalisées par le groupe d'élèves, ou le groupe classe, et sont validées collectivement. L'automatisation des stratégies employées nécessite ce temps de « freinage » où les étapes, et leur validation, seront clairement matérialisées par l'enseignant au profit des élèves. Chaque problème résolu devient ainsi un problème de référence pour les élèves avec des modélisations efficaces et des stratégies explicitées et employées.

Il est donc nécessaire dans la phase « **Nous** » que les élèves réalisent un nombre important de tâches, d'exercices ou de manipulations semblables à celles présentées par l'enseignant jusqu'à obtenir un taux de réussite élevé.

Cette étape prépare l'élève à une plus grande autonomie.

Cette phase « **Vous** » est le prolongement de la phase « **Nous** ». Ce prolongement s'inscrit dans un continuum sans qu'il existe de rupture franche entre les deux. Ce passage sera progressif et individuel sans empêcher un retour en arrière si cela s'avérait nécessaire.

L'élève va continuer à appliquer les stratégies, techniques ou algorithmes appris et entraînés jusqu'à atteindre une fluidité d'utilisation, c'est le point de surapprentissage. En résolution de problèmes, un support de travail reprenant tout ou partie des catégories préalablement étudiées, pourra être proposé aux élèves afin qu'ils puissent s'exercer à la résolution pour automatiser les procédures expertes.

En résolution de problèmes, au sein d'une classe hétérogène où l'individualisation et la différenciation des parcours des élèves posent plus de problèmes qu'elles n'en résolvent, le basculement vers cette modalité de travail pourrait être conditionné aux éléments suivants :

- un enseignement explicite de la modélisation ;
- un enseignement des stratégies de résolution ;
- un taux de réussite très élevé des élèves durant la pratique guidée, la phase « Nous ».

Cette étape permet alors à l'élève de réutiliser seul les procédures enseignées afin de gagner en efficacité, en autonomie et en confiance. Ainsi, l'étayage initialement proposé sera de plus en plus restreint à mesure que l'élève gagnera en maîtrise. Ce changement de posture est toujours lié à l'analyse des productions des élèves suite aux rétroactions.

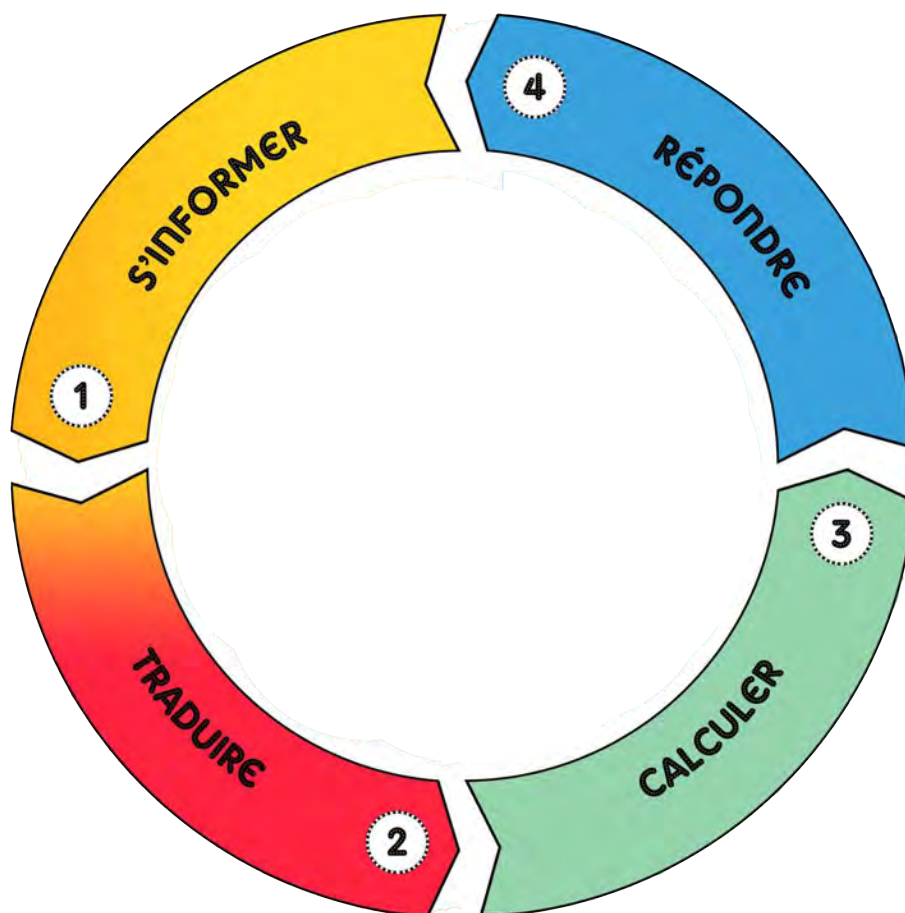
En proposant aux élèves un support de travail dédié (un livret de problèmes, un cahier d'exercices, etc.), chaque production témoignera de l'acquisition d'automatismes et devra être validée par l'enseignant, qui vérifiera les critères qui auront été préalablement explicités aux élèves.

Par exemple :

- la modélisation choisie ;
- la pertinence du choix du signe opératoire ;
- l'exactitude de l'opération ;
- la précision de la réponse écrite.

L'élève sera ainsi amené à reprendre, refaire et corriger ses productions jusqu'à amélioration de sa réussite.

LES ÉTAPES DE LA RÉOLUTION



Ces étapes donnent un cadre méthodologique simple et compréhensible pour résoudre un problème arithmétique. Bien sûr, parce qu'il est simplifié, ce cheminement pourrait sembler simpliste. Et s'il était si simple de décomposer l'activité de résolution de problèmes, celle-ci ne poserait aucune difficulté à nos élèves.

Chaque élément de ce cadre est décomposable en plusieurs activités hiérarchisées qui vont mener à une résolution efficace du problème posé.

Ce cheminement est organisé pour permettre le passage d'un langage à un autre, très progressivement, en engageant l'élève dans une démarche qui lui demande d'analyser son activité.

Bien sûr, ce déroulé est montré et expliqué par l'enseignant, qui l'utilise comme support d'explicitation et de questionnement auprès des élèves. Il s'en saisit également lorsqu'il veut montrer comment il résout, comment il mobilise ses stratégies. C'est une feuille de route de la résolution et les élèves seront guidés et accompagnés dans cette analyse jusqu'à ce qu'ils puissent pratiquer de manière autonome.

Ce cadre méthodologique est pensé plus particulièrement pour les élèves en difficulté. Nous avons observé à de nombreuses reprises, et cela quel que soit le niveau concerné, les éléments suivants :

- Lecture parcellaire de l'énoncé.
- Lecture parcellaire, voire inexistante de la question.
- Focalisation sur les données numériques (surlignage, soulignage) sans discrimination des éléments porteur de sens.
- Méconnaissance/ignorance de l'étape de traduction via une incapacité à organiser les éléments porteurs de sens.
- Passage au calcul immédiat (souvent l'addition).
- Réponse construite à partir de la lecture parcellaire de l'énoncé et non à partir de la lecture préalable de la question.

Nous émettons l'hypothèse que le passage très rapide, voire immédiat pour ces élèves, au calcul pour résoudre le problème est la conséquence de la perception erronée de la nature de l'activité de résolution de problèmes. Celle-ci est perçue comme étant une activité de calcul (en utilisant les données présentes) alors qu'il s'agit principalement de comprendre une situation langagière pour la traduire en équation mathématique. Les étapes « S'informer » et « Traduire » sont alors réduites ou mises de côté par ces élèves qui peinent à réguler leur activité.

Il nous apparaît primordial de **freiner** ces élèves pour :

- rendre visible les étapes implicites de la résolution ;
- rendre visible l'articulation implicite de ces étapes dans le processus de résolution ;
- réguler progressivement leur impulsivité en les faisant récapituler les étapes de résolution.

« Freiner » l'élève, ce n'est donc pas seulement ralentir son action, c'est aussi augmenter son temps de réponse, c'est encore renforcer et réorienter son activité intellectuelle, c'est enfin le faire renoncer à la réponse simpliste et stéréotypée. Nous lui proposons donc de prendre connaissance d'un processus et de le mettre en œuvre. Résoudre, c'est alors procéder selon les opérations que nous développons à présent.

MON MÉMO :

LES ÉTAPES POUR RÉSOUDRE UN PROBLÈME ARITHMÉTIQUE

① LIRE

② TRADUIRE

③ CALCULER

④ RÉPONDRE

Pour « freiner » temporairement les plus impulsifs en rendant toujours visibles les étapes nécessaires pour résoudre et en s'assurant également de leurs validations progressives, nous proposons une carte mémo. Cette carte, individuelle ou collective, pourra servir de support de rappel des étapes nécessaires pour résoudre. Il s'agit d'un support mémoriel simple, épuré, utilisable en classe en lieu et place d'un affichage trop lourd.

L'objectif visé est ici l'automatisation de ces étapes par les élèves les plus fragiles.

Ce mémo étant réduit aux étapes non réductibles d'un processus de résolution, l'enseignant peut l'utiliser pour faire verbaliser et développer les étapes par les élèves (**traduire** : avec quels supports ? **Calculer** : avec quelle technique ? Etc.) ou pour reprendre un élément faisant défaut dans une étape (**répondre** : « Tu as oublié la grandeur dans la réponse. »)

Ce mémo permettra alors de guider et valider : en amont, il posera des balises sur le chemin de l'élève qui va résoudre, lui indiquant les grandes étapes de son futur raisonnement et, en aval, lui permettra de vérifier et valider sa production.

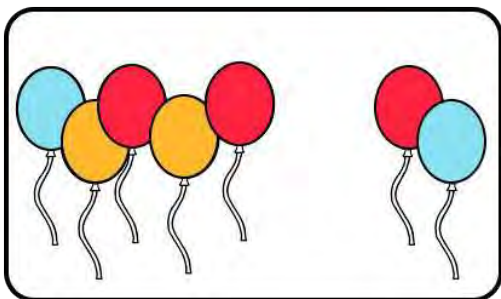
Nous développons à présent ci-dessous les différentes étapes du processus de résolution.

Première étape essentielle du processus de résolution, il s'agit de récolter les informations textuelles qui vont permettre une première compréhension de la situation donnée.

Chez l'élève lecteur, cette prise d'informations se fera par la lecture de l'énoncé et de la question, accompagnée par les éventuelles explications et enrichissements de l'enseignant. Il convient alors que l'élève puisse visualiser la situation en la lui rendant accessible. Cela ne signifie pas qu'il faille simplifier syntaxiquement ou lexicalement les énoncés, au risque d'enfermer les élèves dans des situations simplistes. Il s'agit de leur apporter explicitement les prérequis nécessaires à la compréhension. Les élèves vont enrichir leur bagage linguistique et sémantique pour accéder progressivement à une compréhension de plus en plus fine des énoncés.

Chez l'élève non-lecteur, l'enseignant prend à sa charge la transmission de l'information. Par une lecture expressive, appuyant sur les termes importants de l'énoncé, pour préparer par la suite la lecture autonome, l'enseignant montre à l'élève comment repérer et comprendre les éléments mathématiques et les relations entre ces éléments.

Bien sûr, un problème arithmétique peut être présenté sous une forme non textuelle. Une illustration judicieusement choisie par l'enseignant permet de parler de la situation et de faire parler sur elle. L'enseignant travaillera alors plus spécifiquement la description de la situation et la verbalisation par les élèves des interactions entre les éléments porteurs de sens.



Cette image peut servir de support pour verbaliser différentes situations.

- Recherche d'un **tout** (les ballons)
- Recherche d'une **partie** (les ballons rouges)
- Recherche d'un **état initial** (combien de ballons avant la fuite des 2 ballons)
- Une **comparaison** (combien de plus ou de moins)

Enfin, et quel que soit le profil de l'élève, l'anticipation de la réponse attendue est un élément de compréhension non négligeable. Apprendre à transformer la question du problème en phrase réponse sera une aide supplémentaire pour identifier les éléments porteurs de sens de l'énoncé.

2) TRADUIRE

Il s'agit pour l'élève d'acquérir la capacité à traduire un énoncé textuel en équation mathématique ; pour cela, il va être amené à passer d'un registre langagier à un registre calculatoire grâce à un registre transitoire, le registre schématique.

Le schéma utilisé, ou modèle, permettra à l'enseignant de représenter explicitement les informations du problème (quantités, mesures), ainsi que les relations entre elles afin de rendre apparente la structure du problème. La traduction retire l'habillage sémantique pour aller vers le squelette mathématique. Il est une trace du processus de compréhension de l'élève.

Quelques exemples :

1

Dans une caisse, il y a 145 kg de pommes. On retire 132 kg pour faire du jus. Combien y a-t-il de kilogrammes de pommes désormais ?

À partir de cet énoncé, voici les éléments à traduire :

- Une quantité initiale de 145 kg de pommes.
- Un retrait de 132 kg de pommes.
- Une quantité finale inconnue.

145

145 $\xrightarrow{-132}$

145 $\xrightarrow{-132}$?

145

132 ?
145

SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

Nous faisons d'abord apparaître la quantité initiale, c'est le point de départ de notre « histoire » mathématique. Nous faisons ensuite apparaître la modification de cette quantité initiale en marquant le retrait. Nous rendons

ensuite visible ce qui est inconnu et qui va faire l'objet de notre recherche, la quantité finale.

Le schéma désormais abouti est composé d'éléments porteurs de sens et propose dès lors une première « équation » permettant de résoudre par le calcul : $145 - 132 = ?$

2

Dans un collège, il y a 113 garçons et 134 filles.
Combien y a-t-il d'élèves en tout dans ce collège ?

À partir de cet énoncé, voici les éléments à traduire :

- Un nombre de garçons.
- Un nombre de filles.
- Une quantité totale d'élèves.

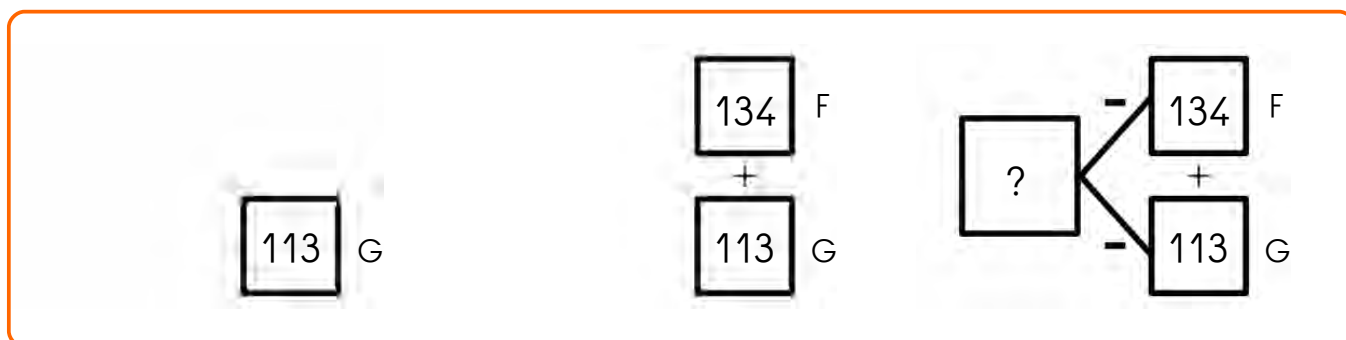


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

Nous faisons apparaître un des deux éléments connus, le nombre de garçons. Nous faisons ensuite apparaître le second élément connu, le nombre de filles. Nous rendons enfin visible ce qui est inconnu et qui va faire l'objet de notre recherche, le total.

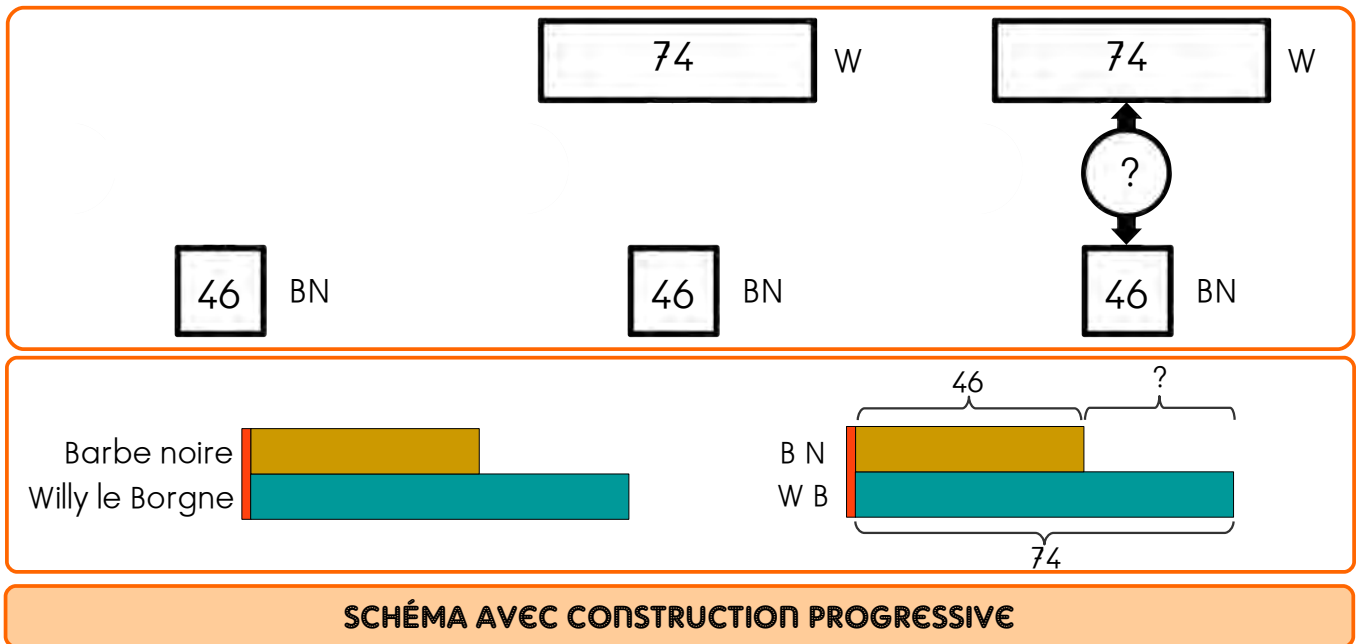
Le schéma désormais abouti est composé d'éléments porteurs de sens et propose dès lors une première « équation » permettant de résoudre par le calcul : $113 + 134 = ?$

3

Dans le coffre de Barbe Noire il y a 46 lingots. Dans celui de Willy le Borgne il y en a 74. **Combien y a-t-il de lingots de plus dans le coffre de Willy le Borgne ?**

À partir de cet énoncé, voici les éléments à traduire :

- Le nombre de lingots de Barbe Noire.
- Le nombre de lingots de Willy le Borgne.
- La différence entre les deux quantités.



Nous faisons apparaître la plus petite quantité connue, le nombre de lingots de Barbe Noire. Nous faisons ensuite apparaître la plus grande quantité connue, les lingots de Willy le Borgne. Nous rendons enfin visible ce qui est inconnu et qui va faire l'objet de notre recherche, l'écart entre les deux quantités.

Le schéma désormais abouti est composé d'éléments porteurs de sens et propose dès lors une première « équation » permettant de résoudre par le calcul : $46 + ? = 74$ soit $74 - 46 = ?$

3) CALCULER

Une fois la traduction du problème établie et la compréhension de celui-ci affirmée, l'élève peut débiter la résolution en mettant en équation les éléments identifiés (quantités, mesures).

Le calcul à effectuer peut être proposé sous plusieurs formes selon les attendus de l'enseignant et les capacités de l'élève. Pour tous les niveaux, c'est le principe de parcimonie qui prévaut : l'opération la moins coûteuse cognitivement et qui assure le taux de réussite le plus élevé. L'élève est donc engagé progressivement, via les rétroactions, dans la voie de l'expertise en utilisant les stratégies les plus efficaces et économes pour tous les algorithmes.

Quelles seraient les productions possibles ?

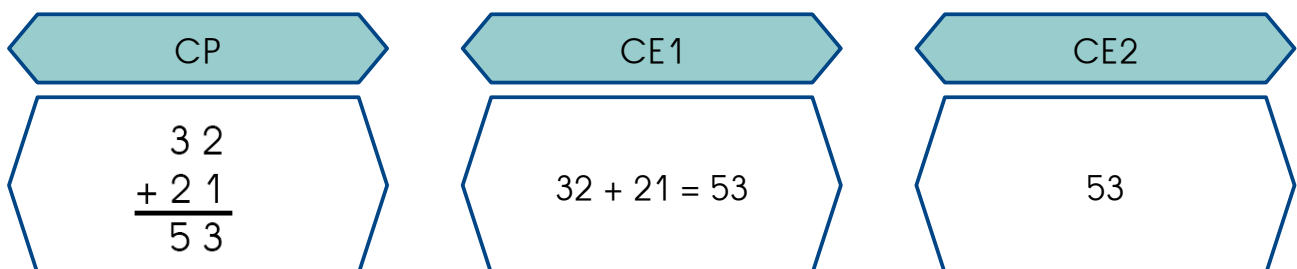
- **la réponse orale** : un problème est proposé oralement, l'élève répond sans laisser de trace écrite.

- **le calcul en ligne** : l'élève dispose des connaissances et habiletés lui permettant de se passer d'un algorithme de calcul posé. Il propose donc un calcul en ligne.

Exemple : $32+21=53$

- **le calcul posé** : l'opération qui devra être effectuée nécessite l'utilisation d'un algorithme de calcul du fait de sa difficulté perçue par l'élève.

Exemple : Un calcul posé par un élève de CP sera probablement abordé en ligne par un élève de CE1. Cette même opération sera peut-être également résolue oralement par un élève de CE2.



Le calcul est une trace du processus de résolution de l'élève. Il peut être nécessaire, mais néanmoins insuffisant. Il témoigne de la compréhension ou non de l'énoncé et est une source d'informations précieuse. En cela, il est évaluable et permet à l'enseignant d'analyser les stratégies employées et le degré de maîtrise de l'élève. Si le processus de calcul est mental, il devra être verbalisé afin que l'enseignant puisse accéder aux stratégies de l'élève et proposer une rétroaction de correction ou de validation.

4)

RÉPONDRE

La réponse à un problème arithmétique peut se faire sous différents formats selon que l'élève est scripteur ou non, ou encore selon la forme prise par la question posée par l'enseignant.

Si nous prenons le cas général d'un problème mis en mots et composé d'un énoncé et d'une question, ces deux éléments étant écrits et destinés à être lus, l'élève répondra dans la grande majorité des cas par une réponse rédigée obéissant à une norme syntaxique et orthographique. La réponse à la question a été amorcée dès les premiers pas de la résolution du problème. En effet, lors de la phase de prise d'informations, au cœur de la première étape de résolution, l'élève a déjà anticipé la forme de réponse attendue. Il va ici poursuivre sa démarche.

Bien qu'ayant déjà traité une grande part du problème, et ayant renforcé la compréhension qu'il avait de celui-ci, il s'agira pour l'élève de relire la question pour y prélever les mots qui assureront l'intelligibilité de la réponse. La production d'une réponse orale ou écrite doit faire l'objet d'un apprentissage pour rendre accessibles à l'élève les normes existantes.

Par exemple :

Q Combien y a-t-il de filles dans ce collège ?

R Il y a ... filles dans ce collège.

Q Combien d'oiseaux se sont envolés ?

R ... oiseaux se sont envolés.

Q Quelle est la masse de pommes maintenant ?

R La masse de pommes est de ... kilogrammes maintenant.

Q Combien de centimètres Alice mesurait-elle à la naissance ?

R Alice mesurait ... centimètres à la naissance.

Une fois la réponse rédigée, elle est relue et vérifiée pour s'assurer de la justesse de l'orthographe. Les mots de la question, recopiés dans la réponse, facilitent cette vérification.

ÉTAPES

EN DÉTAIL

REGISTRE SÉMIOTIQUE

1

S'INFORMER

Lire ou **écouter** l'énoncé du problème pour débiter sa compréhension. C'est le premier prélèvement d'informations.

Identifier la question : la relire pour entendre ce que l'on ne sait pas et que l'on va chercher.

Transformer la question en phrase réponse : anticiper la réponse attendue.

Organiser les informations importantes du problème.

Registre langagier

2

TRADUIRE

Schématiser : représenter par un modèle les informations du problème (quantités, mesures) ainsi que les relations entre elles afin de rendre apparente la structure du problème. Le schéma est une trace du processus de compréhension de l'élève.

Registre schématique

3

CALCULER

Calculer : mettre en équation les éléments identifiés (quantités, mesures) afin de résoudre par le calcul. Le calcul peut être en ligne ou posé, il est une autre trace du processus de résolution de l'élève. Si le processus est mental, il devra être verbalisé.

Registre calculatoire

4

RÉPONDRE

Répondre à la question posée à l'écrit ou à l'oral en respectant les règles syntaxiques, orthographiques et grammaticales.

Registre langagier

EXEMPLES

Quelle forme concrète prend l'enseignement explicite de la résolution d'un problème ? Quel cheminement la pensée emprunte-t-elle et quels mots rendent visible ce chemin pour l'élève ? Quelles réponses apporte l'enseignant aux questions qu'il se pose et qu'il expose à l'élève ?

Voici quelques exemples (**modèles de Vergnaud pour l'enseignant et modèle en barres pour l'élève**) présentant un problème de référence pour l'enseignant et 3 problèmes progressifs :

NIVEAU DÉBUTANT

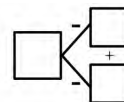
NIVEAU INTERMÉDIAIRE

NIVEAU AVANCÉ

qui permettront de mieux comprendre l'activité invisible et visible de l'enseignant dans la phase d'explication de la pratique guidée que nous appelons **Je**.

Ces exemples concernent d'une part 6 grandes catégories de problèmes à structure simple :

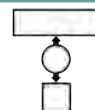
- Composition



- Transformation



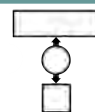
- Comparaison



- Proportionnalité simple



- Comparaison multiplicative



- Configuration rectangulaire



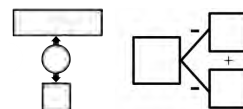
Ces exemples concernent d'autre part les problèmes à structure complexe avec des exemples de difficulté croissante.

Rappelons que les problèmes nommés « **complexes** » le sont du fait de leur structure combinant plusieurs structures simples. Ainsi, un problème complexe pourra être modélisé comme un assemblage de problèmes simples imbriqués.

Exemples :

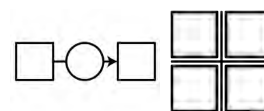
- Comparaison multiplicative + Composition

Maïa a 20 macarons au chocolat dans la cuisine.
Elle a 4 fois plus de macarons à la fraise.
Combien de macarons a-t-elle en tout ?



- Transformation + Proportionnalité simple

Julian a 100 bonbons. Il en distribue à ses amis et n'en garde que 4. Chaque ami reçoit 12 bonbons.
Combien d'amis a-t-il ?



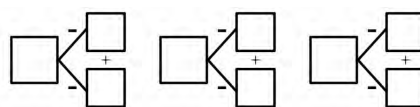
- Configuration rectangulaire + Proportionnalité simple

Un champ mesure 29 m de long pour 8 m de large. Des pommiers sont plantés et chacun d'eux occupe 4 m². **Quel est le nombre maximum de pommiers ?**



- Composition + Composition + Composition

Un spectacle historique accueille 550 personnes dont 325 enfants. Parmi les adultes, il y a $\frac{2}{3}$ d'hommes, et $\frac{1}{3}$ des femmes est venu avec des costumes d'époque. **Combien de femmes ne sont pas costumées ?**



EXEMPLES : LA COMPOSITION

Tout ou partie ou l'apprentissage de la composition

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

La Seine, le Rhône et la Loire mesurent au total 2 318 km de long. La Seine mesure 776 km et le Rhône mesure 522 km. **Combien de kilomètres mesure la Loire ?**

1

Lire

Le texte me propose une balade en France, c'est ce que je comprends après avoir observé une carte du pays pour y retrouver le parcours des cours d'eau présentés dans la première phrase.



Note sur les longueurs des fleuves : Référence Encyclopédie Larousse

Rien ne fait plus obstacle à ma complète compréhension de l'exposé d'un état de fait. J'ai donc affaire ici à un constat portant sur les longueurs respectives de trois fleuves français. **Mis bout à bout, Seine, Rhône et Loire forment un long ruban aquatique de 2 318 km de long.** L'énoncé fournit aussi la longueur de deux fleuves et la question m'interroge sur la longueur d'un troisième. Autrement dit, j'observe un ensemble composé de trois éléments, dont je connais la valeur de deux d'entre eux (**valeur partielle ou la partie**) et dont je connais la somme des valeurs (**valeur globale ou le tout**).

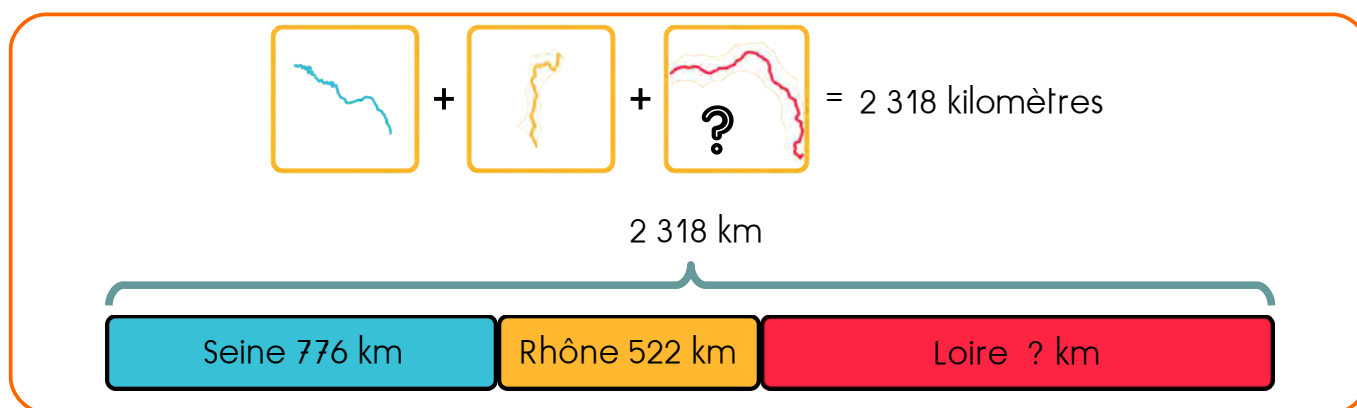
Un tout et trois parties, telle est la structure profonde de ce problème. **La combinaison des trois parties forme le tout, telle est la loi de la composition.** Mais ici, j'observe que la détermination de la valeur d'une des parties (la longueur de la Loire) est manquante. **Je ne dois donc pas déterminer un tout, mais une partie.**

② Traduire

Je poursuis le déshabillage du problème. Dans un premier temps, je le mets en équation, puis je favorise l'accès à la compréhension du sens de la nouvelle formulation ou renforce cette connaissance par la présentation de deux schémas.

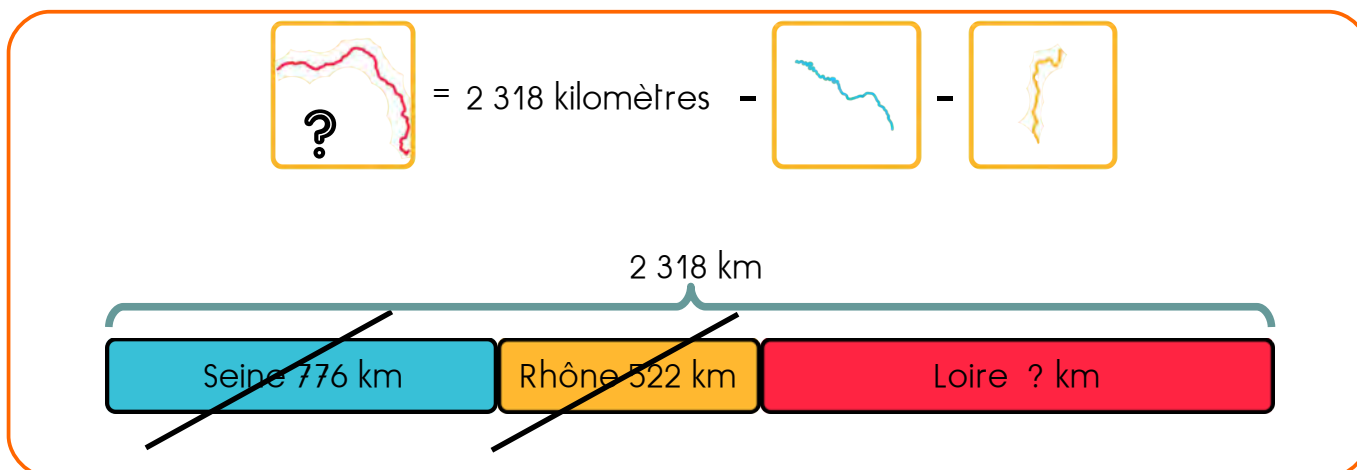
- Longueur connue de la **Seine** + longueur connue du **Rhône** + longueur inconnue de la **Loire** = **longueur totale connue**

Cette égalité peut se représenter ainsi :



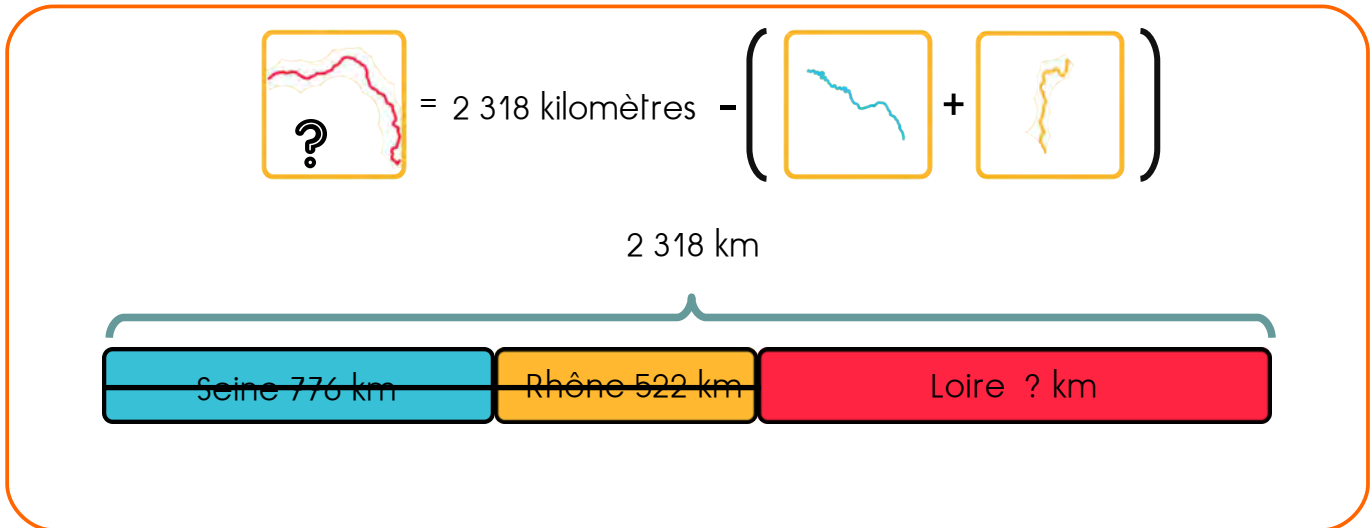
Alors

- Longueur inconnue de la **Loire** = **longueur totale connue** – longueur connue de la **Seine** – longueur connue du **Rhône**



Ou

- Longueur inconnue de la **Loire** = **longueur totale connue** – (longueur connue de la **Seine** + longueur connue du **Rhône**)

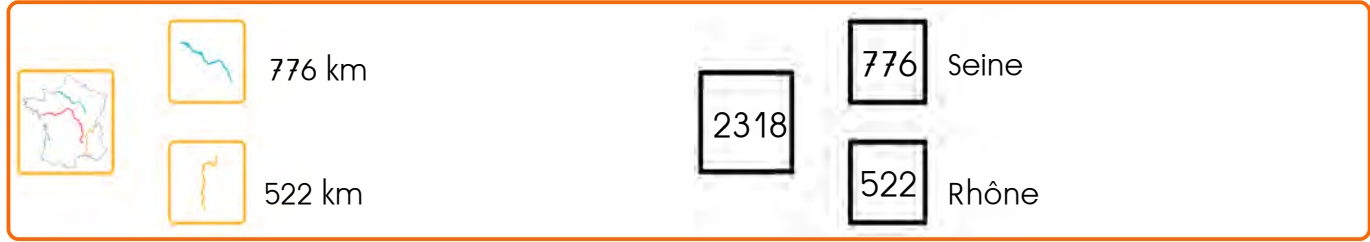


Dans un second temps, je réalise la représentation du réel d'une autre manière. J'accroche la symbolisation de ce dernier et rend davantage visibles les relations entre le tout et les parties. Je mets donc en évidence non seulement la structure ou la composition d'un ensemble que j'appelle « **Tout et parties** », mais aussi les liens qui assurent la stabilité de cet ensemble ou la composition des relations.

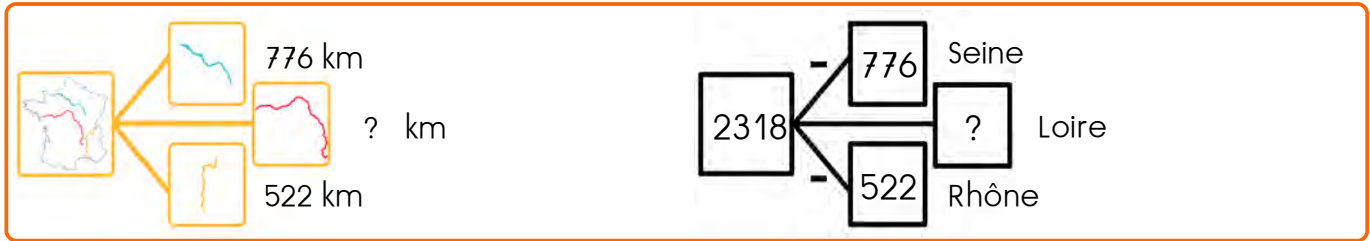
Pour cela, je trace d'abord un grand carré qui représente le tout. J'inscris dans cette forme la longueur totale des trois fleuves mis bout à bout (2 318 km).



Je trace ensuite deux petits carrés dans lesquels j'inscris les deux longueurs connues des fleuves.



Je trace désormais le troisième carré et je place le point d'interrogation qui symbolise le but de ma recherche ou la donnée inconnue. Enfin, toutes ces formes sont liées par un trait, trait d'union entre le tout et les parties.



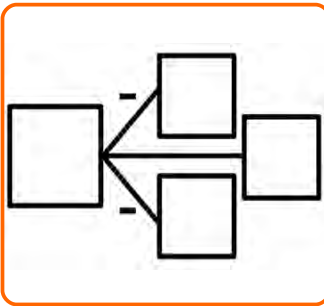


SCHÉMA VIERGE

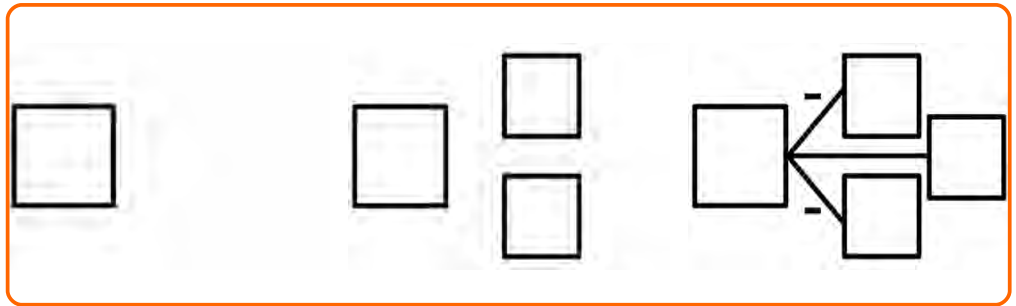


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

Je calcule, c'est-à-dire que j'écris une opération utilisant des nombres dont j'ai compris à quoi ils réfèrent. J'ai en mémoire les traductions que j'ai faites précédemment.

- **Les deux retraits successifs** : la longueur de la Loire est égale au retrait de la longueur de la Seine, puis au retrait de la longueur du Rhône du résultat de la soustraction précédente. Je comprends que je vais écrire non pas une, mais deux opérations.

- **Le retrait de la somme** : la longueur de la Loire est égale à la différence entre la longueur totale des trois fleuves et la somme des longueurs connues de deux fleuves. Je comprends que je vais écrire non pas une, mais deux opérations.

Solution 1

$\begin{array}{r} 2318 \\ - 776 \\ \hline 1542 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1542 \\ - 522 \\ \hline 1020 \end{array}$
---	---

Solution 2

$\begin{array}{r} 776 \\ + 522 \\ \hline 1298 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2318 \\ - 1298 \\ \hline 1020 \end{array}$
--	--

4 Répondre

Je réponds maintenant, c'est-à-dire que j'habille le nombre exprimant le résultat, je lui donne du sens. Pour cela, je relis la question qui fournit les mots dont je vais couvrir le nombre. J'écris donc, en respectant les règles de la grammaire et de l'orthographe, la phrase :

Réponse : La Loire mesure 1 020 km.

Je relis ma phrase pour vérifier sa justesse orthographique et la présence de la majuscule initiale et du point final.

2

Maxime a 10 perles bleues et 8 perles jaunes.
Combien de perles a-t-il en tout ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre de perles bleues.
- Un nombre de perles jaunes.
- Un nombre total de perles.

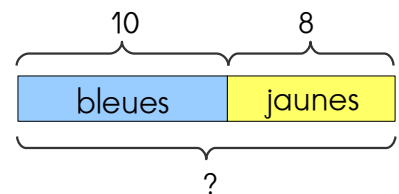
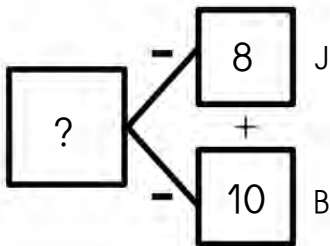


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 8 \\ \hline 18 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$8 + 10 = 18$$

Oral

$$18$$

④ Répondre

Q Combien de perles a-t-il en tout ?R Il a ... perles en tout.

Réponse : Il a 18 perles en tout.

3

Parmi les 125 personnes venues au spectacle, 76 sont des adultes.
Combien d'enfants y a-t-il au spectacle ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre total de personnes au spectacle.
- Un nombre d'adultes.
- Un nombre d'enfants.

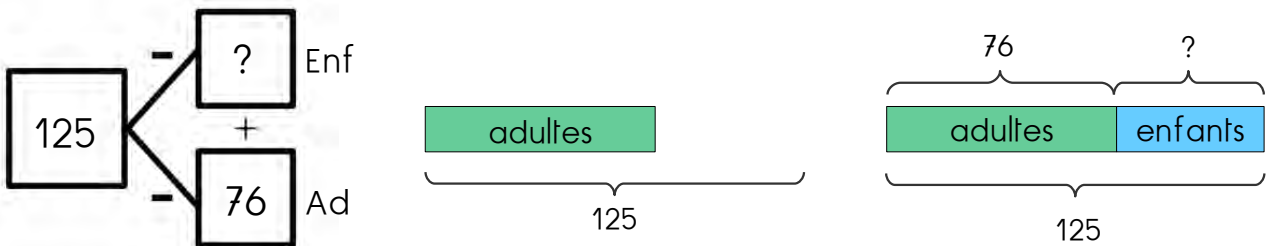


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 125 \\ - 76 \\ \hline 049 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$125 - 76 = 49$$

Oral

49

④ Répondre

- Q Combien d'enfants y a-t-il au spectacle ?
- R Il y a ... enfants au spectacle.

Réponse : Il y a 49 enfants au spectacle.

4

La cale du bateau contenait 124 kg de crevettes, 252 kg de langoustines et des caisses de homards pour un total de 573 kg de marchandise.

Quelle est la masse de homards dans la cale ?

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Une masse de crevettes.
- Une masse de langoustines.
- Une masse de homards.
- Une masse totale de marchandise.

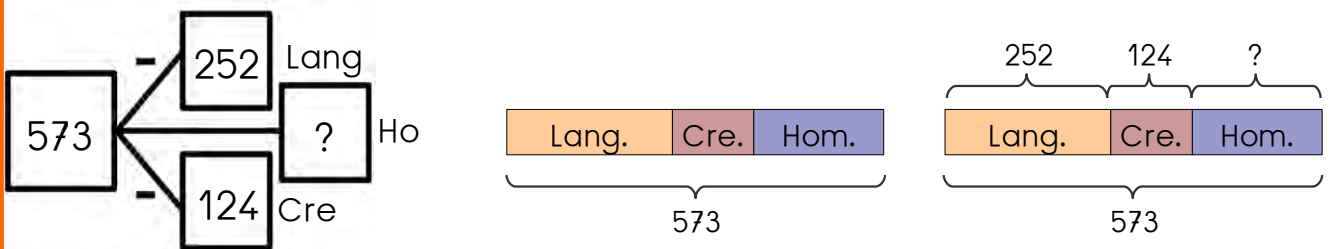


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 252 \\ + 124 \\ \hline 376 \end{array} \quad \begin{array}{r} 573 \\ - 376 \\ \hline 197 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$252 + 124 = 376$$

$$573 - 376 = 197$$

Oral

$$376$$

Puis

$$197$$

4 Répondre

Q Quelle est la masse de homards dans la cale ?

R La masse de homards dans la cale est de ... kg.

Réponse : La masse de homards dans la cale est de 197 kg.

EXEMPLES : LA TRANSFORMATION

La transformation ou l'apprentissage du schéma narratif en mathématiques

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

726 vacanciers sont sur une plage. Soudain un orage éclate et 438 personnes courent se mettre à l'abri. **Combien reste-t-il de personnes sur la plage ?**

1

Lire

Je lis l'énoncé. Cette formulation banale de ma première action sur le problème doit être comprise ainsi : **cette lecture permet de prendre connaissance des informations nécessaires à la résolution**. Elle doit donc éviter l'écueil de la superficialité créée par l'apparente simplicité du texte du problème. Cette lecture attentive et lente est à la base de mon raisonnement hypothético-déductif, elle en est la prémisse. Elle permet, je le rappelle, de recueillir les éléments significatifs contenus explicitement et implicitement dans le texte et sans lesquels il ne sera pas possible d'argumenter, d'exposer avec ordre mon analyse du réel et de conclure. Ces informations sont de deux ordres.

Le premier ordre ou l'ordre du visible concerne les données, c'est-à-dire les éléments connus. Certaines sont chiffrées (**726 vacanciers et 438 personnes**), d'autres relèvent d'un état de fait (**des vacanciers sont sur une plage**), d'une perturbation de cet état initial (**un orage éclate**), d'une réaction à cette perturbation (**la mise à l'abri**) et d'une transformation de l'état initial (**des vacanciers ont quitté la plage**). Je m'assure de ma bonne compréhension de la situation en la reformulant :

Des personnes en vacances sont sur une plage. Soudain, un orage éclate, alors des gens se mettent à courir pour se réfugier dans un endroit sûr.

Je relis les nombres (726 et 438). Je constate qu'ils sont différents, je comprends donc qu'une partie des vacanciers a quitté la plage et qu'une autre partie d'entre eux a décidé de rester sur la plage. La lecture de la question confirme cette conclusion que j'ai déduite des données chiffrées puisqu'**elle me demande de dire combien de personnes sont restées sur la plage malgré l'orage**.

Le second ordre ou l'ordre de l'invisible au premier regard concerne l'architecture ou le modèle de construction du problème, sa structure ou son squelette. Le texte du problème est construit selon un schéma narratif. J'ai affaire ici à une histoire qui a un début, qui se développe sous l'effet d'un événement et qui a une fin.

L'élément perturbateur modifie la donnée de départ, change donc ce nombre ou le transforme. Il me faut alors déterminer si ce changement ou cette transformation augmente ou diminue le nombre initial. Deux éléments du texte vont m'aider à indiquer cela. Premièrement, l'observation des deux nombres, dont le second constitue une partie du premier et représente la fraction du groupe qui se sépare du tout : **438 personnes parmi les 726 installées sur le sable quittent la plage**. C'est une diminution de l'ensemble. Deuxièmement, l'observation de la question dont j'extrais le mot « **reste** » qui traduit une diminution du nombre initial représentant le tout par le retranchement d'une partie de l'ensemble. **Le changement indiqué par le nombre 438 est une diminution du nombre initial.**

À cette étape de la résolution, **j'ai compris que le problème présente une histoire où il se passe quelque chose. J'ai compris aussi que j'ai affaire à une transformation négative.**

② Traduire

Je poursuis le déshabillage du problème. Je peux réunir tous les éléments de mon raisonnement, les combiner et rendre visible leur relation à l'aide d'un schéma ou d'une forme schématique qui fait comme les mots du texte l'essentiel du réel. Ce schéma me permettra de traduire tout problème de même structure que celui qui me préoccupe.

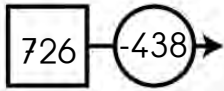
Puisque l'histoire exposée dans l'énoncé a un début (Il est quelque chose), un développement (Il se passe quelque chose) et une fin (Il est une nouvelle chose), je construis un schéma en trois parties fixées sur une ligne orientée de gauche à droite, présentant un ensemble initial qui change de forme, qui se transforme. La chronologie de l'énoncé fournit l'ordre des parties de mon schéma.

Je trace d'abord un carré dans lequel j'inscris le nombre initial ou la donnée de départ :



726

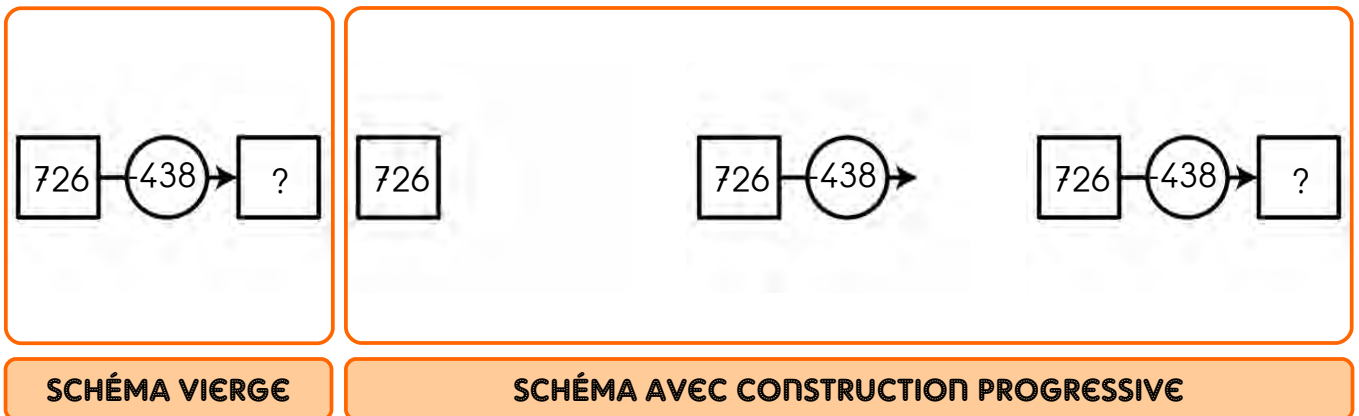
Je trace ensuite un cercle dans lequel j'écris la donnée traduisant le changement (438). J'écris aussi devant ce nombre le signe « moins » indiquant qu'il s'agit d'un retrait. Par inférence du contraire, j'écrirai devant le nombre traduisant le changement le signe « plus », indiquant qu'il s'agit d'un ajout.



Je trace un second carré dans lequel je place un point d'interrogation qui symbolise l'objet de ma recherche.



Mon schéma est bien la narration de la même histoire que celle exposée dans le texte, c'est le schéma narratif mathématique. J'ai décortiqué le texte, j'en ai épluché les mots et j'ai révélé synthétiquement ce qu'il dit (un ensemble initial changeant) et ce qu'il est (la narration d'un changement).



3 Calculer

Je calcule, c'est-à-dire que j'écris une opération utilisant des nombres dont j'ai compris à quoi ils réfèrent. Cette opération, c'est la soustraction. En effet, comme je l'ai indiqué plus haut, je soustrais une partie d'un tout. Je la pose en prenant soin d'aligner correctement tous les chiffres des deux nombres, puis je trace le trait à la règle. J'utilise la technique que je maîtrise. Si c'est celle par « cassage », je garde à l'esprit qu'elle me demande de tracer beaucoup de nouveaux signes (rature et chiffre). Je dois donc faire preuve de beaucoup de soin.

Calcul posé traditionnel

$$\begin{array}{r} 726 \\ - 438 \\ \hline 288 \end{array}$$

Calcul posé par cassage

$$\begin{array}{r} \overset{6}{\cancel{7}} \overset{11}{\cancel{2}} 6 \\ - 438 \\ \hline 288 \end{array}$$

Je suis alerté par l'infériorité des chiffres des unités et des dizaines du grand nombre par rapport à ceux du petit nombre. J'effectue une soustraction à retenues. Cela me pousse à la prudence et à la mobilisation de ma connaissance de cet algorithme particulier. Que je déconstruise pour reconstruire ou que je compense, je reste vigilant. Je peux vérifier simplement mon résultat en l'ajoutant au petit nombre de la soustraction. Si la somme des ces deux nombres est égale au grand nombre de la soustraction, mon calcul est juste.

4 Répondre

J'ai associé un nombre à la quantité recherchée, la grande quantité. Je dois à présent utiliser mon résultat dans un énoncé **démathématisé**. Je comprends qu'il faut associer une question exprimée avec des mots à une réponse construite avec des mots qui donneront du sens à un nombre. Il s'agit donc d'insérer ce nombre dans un ensemble d'unités lexicales syntaxiquement juste. La **démathématisation** ou la lexicalisation de ma réponse constitue la quatrième et dernière étape de mon processus de résolution.

Je réponds maintenant, c'est-à-dire que j'habille le nombre exprimant le résultat. Je lui donne du sens en lui donnant une enveloppe. Pour cela, je relis la question qui fournit les mots dont je vais couvrir le nombre. **J'écris donc, en respectant les règles de la grammaire et de l'orthographe, la phrase :**

Réponse : Il reste 288 personnes sur la plage.

Je relis ma phrase pour vérifier sa justesse orthographique et la présence de la majuscule initiale et du point final.

2

Maïa a vu 16 oiseaux dans le cerisier du jardin. Elle leur fait peur et 5 oiseaux s'envolent. **Combien d'oiseaux sont encore dans le cerisier ?**

①

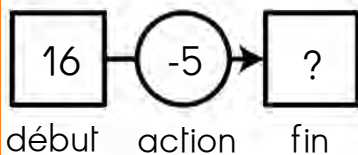
Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

②

Traduire

- Un nombre d'oiseaux au début de l'histoire.
- Une action qui se déroule.
- Un nombre d'oiseaux à la fin de l'histoire.



envole reste

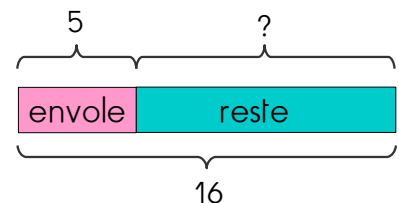


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③

Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 16 \\ - 5 \\ \hline 11 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$16 - 5 = 11$$

Oral

11

④

Répondre

Q

Combien d'oiseaux sont encore dans le cerisier ?

R

... oiseaux sont encore dans le cerisier.

Réponse : 11 oiseaux sont encore dans le cerisier.

3

Monsieur Morvan vient de dépenser 47 € au marché et il ne lui reste plus que 75 € dans son porte-monnaie. **Combien d'argent avait-il avant ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Une action qui se déroule.
- Une quantité d'argent à la fin de l'histoire.
- Une quantité d'argent au début de l'histoire.

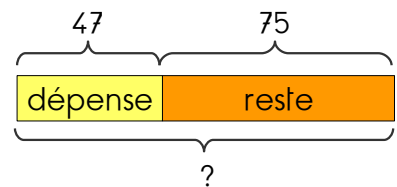
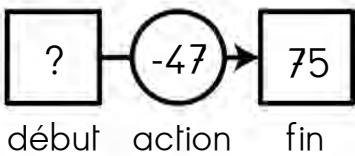


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 75 \\ + 47 \\ \hline 122 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} ? - 47 &= 75 \\ 75 + 47 &= 122 \end{aligned}$$

Oral

122

④ Répondre

Q Combien d'argent avait-il avant ?R Avant, il avait ... euros.

Réponse : *Avant, il avait 122 euros.*

4

Il y a 85 passagers dans un train en route vers Strasbourg. Au premier arrêt, 46 passagers montent et d'autres descendent.

S'il y a 74 passagers désormais, combien sont descendus au premier arrêt ?

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Un nombre de passagers au début de l'histoire.
- Une action qui se déroule.
- Une autre action qui se déroule.
- Un nombre de passagers à la fin de l'histoire.

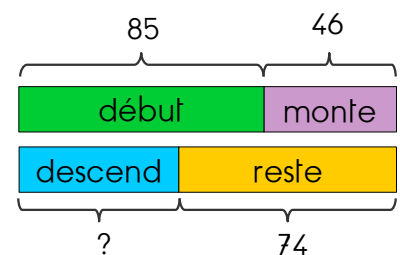
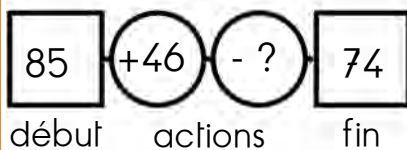


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 85 \\ + 46 \\ \hline 131 \end{array} \quad \begin{array}{r} 131 \\ - 74 \\ \hline 57 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 85 + 46 &= 131 \\ 131 - ? &= 74 \\ 131 - 74 &= 57 \end{aligned}$$

Oral

$$\begin{aligned} 131 \\ \text{Puis} \\ 57 \end{aligned}$$

4 Répondre

Q S'il y a 74 passagers désormais, combien sont descendus au premier arrêt ?

R ... passagers sont descendus au premier arrêt.

Réponse : 57 passagers sont descendus au premier arrêt.

EXEMPLES : LA COMPARAISON

Variation, écart et différence ou l'apprentissage de la comparaison

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

Dans un collège, il y a 238 garçons et 20 filles de plus.
Combien y a-t-il de filles dans ce collège ?

1

Lire

Je cherche tout de suite à expliciter cet exposé de la situation car il contient un obstacle qui brouille la compréhension. L'expression « **20 filles de plus** » attire mon attention. Faut-il comprendre qu'il y a 20 filles dans ce collège qui s'ajoutent au nombre de garçons ou faut-il comprendre que les filles sont plus nombreuses que les garçons dans ce collège ?

Cette alternative me commande de lire la question : **Combien y a-t-il de filles dans ce collège ?**

Je comprends alors que la seconde proposition de l'alternative est juste. En effet, le texte n'appartient à la catégorie des problèmes que parce qu'il contient une part non dite, une réalité cachée. Il invite à trouver une information dissimulée. Or, si le nombre de filles est inconnu comme l'indique la question, l'énoncé ne l'exprime donc pas explicitement. Je comprends qu'il n'y a pas 20 filles dans le collège. Je complète alors l'expression volontairement raccourcie par l'auteur expert de l'énoncé. **Il s'agit de 20 filles de plus que de garçons.** Je vérifie encore une fois mon interprétation de la situation en prélevant à nouveau l'information portant sur le nombre de garçons. Puisqu'il y a 238 garçons et non un nombre nul, il ne peut y avoir 20 filles dans ce collège.

Je viens de montrer que la compréhension de l'énoncé s'obtient certes par la compréhension des éléments qui le composent, mais aussi par la lecture et la compréhension de la question. **Pour résoudre le problème, je mets en relation, avant toute autre activité sur le réel exposé, les éléments présents dans la narration des faits et ceux du questionnement portant sur ces faits.** Je comprends que ma recherche de l'information absente s'appuie sur deux parties du problème spatialement disjointes, mais raisonnablement jointes. Ces deux parties sont liées sémantiquement et non chronologiquement. Je lis donc l'une avant l'autre, mais je lie l'une et l'autre sans le souci de l'antériorité et de la postériorité fixées par leur localisation dans l'espace de la page. Je comprends aussi que seule la logique syntaxique de l'énonciation

garantissant son intelligibilité restreint l'éparpillement des éléments porteurs de sens dans un ensemble visant à éviter le chaos ou la dissolution sémantique.

Je peux reformuler le problème ainsi tout en préservant ou en construisant les relations de sens entre ses éléments : **Dans un collège, il y a 238 garçons. Combien y a-t-il de filles ? Il y a 20 filles de plus.** Je ne peux évidemment pas le faire de la manière suivante : Dans un collège et 20 filles il y a 238 combien de filles garçons de plus ? Je comprends que la recomposition du sens ou du réseau sémantique intrinsèque au problème est liée à une organisation lexicale adéquate.

Il me faut maintenant rendre visibles pour les élèves ces réflexions premières dans mon processus de résolution. Je lis lentement l'énoncé du problème et teste ma compréhension.

- De qui parle-t-on ?
- De quoi parle-t-on ?
- Que me demande-t-on de chercher et de trouver ?

Je lis la question pour compléter mes informations. J'anticipe la réponse en la construisant, certes d'une manière incomplète puisqu'il me manque encore une quantité, à la façon d'une réponse à trou comme une addition à la recherche d'un terme manquant. Je confirme une hypothèse, en infirme une autre. J'utilise mes mots pour décrire une réalité. Il y a des garçons et des filles dans un collège. Je connais le nombre de garçons. Je sais qu'il y a plus de filles que de garçons et combien de filles il y a en plus. Je ne connais pas le nombre de filles inscrites dans ce collège. C'est le but de ma recherche.

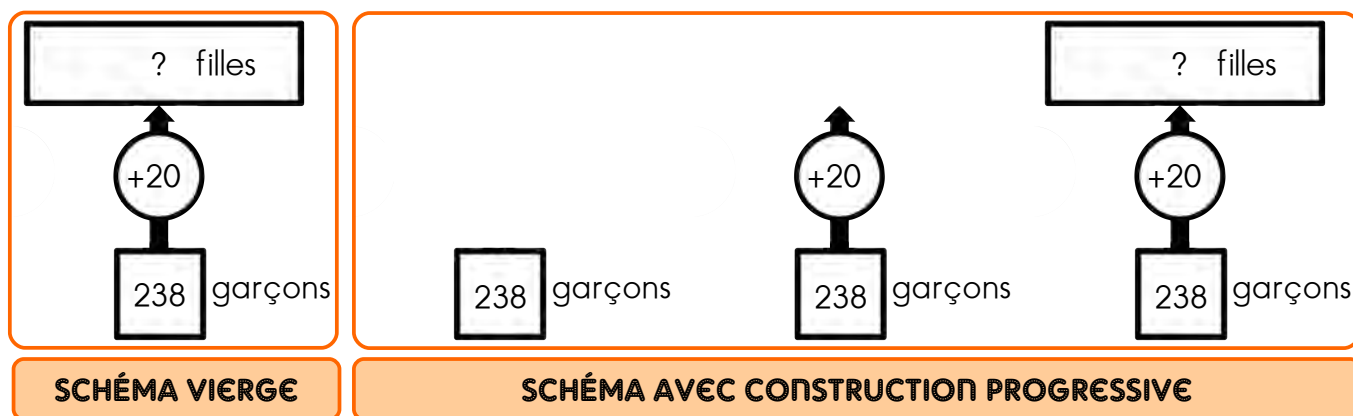
L'expression « de plus » oriente aussi et probablement concomitamment ma réflexion vers un type de problème : **la comparaison**. Dans ce problème, il y a deux groupes inégalement répartis puisque, comme l'indiquent les mots « **de plus** », l'un est supérieur à l'autre. **J'ai donc une grande quantité et une petite quantité composant un tout d'élèves.** J'observe donc ces deux groupes sous l'angle de la **différence**, j'opère un rapprochement entre deux groupes éloignés par une différence ou un écart irréductible de 20 unités, **je compare**.

② Traduire

Je ne me limite pas à une comparaison unidirectionnelle. J'inverse donc la proposition en recourant au raisonnement a contrario. **S'il y a 20 filles de plus que de garçons dans ce collège, alors il y a 20 garçons de moins que de filles.** Quelle que soit ma formulation, j'ai bien deux quantités différentes, l'une est grande et l'autre est petite. Je dois le montrer aux élèves. **C'est la deuxième étape de mon processus de résolution. J'interprète le réel avec des signifiants mathématiques.**

Deux possibilités s'offrent à moi : un schéma vierge qui recevra les informations

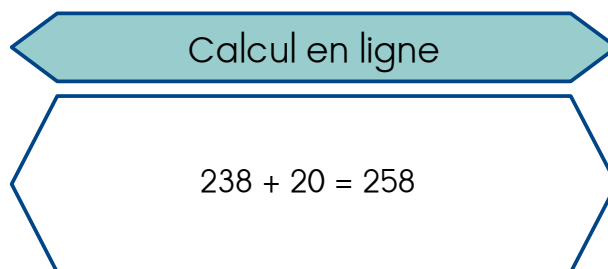
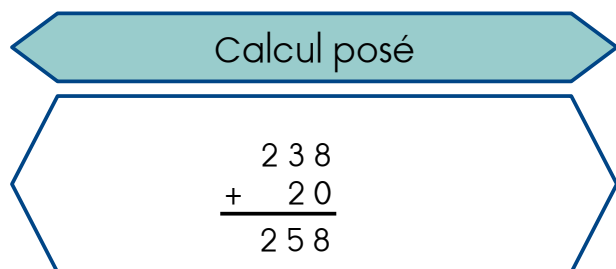
signifiantes ou un schéma qui sera construit progressivement devant les élèves. Le choix fait, j'inscris ce que je sais, en le verbalisant, dans le schéma. Deux formes de tailles différentes permettront d'y écrire la petite quantité et la symbolisation de ma recherche, ici la grande quantité. Le lien entre les deux quantités s'affiche dans un cercle relié par une ligne orientée aux deux rectangles. Cette ligne, c'est le canal par lequel circule l'information ou la variation identique d'une quantité à l'autre. C'est l'ascenseur faisant la navette entre les grandeurs. Pour obtenir la grande quantité, il faut donc ajouter la valeur de l'écart à la petite quantité. Je pourrai, pour vérifier la justesse de ma réponse, inversement soustraire la valeur de l'écart à la grande quantité pour obtenir la petite quantité.



3 Calculer

Je poursuis mon raisonnement et me dirige vers une représentation abstraite de la situation et choisis à partir de la représentation symbolique précédente une expression de celle-ci combinant l'exposé des éléments connus et de l'élément recherché. Je recours donc à un calcul, que j'exprime sous la forme d'une opération mathématique. **C'est la troisième étape de mon processus de résolution.**

Pour la montrer aux élèves, j'écris le calcul suivant : $238 + 20 = \dots$ Je calcule ou fais l'opération indiquée par le signe « plus » et je complète l'égalité ainsi : $238 + 20 = 258$. Je vérifie la justesse de mon calcul en effectuant l'opération inverse : $258 - 20 = 238$.



Je manifeste donc mon pouvoir d'action sur le problème ou son traitement raisonné par l'utilisation d'une opération (l'addition) et le contrôle de mon calcul par une autre

opération (la soustraction).

Je synthétise toute mon activité par une formule : **Si je connais la petite quantité et la variation, alors j'ajoute ces deux valeurs pour trouver la grande quantité.**

Le contrôle de la justesse de mon calcul me permet de déduire une autre formule : **Si je connais la grande quantité et la différence, alors je soustrais la différence de la grande quantité pour trouver la petite quantité.**

4 Répondre

J'ai associé un nombre à la quantité recherchée, la grande quantité. Je dois à présent utiliser mon résultat dans un énoncé **démathématisé**. Je comprends qu'il faut associer une question exprimée avec des mots à une réponse construite avec des mots qui donneront du sens à un nombre. Il s'agit donc d'insérer ce nombre dans un ensemble d'unités lexicales syntaxiquement juste. La **démathématisation** ou la lexicalisation de ma réponse constitue la quatrième et dernière étape de mon processus de résolution.

Je relis tout d'abord la question pour y prélever les mots qui assureront l'intelligibilité de ma réponse. Ainsi, la question « **Combien y a-t-il de filles dans ce collège ?** » a pour réponse :

Réponse : *Il y a 258 filles dans ce collège.*

Je relis ma réponse et je vérifie la justesse de l'orthographe. Les mots de la question que je recopie dans ma réponse m'aident grandement dans cette tâche de vérification.

Lire et prendre des informations, traduire ou interpréter, calculer et répondre, telles sont les quatre étapes de mon processus de résolution. Au cours de chacune d'elles, j'exerce ma vigilance, j'interroge le réel, le déconstruis et le reconstruis. Je le reconstruis d'abord mathématiquement par le modèle, puis par le calcul dans les deux cas, donc d'une façon opérative, c'est-à-dire propre à produire l'effet attendu (la réponse). **Je comprends que le modèle (symbolisation aidante et non obligatoire de la situation), et bien plus encore le calcul, sont des petits cailloux que je pose sur le chemin de mon raisonnement, qui me conduit vers mon but.** Je reconstruis le réel ensuite par le recours au langage. Je comprends que l'annonce du but atteint doit être clairement communiquée. Après le monologue intérieur, j'interagis alors, je dialogue avec l'auteur de la recherche.

2

Milo a ramassé 10 pommes dans le jardin, tandis que sa sœur Léna en ramasse 7 de plus. Combien de pommes la sœur de Milo a-t-elle ramassées ?

1

Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2

Traduire

- Une petite quantité de pommes.
- Une différence de quantité de pommes.
- Une grande quantité de pommes.

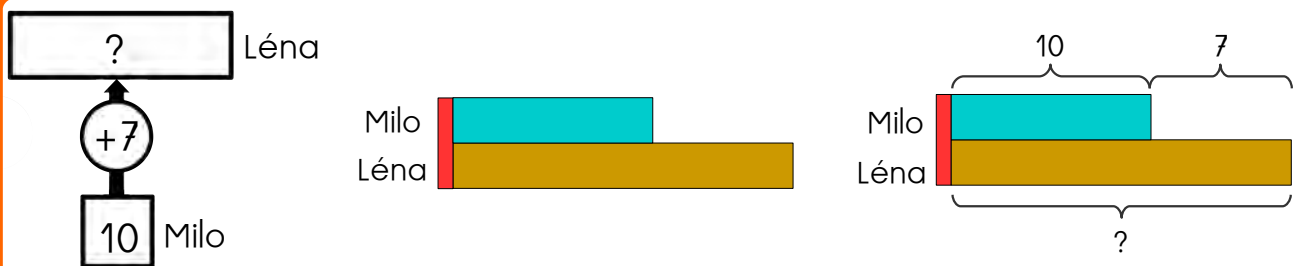


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3

Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 10 \\ + 7 \\ \hline 17 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$10 + 7 = 17$$

Oral

17

4

Répondre

Q

Combien de pommes la sœur de Milo a-t-elle ramassées ?

R

La sœur de Milo a ramassé ... 17 pommes.

Réponse : La sœur de Milo a ramassé 17 pommes.

3

Noémie possède 82 € dans sa tirelire. Sa sœur possède quant à elle 53 €. Combien d'argent de plus que sa sœur possède Noémie ?

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Une grande quantité d'argent.
- Une petite quantité d'argent.
- Une différence de quantité d'argent.

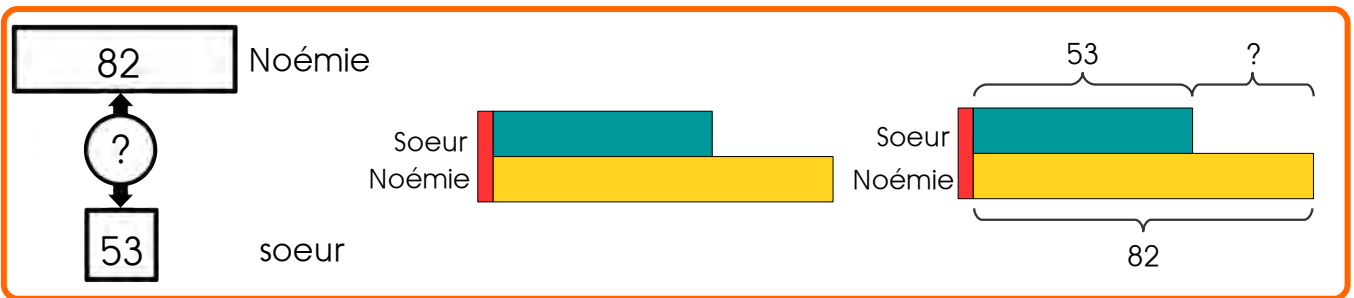


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 82 \\ - 53 \\ \hline 29 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 53 + ? &= 82 \\ 82 - 53 &= 29 \end{aligned}$$

Oral

29

4 Répondre

- Q Combien d'argent de plus que sa sœur possède Noémie ?
- R Noémie possède ... euros de plus que sa sœur.

Réponse : Noémie possède 29 euros de plus que sa sœur.

4

Du haut de ses 141 m, cet immeuble new-yorkais mesure 48 m de plus que la Statue de la Liberté. **Quelle est la hauteur de la Statue de la Liberté ?**

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Une grande hauteur.
- Une différence de hauteur.
- Une petite hauteur.

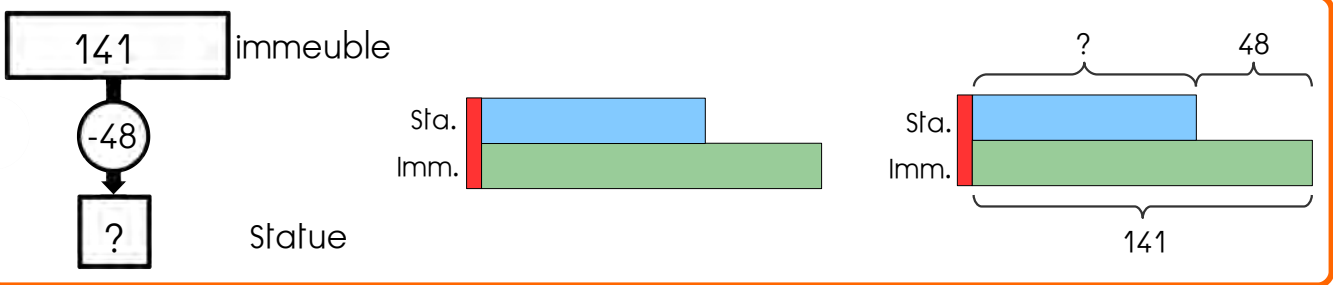


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 141 \\ - 48 \\ \hline 093 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} ? + 48 &= 141 \\ 141 - 48 &= 93 \end{aligned}$$

Oral

93

4 Répondre

- Q Quelle est la hauteur de la Statue de la Liberté ?
- R La Statue de la Liberté mesure ... m.

Réponse : La Statue de la liberté mesure 93 m.

EXEMPLES : LA PROPORTIONNALITÉ SIMPLE

Les grandeurs proportionnelles ou l'apprentissage patient de la règle de 3

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

500 g de poisson coûtent 40 euros.
Combien coûtent 100 grammes de poisson ?

1

Lire

Je remarque tout de suite la concision de l'énoncé, qui présente un fait ou un constat en 7 éléments : 2 nombres et 5 mots. **Cette très courte formulation met en relation deux grandeurs** dont elle fournit une mesure précise : 500 grammes et 40 euros.

Je comprends que l'énoncé expose une situation de la vie courante où le prix d'achat d'une chose s'établit en fonction de la grandeur de cette chose.

Je comprends encore que **la variation du prix est dépendante de la quantité de poisson achetée et inversement**. Donc **la détermination de la grandeur de l'un est liée à la détermination de la grandeur de l'autre**. Cette double variation de la quantité et du prix s'opère à partir d'une donnée de départ ou la référence. Cette donnée de départ qui permet de fixer un prix ascendant si la quantité croît, ou descendant si la quantité décroît, c'est l'objet de ma recherche, qui est indiqué par la question : **Combien coûtent 100 g de poisson ?**

La question présente dans le texte du problème s'impose à nouveau à moi, non seulement comme la formulation d'une difficulté ou la recherche d'une donnée inconnue, mais aussi comme une ressource pour lever cette difficulté et résoudre cette équation à une inconnue puisque je dois établir le prix pour 100 g, soit moins que pour les 500 g dont je connais le prix. Je traduis cette compréhension en posant les fondations de mon raisonnement ainsi : **Quand j'achète 500 g de poisson, je paie 40 euros. Quand j'achète 100 g de poisson, ce qui est moins que 500 g, je paie moins cher que 40 euros.**

Je comprends enfin que les trois nombres (500, 40, 100) sont liés et entrent dans la composition d'un « jeu » de relations obéissant à une règle. Cette règle me permettra d'obtenir une progression ascendante ou descendante fixant rigoureusement le prix en fonction de la quantité, et inversement. **J'entrevois l'importance de cette règle sans pour l'instant pouvoir en démontrer l'existence.**

Mes analyses de l'énoncé, de la question et du lien implicite qui unit les deux parties du problème me permettent de conclure. **Je suis en présence d'une situation de proportionnalité. Les deux grandeurs (grammes et euros) sont proportionnelles, elles évoluent dans les mêmes proportions si je multiplie ou divise les valeurs de l'une pour obtenir les valeurs de l'autre.**

② Traduire

Je vais maintenant construire une représentation de la situation. Je veux pouvoir établir la progression ascendante ou descendante des deux grandeurs. Je dois donc les situer sur deux lignes parallèles me permettant de placer plusieurs valeurs pour chacune des grandeurs. Je retiens le principe du tableau à deux lignes de plusieurs cases chacune.

J'inscris autour de ce tableau ce que je sais. Je relis l'énoncé et la question pour y rechercher quelles sont les grandeurs « en jeu » et les valeurs qui leur sont liées. Je commence par inscrire les grandeurs.

Masse en grammes			Prix en euros

Puis j'écris les valeurs liées aux grandeurs. Je garde à l'esprit mon intention de montrer la progression des valeurs, c'est pourquoi je place la valeur 100 dans la même colonne que la quantité initiale. La case vide restante correspondant au prix non encore déterminé de la nouvelle quantité.

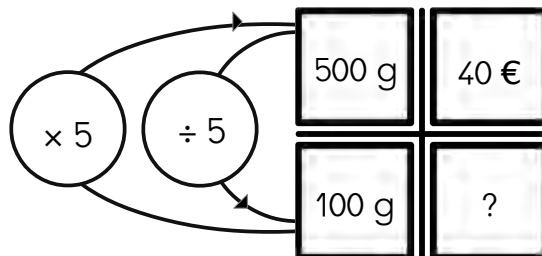
Masse en grammes	500	40	Prix en euros
Masse en grammes	100		

Je symbolise l'objet de ma quête ou l'inconnue de mon équation à l'aide du point d'interrogation.

Masse en grammes	500	40	Prix en euros
Masse en grammes	100	?	Prix en euros

J'observe alors les deux valeurs de la première colonne. Dans la progression descendante, 100 grammes c'est 5 fois moins que 500 grammes. Autrement dit, la valeur 100 s'obtient par la division de la valeur 500 par 5. Je vérifie cette assertion en l'inversant : dans la progression ascendante, 500 grammes, c'est 5 fois plus que 100 grammes. Autrement dit, la valeur 500 s'obtient par la multiplication de la valeur 100 par 5.

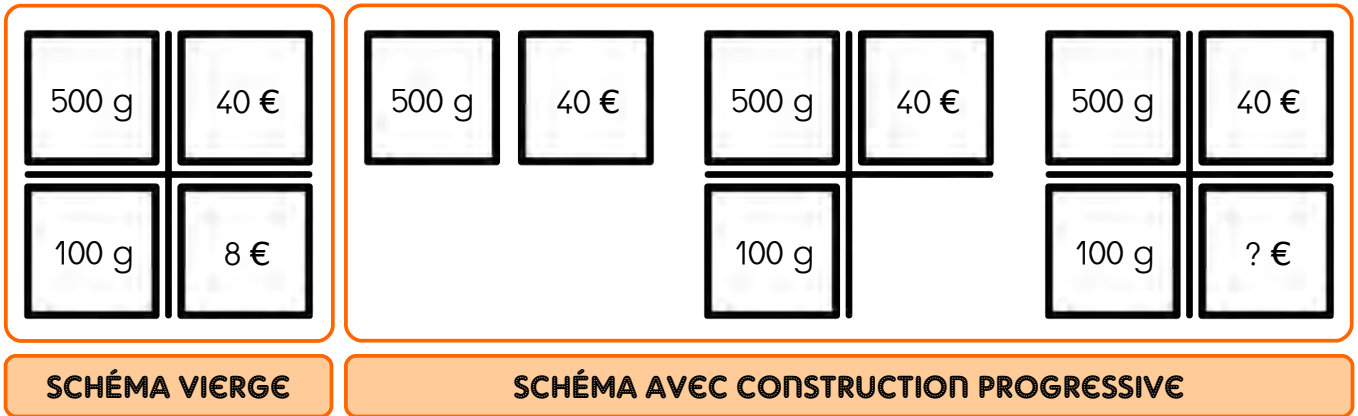
Je viens de découvrir le lien qui unit les deux valeurs sur une même colonne, le rapport entre ces deux valeurs, ou encore la relation qui permet de faire correspondre une grandeur à une autre.



À partir d'un énoncé, j'ai donc pu obtenir la modélisation précédente. Rendons alors visible cette structure déjà perceptible dans l'énoncé :

500 g	de poisson coûtent	40 €.
100 g	de poisson coûtent	?

Ci-dessous, la construction progressive du modèle schématique durant la phase d'explicitation.

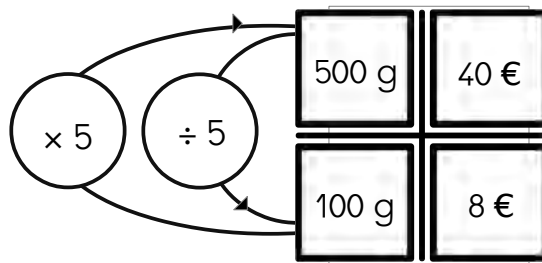


3 Calculer

J'écris en ligne la division : $40 \div 5 =$

J'obtiens le résultat en faisant appel à ma connaissance de la table de multiplication par 5. Je sais que cinq fois huit est égal à quarante, donc quarante divisé par cinq est égal à huit.

J'écris le résultat de mon calcul dans le tableau.



À ce stade de ma résolution, j'ai transformé une conjecture telle que je la formulais au début de ma recherche (un lien existant entre les valeurs) en une construction d'une idée vérifiée à partir de données connues.

4 Répondre

Le tableau que j'ai construit me fournit d'autres valeurs que celle correspondant au prix de 100 grammes. Il est donc important de se rappeler la quête initiale. Pour cela, je relis la question : **Combien coûtent 100 g de poisson ?**

Je reprends les mots de la question et formule ainsi la réponse :

Réponse : 100 grammes de poisson coûtent 8 euros.

Lire, traduire, calculer et répondre, voici les quatre étapes du processus de résolution. J'ai pris connaissance d'une situation, transformé ses éléments significatifs, déterminé une valeur inconnue et communiqué cette valeur d'une façon intelligible.

J'ai commencé à construire un réseau de relations linéaires entre les nombres, je pressens cependant que ce réseau peut être étendu, que des ponts peuvent être établis entre les lignes de mon tableau, que ces trois nombres (500,100,40) ou triade initiale interagissent selon une règle pour révéler un quatrième nombre. C'est cela l'apprentissage patient de la règle de trois.

Allons plus loin avec cette règle, mais avant ça, reprenons-en la définition :

Trois nombres **a**, **b**, et **c** étant donnés, la règle de trois permet, à partir de l'égalité des produits en croix, de trouver le nombre **d** tel que (**a**, **b**) soit proportionnel à (**c**, **d**).

Ce nombre **d** vaut : $d = \frac{b \times c}{a}$

Nous préférons, pour plus de clarté, poser par écrit la démarche de résolution en faisant apparaître le déroulement de la démonstration et sa structuration mathématique avec les grandeurs associées.

500 grammes de poisson coûtent 40 euros.

Combien coûtent 200 grammes de poisson ?

Si 500 g coûtent 40 €,

alors 100 g coûte 5 fois moins = $40/5$ (avec écriture sous forme de fraction)

Donc 200 g coûteront 2 fois plus = $2 \times (40/5)$ soit $(2 \times 40)/5$

et 200 g coûteront 16 €.

C'est l'emploi de l'écriture fractionnaire qui permet d'aller au bout de la démonstration et de formaliser la chronologie des opérations. Cette démonstration est à la fois orale quand elle est présentée et explicitée aux élèves, mais aussi écrite pour prendre le temps de hiérarchiser les liaisons entre les grandeurs. Cette démarche implique que l'élève ait une compréhension de la fraction comme étant une écriture d'une division.

Rappelons que dans un premier temps, les élèves effectueront le passage par l'unité avant d'utiliser la technique experte.

2

Pascal achète 5 gâteaux. Chaque gâteau coûte 3 euros.
Combien Pascal dépense-t-il en tout ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre total de gâteaux achetés.
- Le prix d'un gâteau.
- Un achat multiple de choses coûtant le même prix.

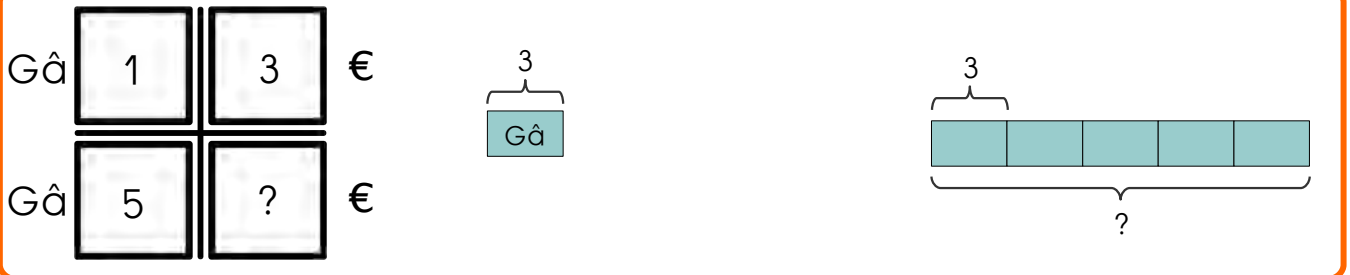


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 3 \\ \hline 15 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$5 \times 3 = 15$$

Oral

15

④ Répondre

Q Combien Pascal dépense-t-il en tout ?R Pascal dépense ... euros en tout.

Réponse : Pascal dépense 15 euros en tout.

3

Pascal a dépensé 95 euros pour acheter des gâteaux qui coûtent chacun 5 €. Combien de gâteaux a-t-il achetés ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Le montant total de la dépense.
- Le coût unitaire des gâteaux.
- Le nombre de gâteaux achetés.

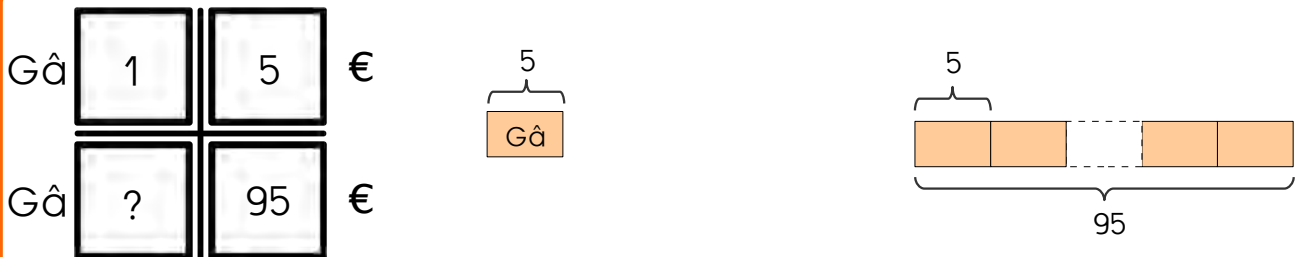


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 19 \\ 45 \overline{) 95} \\ \underline{45} \\ 0 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} ? \times 5 &= 95 \\ 95 \div 5 &= 19 \end{aligned}$$

Oral

19

④ Répondre

Q Combien de gâteaux a-t-il achetés ?

R Il a acheté ... gâteaux.

Réponse : Il a acheté 19 gâteaux.

4

Pascal a acheté 4 gâteaux pour un total de 18 euros.
Combien paiera Pascal s'il achète 14 gâteaux ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre de gâteaux achetés.
- Le montant de la dépense pour ce nombre de gâteaux achetés.
- Un nouveau nombre de gâteaux achetés.

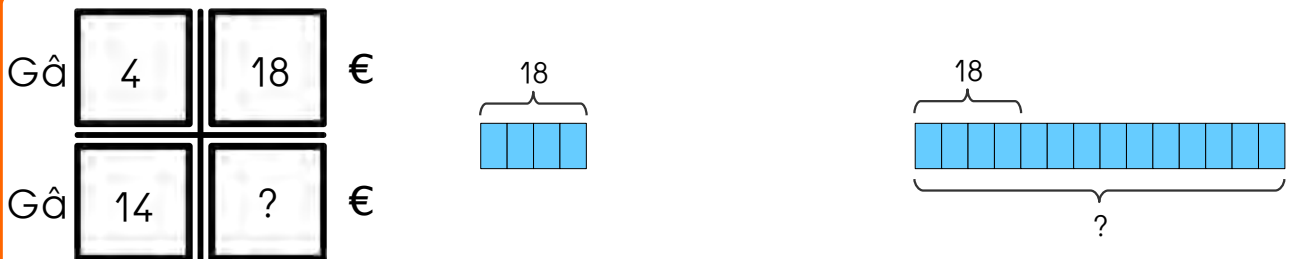


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r}
 18 \\
 \times 14 \\
 \hline
 72 \\
 +180 \\
 \hline
 252
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 \overline{)252} \quad 4 \\
 \underline{12} \quad 4 \\
 12 \quad 0 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$14 \times 18 = 252$$

$$252 \div 4 = 63$$

Oral

252

Puis

63

④ Répondre

Q Combien paiera Pascal s'il achète 14 gâteaux ?

R Pascal paiera ... euros s'il achète 14 gâteaux.

Réponse : Pascal paiera 63 euros s'il achète 14 gâteaux.

EXEMPLES : LA COMPARAISON MULTIPLICATIVE

Fois plus, fois moins ou la comparaison multiplicative

1 LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

Dans un port, il y a 64 voiliers. C'est 4 fois plus que de bateaux de pêche. Combien y a-t-il de bateaux de pêche dans ce port ?

1

Lire

Je lis l'énoncé. Je prends connaissance d'un constat. Le port rassemble deux sortes de bateaux : **des voiliers** et **des bateaux de pêche**.



Je retiens que le nombre de voiliers est indiqué : **64**. Ce n'est donc pas l'objet de ma recherche. La lecture de la question me le confirme. **Je dois chercher le nombre de bateaux de pêche, dont l'estimation n'est pas fournie par l'énoncé.**

Je reviens à l'énoncé et m'arrête sur l'expression embrouillée « **4 fois plus** ». Je suis alerté par cette expression qui contient deux mots ordinairement usités séparément. **J'associe le mot « plus » à l'ajout et à l'addition. J'associe le mot « fois » à la répétition et à la multiplication. Quel sens donner à cette combinaison ?**

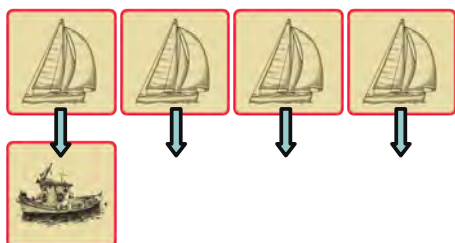
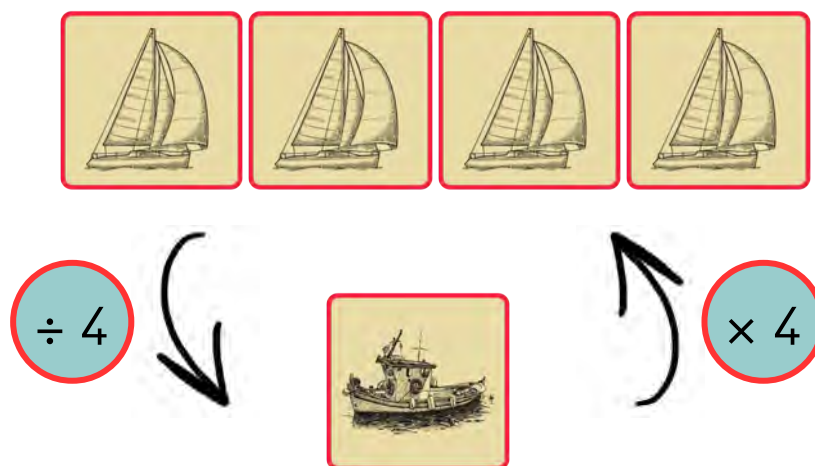
Je commence par établir un nouveau constat : les voiliers sont plus nombreux que les bateaux de pêche, précisément Il y a 4 fois plus de voiliers que de bateaux de pêche. Je perçois que le mot « **plus** » est ambigu. **Il ne traduit pas une addition.** En effet, je ne peux pas ajouter 4 au nombre de voiliers pour obtenir le nombre de bateaux de pêche car, alors, le nombre de ces derniers est supérieur au nombre de voiliers, ce qui contredit la prémisse de mon raisonnement. Le mot « **plus** » indiquerait donc dans quel sens ou quelle direction lire l'expression « **fois plus** ».

J'ai une quantité A qui est plusieurs fois plus grande que la quantité B. Le mot « plus » serait donc le marqueur d'une supériorité numérique d'une des deux collections, il permettrait alors d'identifier sûrement le plus grand des deux ensembles mis en concurrence ou en relation dans une analyse comparative de

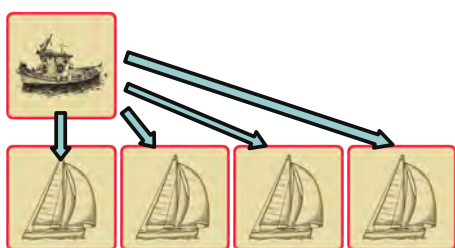
leurs états respectifs. Je comprends, à cette étape de mon raisonnement, que le problème me demande de comparer deux groupes dont je connais la grandeur de l'un et dont je cherche la grandeur de l'autre, sachant que la grandeur de l'un est quatre fois plus grande que la grandeur de l'autre.

Je m'intéresse maintenant à la relation d'antonymie entre le mot « **plus** » et le mot « **moins** ». De la même façon que le mot « **plus** » ne marque pas l'addition dans l'expression « **fois plus** », mais la supériorité d'un ensemble A par rapport à un ensemble B, le mot « **moins** » ne marque pas la soustraction, mais l'infériorité de l'ensemble B par rapport à l'ensemble A. Ainsi, puisqu'il y a quatre fois plus de voiliers que de bateaux de pêche, il y a quatre fois moins de bateaux de pêche que de voiliers.

Résumons en image :



• Pour 4 voiliers il y a 1 bateau de pêche. Le nombre de bateaux de pêche est **le quart**. Nous pouvons donc ôter 4 fois la quantité « bateaux » de la quantité « voiliers ».



• Pour 1 bateau de pêche il y a 4 voiliers. Le nombre de voiliers est **le quadruple**. Nous pouvons donc ajouter 4 fois la quantité « bateaux » dans la quantité « voiliers ».



Pause réflexive :

Puisque j'ai « dépossédé » le mot « **plus** » de sa valeur additive, et le mot « **moins** » de sa valeur soustractive, par quel mot puis-je le substituer dans les expressions « **fois plus** » et « **fois moins** », qui m'apparaissent comme des tours comparatifs ?



Le mot « **autant** » semble convenir. Il y aurait donc une fois autant de voiliers que de bateaux de pêche, et encore trois fois autant, soit quatre fois autant.

Ainsi, s'il y a 2 bateaux de pêche, il y a une fois autant de voiliers, soit 2 voiliers, et encore trois fois autant de voiliers en plus, soit 6 voiliers. Puisqu'il y a quatre fois autant qu'une fois équivalente à 2, j'obtiens un total de 8 voiliers, qui est le produit de la multiplication de 2 par 4, traduction de l'addition itérée : $2 + 2 + 2 + 2$.

Je cherche maintenant à vérifier la validité de la substitution dans l'expression inverse « **fois moins** ». Je découvre très vite l'invalidité de cette proposition. En effet, s'il y a 8 voiliers, il ne peut y avoir une fois autant en moins de bateaux de pêche, soit un nombre nul car la question du problème indique la présence d'au moins un bateau de pêche dans le port. Si « **4 fois autant** » peut se substituer à « **4 fois plus** », « **4 fois autant** » ne peut se substituer à « **4 fois moins** ».

J'ai compris que je ne peux multiplier le nombre de voiliers par quatre car j'obtiens un nombre de bateaux de pêche supérieur au nombre de voiliers, ce qui contredit la conclusion que j'ai établie précédemment : le nombre de bateaux de pêche est inférieur au nombre de voiliers (voir page 74) .

Je reformule alors ainsi l'énoncé du problème :

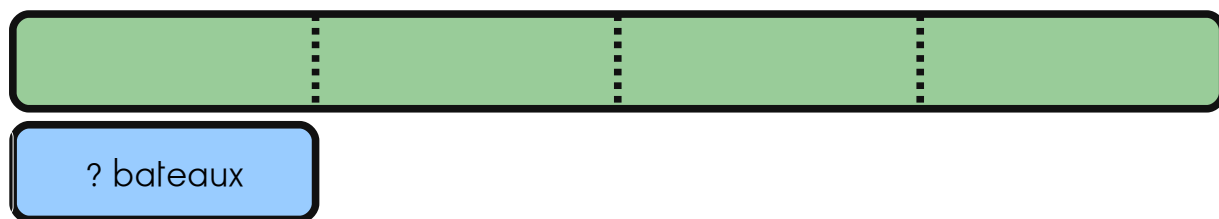
Dans un port, il y a 4 fois moins de bateaux de pêche que de voiliers, qui sont au nombre de 64.

Je ne peux soustraire 4 unités du groupe des voiliers pour connaître la valeur de l'ensemble des bateaux de pêche car l'énoncé n'indique pas « 4 de plus » ou « 4 de moins ». Les énoncés correspondant à ce raisonnement seraient : « **Dans un port, il y a 64 voiliers. C'est 4 navires de plus que les bateaux de pêche.** » ou « **Dans un port, il y a 64 voiliers et 4 bateaux de pêche de moins.** »

J'ai donc exclu la multiplication du nombre de voiliers (64×4 ou **4 fois plus**), l'addition et la soustraction de 4 unités au nombre de voiliers ($64 + 4$ ou **4 de plus** et $64 - 4$ ou **4 de moins**), je retiens donc la dernière opération disponible : la division.

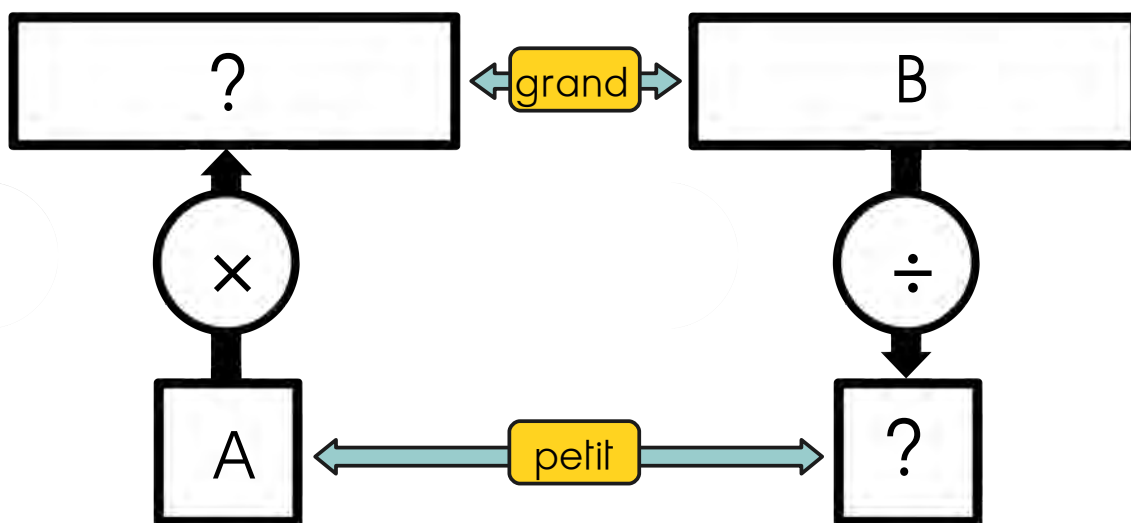
Je dois en effet recourir à l'opération inverse de la multiplication. Je fractionne donc le grand groupe en autant de fois que l'indique l'expression « 4 fois plus ». Ce faisant, je le réduis « 4 fois » et le rend « 4 fois plus petit » ou « 4 fois moins grand », dernière tournure qui remplace avantageusement « 4 fois moins ». Cela revient à me demander quelle quantité je peux mettre à 4 reprises dans 64.

Ici je fractionne une quantité **64 voiliers** en 4 parties égales. La quantité **bateaux** étant alors égale au quart de la quantité **64 voiliers**, je vais donc rechercher la quantité équivalente au quart de 64, soit : $\frac{64}{4}$



J'établis alors un « sens de circulation » entre un nombre « 4 fois moins » grand ou « 4 fois plus » petit qu'un autre nombre lui-même « 4 fois plus grand » que l'autre, et inversement. Cette circulation à double sens à observer tant sur le plan de la direction que sur celui de la signification s'organise à partir de deux principes ou deux règles que je formule ainsi pour les élèves :

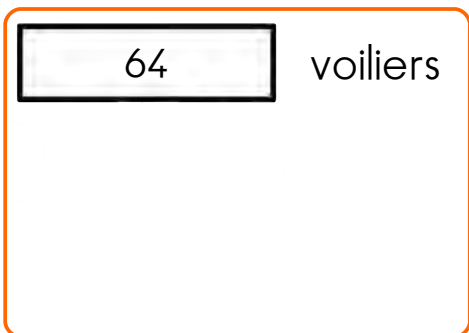
- Connaissant le petit nombre A de la comparaison, je le multiplie autant de fois que l'indique l'expression « n fois » pour obtenir le grand nombre.
- Connaissant le grand nombre B de la comparaison, je le divise autant de fois que l'indique l'expression « n fois » pour obtenir le petit nombre.



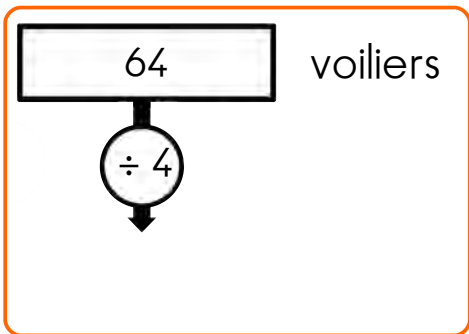
2 Traduire

Je poursuis le déshabillage du problème. Je fais remonter le fond à la surface.

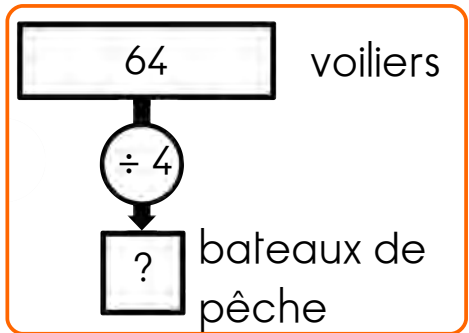
D'abord, je trace une première forme (un rectangle) dans laquelle j'inscris le nombre de voiliers (64).



Ensuite, sous cette forme, je trace un cercle qui représente la relation entre les deux grandeurs et dans lequel j'écris l'opérateur arithmétique (\div) et le diviseur (4).



Enfin, sous le cercle, je trace un carré dans lequel je représente la grandeur inconnue de mon équation ($64 \div 4 = ?$) par un point d'interrogation. Cette donnée inconnue est le nombre de bateaux de pêche.



Ces trois formes sont reliées par un trait orienté par une flèche. Il indique le sens directionnel ou le sens de lecture de mon schéma. C'est ici un sens descendant. Il indique aussi le but à atteindre, c'est le trait ou la flèche que je dirige vers la cible (le nombre de bateaux de pêche).

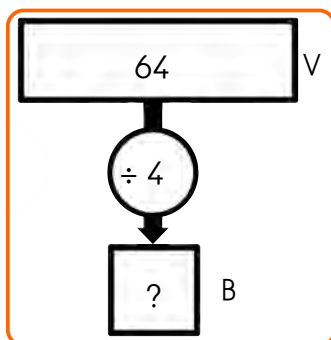


SCHÉMA VIERGE

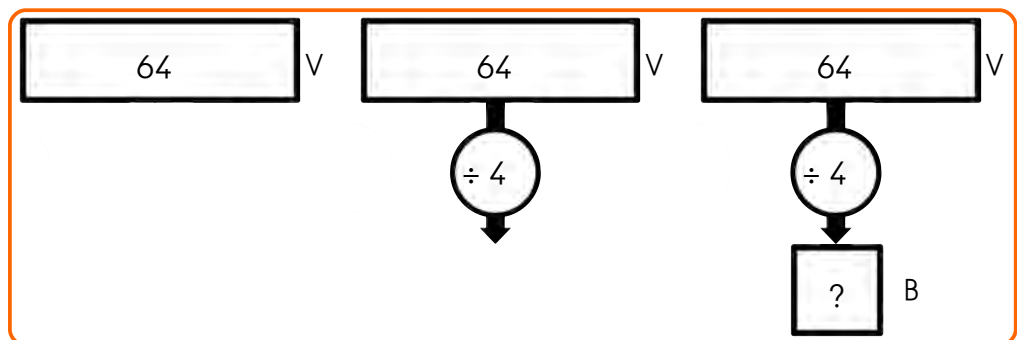


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

Je calcule, c'est-à-dire que j'écris une opération utilisant des nombres dont j'ai compris à quoi ils réfèrent. Je pose ma division ou je l'écris en ligne.

Le calcul en ligne peut s'effectuer de plusieurs manières, selon les habiletés des uns et des autres ou selon les propositions de l'enseignant :

- $64 \div 4 = (60 \div 4) + (4 \div 4) = 15 + 1 = 16.$
- $64 \div 4 = (40 \div 4) + (24 \div 4) = 10 + 6 = 16.$
- $64 \div 4$ équivaut à $64 \div 2 = 32$ puis $32 \div 2 = 16.$

Je privilégie les deux premières propositions mais ne m'interdis pas de faire part de la troisième dans le but d'accroître l'agilité de calcul.

Calcul posé

$$\begin{array}{r|l} 64 & 4 \\ \hline 24 & 16 \\ 0 & \end{array}$$

Calcul en ligne

$$64 \div 4 = 16$$

4 Répondre

Je réponds maintenant, c'est-à-dire que j'habille le nombre exprimant le résultat. Je lui donne du sens.

Pour cela, je relis la question qui fournit les mots dont je vais couvrir le nombre. J'écris donc, en respectant les règles de la grammaire et de l'orthographe, la phrase :

Réponse : Dans ce port, il y a 16 bateaux de pêche.

Je relis ma phrase pour vérifier sa justesse orthographique et la présence de la majuscule initiale et du point final.

2

Soën a ramassé 4 champignons en forêt. Son amie Romane en ramasse 3 fois plus. Combien de champignons ont été ramassés par Romane ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Une petite quantité de champignons.
- Une itération de la petite quantité.
- Une grande quantité de champignons.

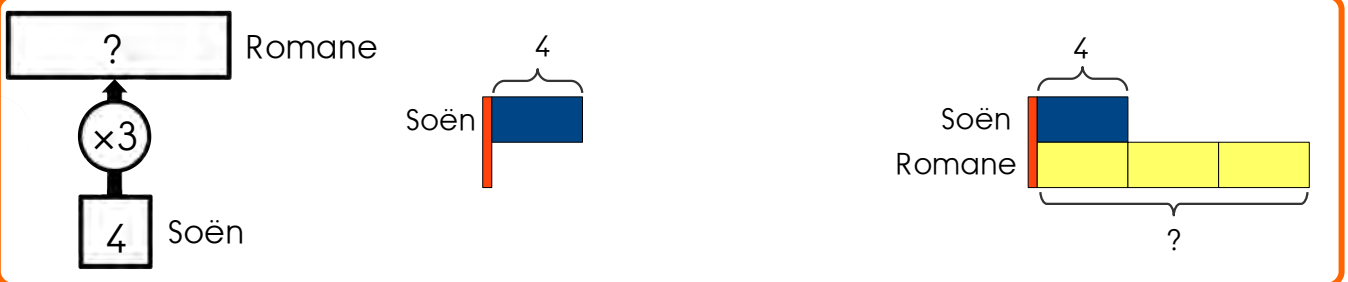


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$4 \times 3 = 12$$

Oral

$$12$$

④ Répondre

Q Combien de champignons ont été ramassés par Romane ?

R ... champignons ont été ramassés par Romane.

Réponse : 12 champignons ont été ramassés par Romane.

3

Cette année, la Chine a envoyé 72 satellites dans l'espace. Le Royaume-Uni n'en a envoyé que 8. **La Chine a envoyé combien de fois plus de satellites ?**

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Une grande quantité de satellites.
- Une itération inconnue de la petite quantité.
- Une petite quantité de satellites.



SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} \overline{72} \\ 00 \end{array} \begin{array}{r} 8 \\ \hline 9 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 8 \times ? &= 72 \\ 72 \div 8 &= 9 \end{aligned}$$

Oral

9

4 Répondre

Q la Chine a envoyé combien de fois plus de satellites ?

R La Chine a envoyé ... fois plus de satellites.

Réponse : La Chine a envoyé 9 fois plus de satellites.

4

Une caisse en bois peut contenir 465 pommes. C'est 4 fois plus que le nombre de bananes dans la même caisse. **Combien de bananes peut contenir la caisse ?**

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Un nombre de pommes.
- Une itération d'une quantité.
- Un nombre inconnu de bananes.

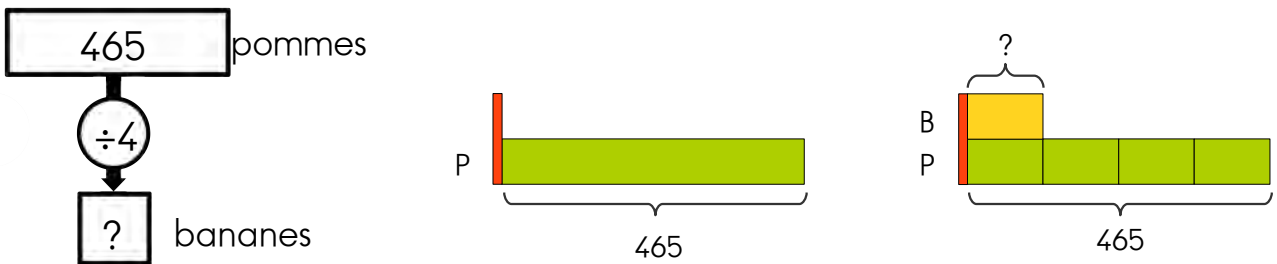


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r|l} 465 & 4 \\ \hline 06 & 116 \\ \underline{25} & \\ & 1 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} ? \times 4 &= 465 \\ 465 \div 4 &= 116 \text{ reste } 1 \end{aligned}$$

Oral

116 reste 1

4 Répondre

Q Combien de bananes peut contenir la caisse ?R La caisse peut contenir ... bananes.

Réponse : La caisse peut contenir 116 bananes.

EXEMPLES : LA CONFIGURATION RECTANGULAIRE

La relation entre 3 nombres ou la configuration rectangulaire

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

Un jardinier achète 6 paquets de 12 bulbes de tulipes. Il les plante en faisant des rangées comptant chacune 4 bulbes. **Combien y a-t-il de rangées ?**

1

Lire

Je lis l'énoncé. Sous son apparente simplicité, se cachent trois difficultés.

Je dois tout d'abord savoir ce qu'est un bulbe. Une rapide recherche me permet de comprendre que c'est une forme particulière d'une plante que l'on enterre. Le bulbe présente des racines et se prolonge par une tige lorsque la plante pousse.

Je dois aussi savoir ce qu'est une rangée. Ici, c'est une suite de bulbes disposés sur une même ligne.

Je dois enfin savoir ce que signifie le mot « comptant ». Ce mot indique que l'on compte autant de bulbes dans chaque rangée. Autrement dit, il y a le même nombre de bulbes dans chaque rangée.

Je lis la question. Elle me demande de trouver non pas un nombre de tulipes, mais un nombre de rangées.

Je comprends alors que pour trouver le nombre de rangées, il faut connaître le nombre total de tulipes que plante le jardinier. Or l'énoncé ne fournit pas cette information, ou plutôt, il ne la fournit pas de manière directe. Cette donnée partiellement inconnue est le résultat d'une inférence. J'admets donc pouvoir connaître le nombre total de tulipes si je répons à une question implicite : quel le nombre total de bulbes de tulipes que plante le jardinier ?

Je conclus que ce problème comporte deux questions, dont une n'est pas écrite. Ces deux questions sont liées et organisent mon raisonnement, qui se construit à partir d'elles. J'admets donc pouvoir connaître le nombre de rangées si je connais le nombre de bulbes plantés. La résolution du problème ne peut être obtenue que par la réponse à la première question, qui conditionne la recherche de la réponse à la seconde question.

Le texte me présente donc un problème complexe à deux étapes ou deux questions dont une est implicite.

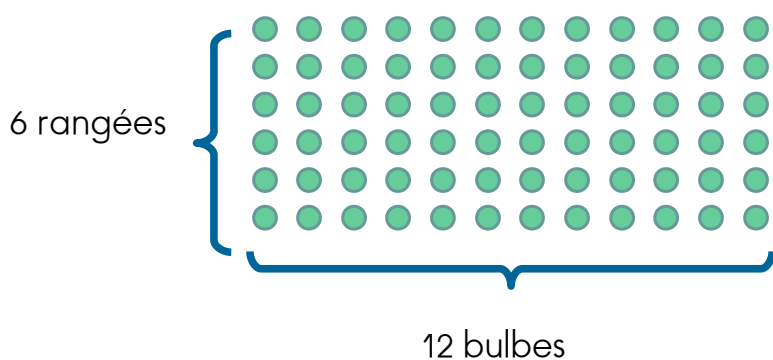
Je cherche tout d'abord comment la première phrase de l'énoncé peut m'aider à répondre à la première question, que je viens de rendre visible en la formulant. Je relis cette phrase : Un jardinier achète 6 paquets de 12 bulbes de tulipes. **Que m'enseigne-t-elle ? Premièrement, les bulbes sont contenus dans 6 sachets. Deuxièmement, un sachet contient 12 bulbes.** J'ai donc 6 groupes égaux au sens où j'ai le même nombre d'éléments, soit 12, dans chaque groupe. J'observe donc la répétition d'un même nombre d'éléments, ici 12. **Cette itération me conduit vers la multiplication.**

Je cherche ensuite dans la seconde phrase de l'énoncé des indices qui me permettent de répondre raisonnablement à la seconde question. Le jardinier fait des rangées égales du point de vue du nombre de bulbes qu'elles contiennent. L'expression « les rangées » indique avec certitude la pluralité des alignements réalisés par le jardinier. Puisqu'il ne fait pas une seule rangée comme le montre le premier indice, il répartit donc les bulbes, il sépare en plusieurs parties la quantité totale de bulbes, il la fractionne. **Ce fractionnement me conduit vers la division.**

② Traduire

Je poursuis le déshabillage du problème. **Je cherche à rendre visible mon raisonnement**, à révéler le fond du problème à l'aide d'autres éléments porteurs de sens et à vérifier la validité de mon raisonnement. Je construis deux schémas.

Pour répondre à la première question, je choisis de faire une multiplication. Je sais qu'on peut utiliser des rangées de points pour schématiser cette opération. **Cette représentation imagée va ensuite être transformée en une représentation structurellement similaire, mais épurée.** Je sais aussi que ces rangées doivent avoir la même taille puisqu'elles contiennent le même nombre de points. Chaque ligne représente un sachet et chaque rond représente un bulbe. Cette répétition rendue visible d'éléments spatialement organisés en lignes égales confirme la justesse de mon raisonnement : **un tout obtenu par la somme de parties égales, c'est une multiplication.**



REPRÉSENTATION IMAGÉE

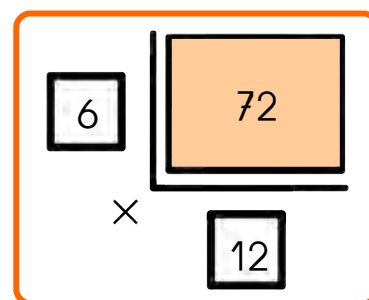
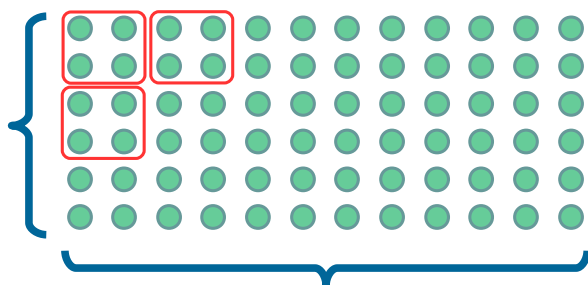


SCHÉMA SIMPLIFIÉ

Pour répondre à la seconde question, je choisis de faire une division. Je décide de fractionner l'ensemble construit précédemment en un nombre, inconnu pour l'instant, de parties égales. Ce fractionnement rendu visible confirme la justesse de mon raisonnement : un tout partagé en parties égales, c'est une division.



REPRÉSENTATION IMAGÉE

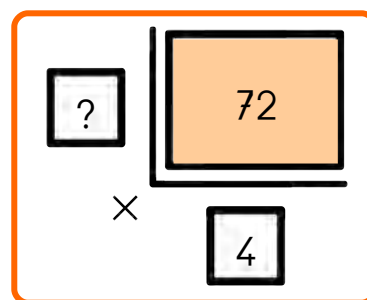
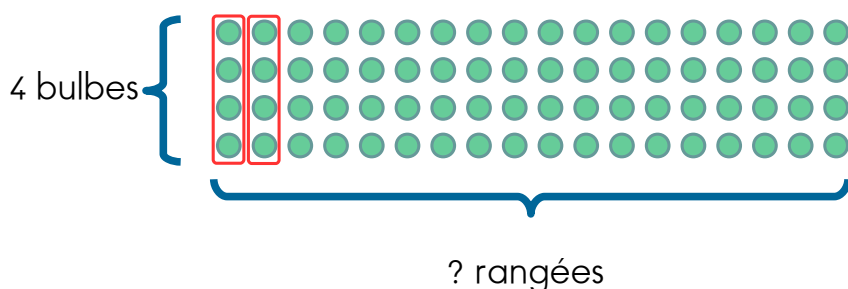


SCHÉMA SIMPLIFIÉ

Il aurait également été envisageable de construire progressivement l'ensemble connu, 72 bulbes, par itération d'un nombre inconnu de parties égales.



REPRÉSENTATION IMAGÉE

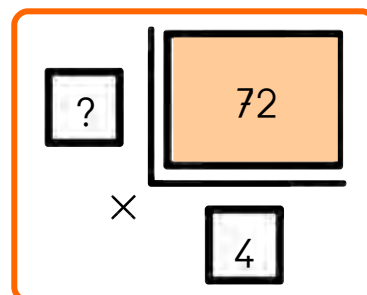


SCHÉMA SIMPLIFIÉ

Cette construction confirme également la justesse de mon raisonnement : la recherche du nombre de parties d'un tout peut être abordée par la division.

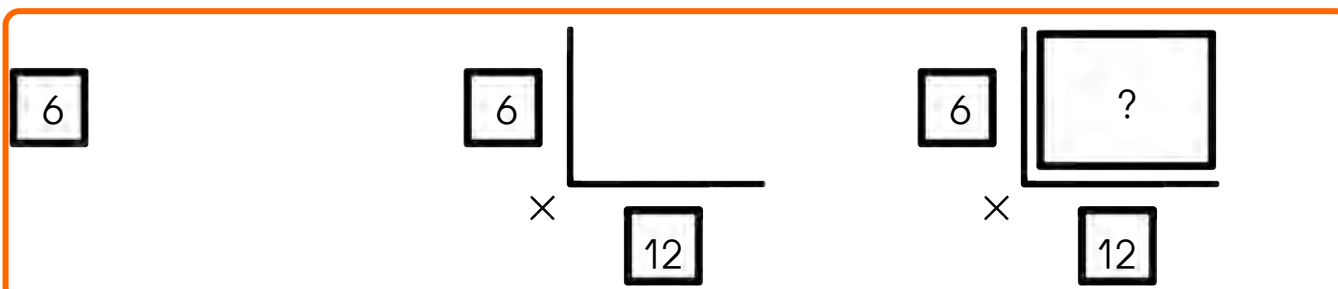


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

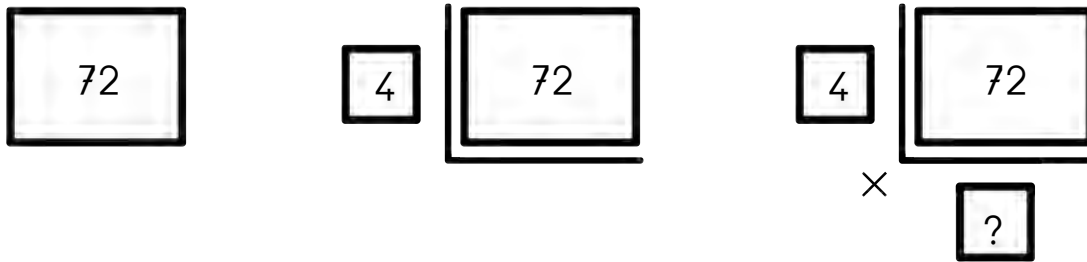


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

Je calcule, c'est-à-dire que j'écris une opération utilisant des nombres dont j'ai compris à quoi ils réfèrent. J'écris la première opération, c'est le calcul qui fournit la réponse à la première question, celle qui permet de répondre à la question suivante : $12 \times 6 = \dots$ Je peux la poser ou la calculer « de tête » en la décomposant ainsi :

$$12 \times 6 = (10 \times 6) + (2 \times 6) = 60 + 12 = 72$$

J'écris la seconde opération, c'est le calcul qui fournit la réponse à la seconde question ou question finale : $72 \div 4 = \dots$

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 6 \\ \hline 72 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \overline{7}2 & 4 \\ 3\overline{2} & 18 \\ 0 & \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 12 \times 6 &= 72 \\ 72 \div 4 &= 18 \end{aligned}$$

4 Répondre

Je réponds maintenant, c'est-à-dire que j'habille le nombre exprimant le résultat. Je lui donne du sens.

Pour cela, je relis la question qui fournit les mots dont je vais couvrir le nombre. J'écris donc, en respectant les règles de la grammaire et de l'orthographe, la phrase :

Réponse : Il y a 18 rangées.

Je relis ma phrase pour vérifier sa justesse orthographique et la présence de la majuscule initiale et du point final.

2

La tablette de chocolat de Noah est constituée de 4 rangées de 6 morceaux.
Combien de morceaux y a-t-il dans la tablette ?

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre de rangées.
- Un nombre de morceaux par rangée.
- Un nombre total de morceaux.

SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$4 \times 6 = 24$$

Oral

$$24$$

④ Répondre

Q Combien de morceaux y a-t-il dans la tablette ?

R Il y a ... morceaux dans la tablette.

Réponse : Il y a 24 morceaux dans la tablette.

3

L'aire d'une cour de récréation rectangulaire est de 91 m^2 . Les élèves mesurent sa largeur et trouvent 7 m . **Quelle est la longueur de la cour ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- L'aire d'un rectangle exprimée en m^2 .
- Une largeur.
- Une longueur.

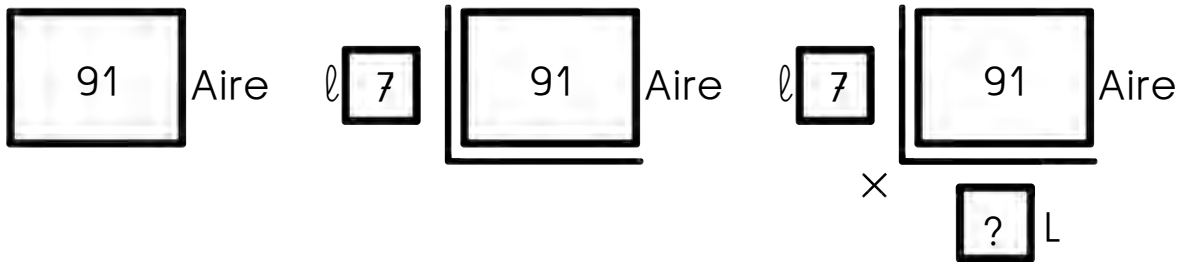


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r|l} 91 & 7 \\ 21 & 13 \\ 0 & \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 7 \times ? &= 91 \\ 91 \div 7 &= 13 \end{aligned}$$

Oral

13

④ Répondre

Q Quelle est la longueur de la cour ?

R La longueur de la cour est de ... m.

Réponse : La longueur de la cour est de 13 m .



La piscine de Pablo peut contenir un volume maximum de 200 m^3 d'eau. Sa longueur est de 25 m et sa largeur de 4 m. **Quelle est la profondeur de la piscine ?**

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Une contenance exprimée en m^3 .
- Une longueur exprimée en m.
- Une largeur exprimée en m.
- Une profondeur exprimée en m.

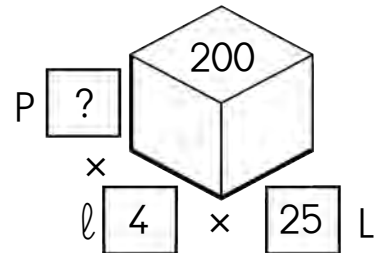
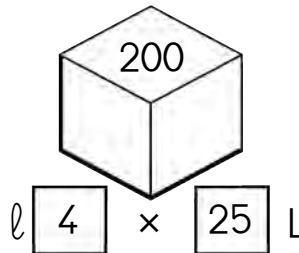
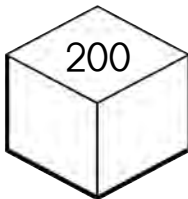


SCHÉMA AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 4 \\ \hline 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{200} \mid 100 \\ 0 \mid 2 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} ? \times 4 \times 25 &= 200 \\ 200 \div (4 \times 25) &= 2 \end{aligned}$$

Oral

2

4 Répondre

Q Quelle est la profondeur de la piscine ?

R La profondeur de la piscine est de ... m.

Réponse : La profondeur de la piscine est de 2 m.

EXEMPLES : LES PROBLÈMES COMPLEXES

Le problème complexe : un assemblage ordonné d'informations explicites et implicites

1

LA RÉFÉRENCE POUR L'ENSEIGNANT

1

Obélix doit livrer 85 menhirs à Carnac. Il transporte ses menhirs dans une carriole qui peut en contenir 5 à chaque voyage. 7 voyages ont déjà été effectués. **Combien de voyages reste-t-il à faire ?**

1

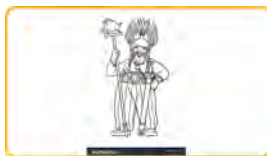
Lire

Je lis l'énoncé. Les obstacles d'ordre sémantique sont nombreux dans ce texte. J'observe les mots qui affectent la bonne réception du sens du texte. Il s'agit des mots « Obélix », « livrer », « menhirs », « Carnac », « carriole », « contenir », « voyage » et « effectuer », soit près d'un tiers des mots du texte ! Je commence donc par expliciter chacun des termes repérés dans une nouvelle formulation du texte :

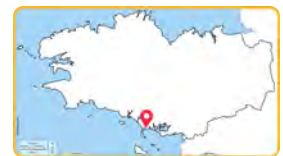
*Un homme qui s'appelle Obélix doit apporter dans une ville qui s'appelle Carnac des grosses pierres de forme allongée qui ont été commandées. Pour transporter les pierres, il utilise une sorte de charrette à deux roues dans laquelle il peut poser 5 pierres à chaque fois qu'il part de chez lui pour aller à Carnac. Il a déjà tiré 7 fois sa charrette jusqu'à Carnac. **Combien de fois doit-il encore aller à Carnac avec sa charrette pleine de pierres ?***

Je peux aussi m'aider d'images que j'associe aux noms et mots inconnus :

• Obélix



• Carnac



• menhirs



• carriole



Je comprends donc que la livraison s'effectue au moyen d'une charrette qui peut accueillir au maximum 5 menhirs, qu'Obélix choisit de remplir à chacun de ses voyages vers Carnac afin de faire le moins de trajets ou déplacements possibles. J'infère cette dernière information de l'indication dans l'énoncé de la contenance maximale de la carriole en nombre de menhirs. Cette mention est une donnée du problème et semble exclure la possibilité qu'Obélix choisisse de ne transporter dans sa carriole qu'une seule pierre à la fois. La livraison de la totalité des menhirs la moins

coûteuse en terme de temps exige bien de remplir à chaque voyage la carriole au maximum de sa capacité. Donc Obélix charge sa carriole au maximum de sa contenance, soit 5 menhirs à chacun de ses voyages vers Carnac, bien que cela ne soit pas dit.

Je viens de mettre en relation un signal interne au texte, invisible et en profondeur (**la nécessité commerciale d'une livraison économique en voyages**) avec un signal externe, visible et à la surface (**la mention de la contenance maximale de la carriole**). Je viens d'éclairer une zone d'ombre de l'énoncé, c'est-à-dire une part de l'implicite qu'il contient. **Je comprends une nouvelle fois que la résolution du problème dépend de ma correcte et entière interprétation du texte, basée sur ma capacité à lire le dit et le non-dit.**

Cette première déduction faite (**le nombre de menhirs transportés à chaque voyage**), je porte mon attention sur la question. Je cherche le nombre de voyages restants. **Je comprends qu'il y a un lien entre le nombre total de menhirs à transporter et le nombre de menhirs déjà livrés.** « **Déjà** » m'indique qu'un résultat partiel est acquis dans le processus de livraison engagé par Obélix. Celui-ci a livré une partie de la quantité de menhirs initiale (**85**). Je comprends aussi que ce nombre (**menhirs déjà livrés**) est associé au nombre de voyages déjà effectués (**7**) et au nombre de menhirs transportés (**5**) à chaque voyage.

Je découvre alors une autre zone d'ombre, une autre part de l'implicite du texte : **deux questions qui ne sont pas écrites et dont les réponses sont indispensables à la réalisation de la recherche :**

- Je dois connaître combien de menhirs ont déjà été livrés, c'est le but à atteindre tout d'abord.
- Je dois ensuite connaître le nombre de menhirs restant à livrer.

La résolution finale, ou le but à atteindre enfin, s'obtient donc par des résolutions intermédiaires. La réponse à la première question non dite (**Combien de menhirs ont été déjà livrés ?**) contient la première valeur manquante du texte (**la première inconnue ou le nombre de menhirs déjà livrés**). Cette première donnée acquise permet de répondre à la seconde question non dite portant sur le nombre de menhirs restant à livrer (**Combien reste-t-il de menhirs à livrer ?**). Cette deuxième donnée acquise permet à son tour de répondre à la question finale explicitement posée (**Combien de voyages reste-t-il à faire ?**).

Je viens de mettre en évidence les étapes de la résolution du problème, et donc la structure profonde du problème. C'est un problème complexe au sens où il assemble trois étapes dont deux, ici, (**les étapes intermédiaires**) ne sont pas explicitement exposées ou immédiatement visibles. Non dites mais indispensables, ces étapes assurent le lien entre le début et la fin du problème.

Je conclus en exprimant un raisonnement à rebours.

- 1 • Pour connaître le nombre de voyages qu'il reste à faire, je dois :
- *répartir les menhirs restant à livrer autant de fois que nécessaire dans une carriole dans laquelle je dépose 5 menhirs.*
- 2 • Pour connaître le nombre de menhirs restant à livrer, je dois :
- *soustraire la quantité de menhirs déjà livrés de la quantité totale de menhirs à livrer.*
- 3 • Pour connaître la quantité de menhirs déjà livrés, je dois :
- *effectuer la somme des menhirs transportés à chacun des 7 voyages déjà effectués.*

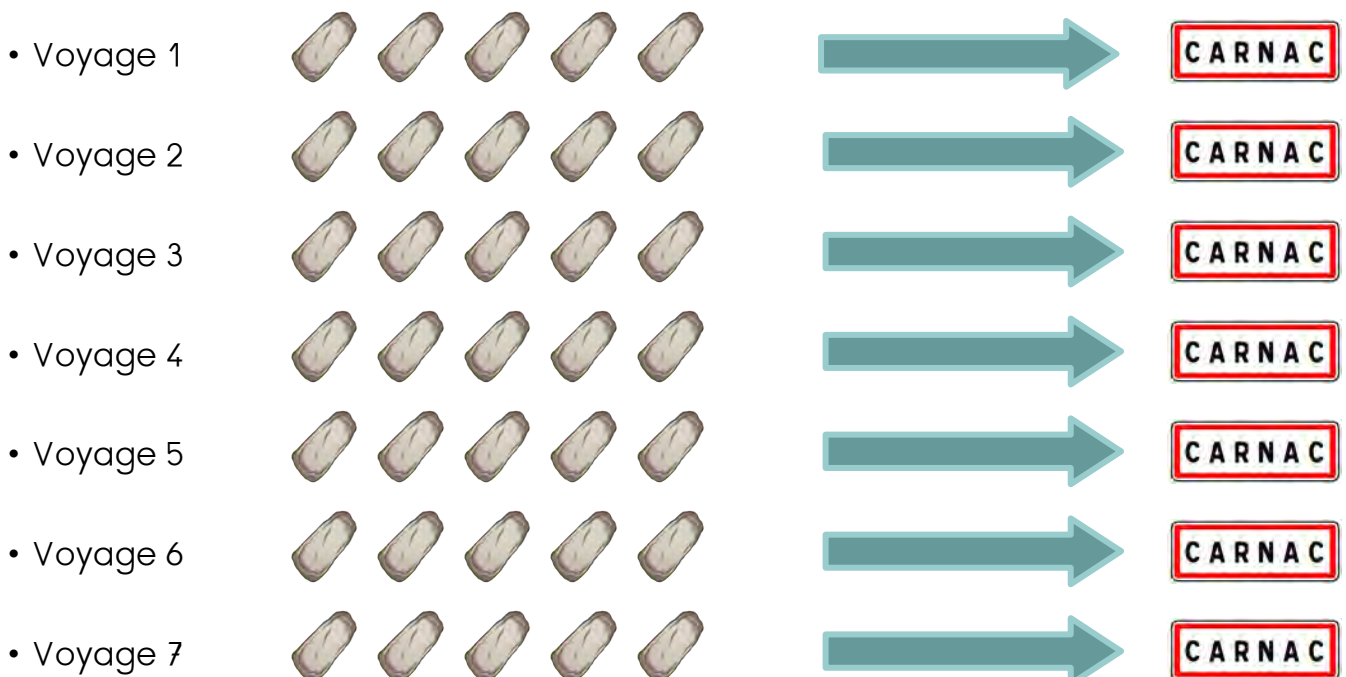
J'inverse à nouveau mon raisonnement et définis ainsi d'une manière concise les trois étapes de ma résolution :

Premièrement, j'effectue la somme des menhirs transportés à chacun des 7 premiers voyages. Deuxièmement, je soustrais cette somme de la quantité totale de menhirs à livrer. Troisièmement, je répartis les menhirs restant à livrer par groupes de 5 autant de fois que nécessaire jusqu'à épuisement de la quantité restante.

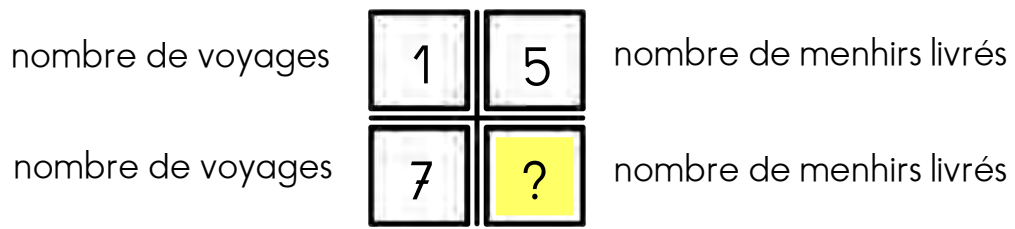
2 Traduire

Je poursuis le déshabillage du texte. Je modélise tout d'abord le nombre de menhirs déjà transportés.

1) J'utilise dans un premier temps une représentation imagée afin de m'assurer de la justesse de mon raisonnement.



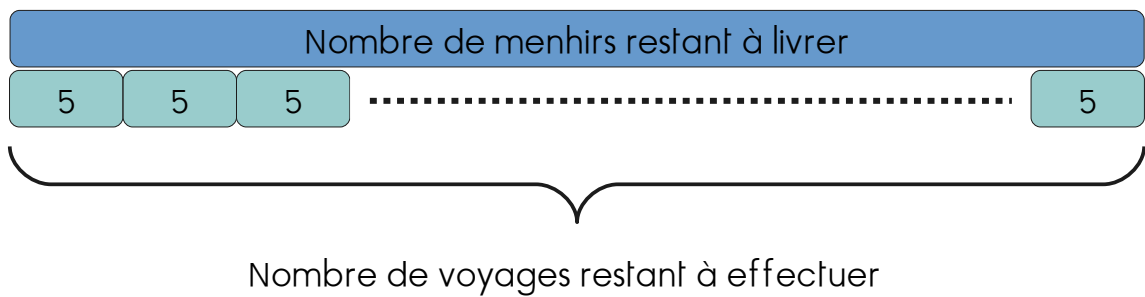
1.2) J'utilise, dans un second temps, une modélisation plus économe.



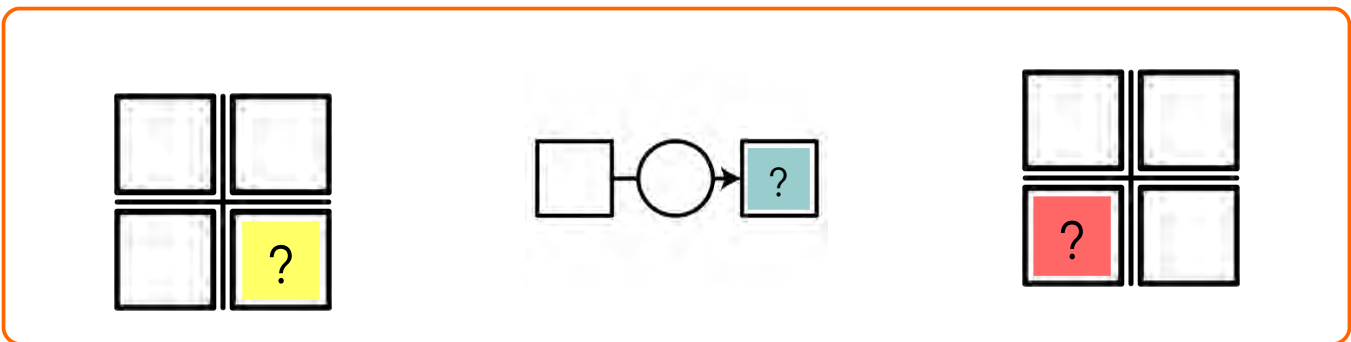
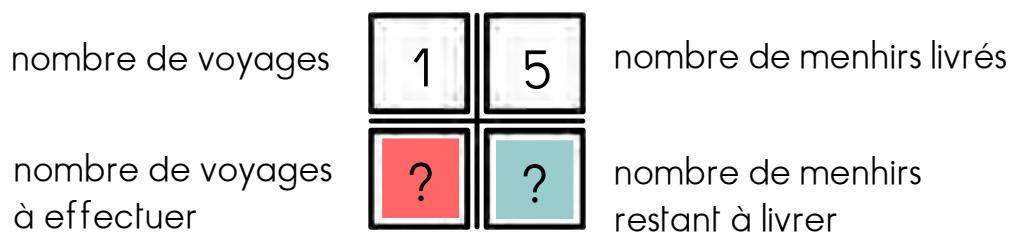
2) Je représente ensuite le nombre de menhirs restant à livrer.



3) Je représente enfin le nombre de voyage restant à effectuer.



3.2) J'utilise à nouveau une symbolisation plus économe.



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

Je calcule, c'est-à-dire que j'écris une opération utilisant des nombres dont j'ai compris à quoi ils réfèrent. Je commence par écrire en ligne la multiplication $7 \times 5 = \dots$. J'ai la connaissance des résultats de la table de 7 ou de la table de 5. Je complète donc l'égalité ainsi : $7 \times 5 = 35$.

J'écris ensuite la soustraction $85 - 35 = \dots$. Je la pose ou l'écris en ligne. Pour le calcul en ligne, je peux l'effectuer ainsi : 85 moins 3 dizaines, c'est 55, et 55 moins 5 unités, c'est 50.

J'écris enfin l'opération inverse de la multiplication : la division $50 \div 5$. J'utilise à nouveau ma connaissance de la table de 5. J'écris donc $50 \div 5 = 10$ car 5×10 , c'est 50.

Calcul 1

$$7 \times 5 = 35$$

Calcul 2

$$85 - 35 = 50$$

Calcul 3

$$50 \div 5 = 10$$

4 Répondre

Je réponds maintenant, c'est-à-dire que j'habille le nombre exprimant le résultat final. Je lui donne du sens.

Pour cela, je relis la question qui fournit les mots dont je vais couvrir le nombre. J'écris donc, en respectant les règles de la grammaire et de l'orthographe, la phrase :

Réponse : Il reste 10 voyages à faire.

Je relis ma phrase pour vérifier sa justesse orthographique et la présence de la majuscule initiale et du point final.

2

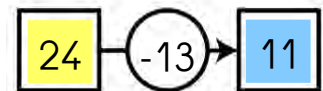
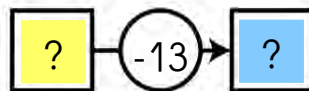
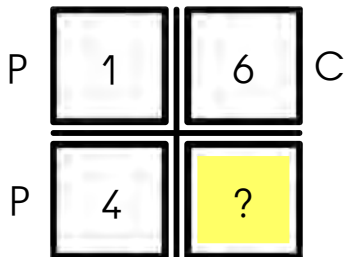
Noémie a acheté 4 paquets de 6 cookies pour le goûter. Elle en mange 13 avec sa copine Cathy. **Combien de cookies reste-t-il ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre de paquets de cookies.
- Un nombre de cookies par paquet.
- Un nombre de cookies mangés.



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 4 \quad 24 \\ \times 6 \quad - 13 \\ \hline 24 \quad 11 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 4 \times 6 &= 24 \\ 24 - 13 &= 11 \end{aligned}$$

Oral

24
puis
11

④ Répondre

Q Combien de cookies reste-t-il ?R Il reste ... cookies.

Réponse : Il reste 11 cookies.

3

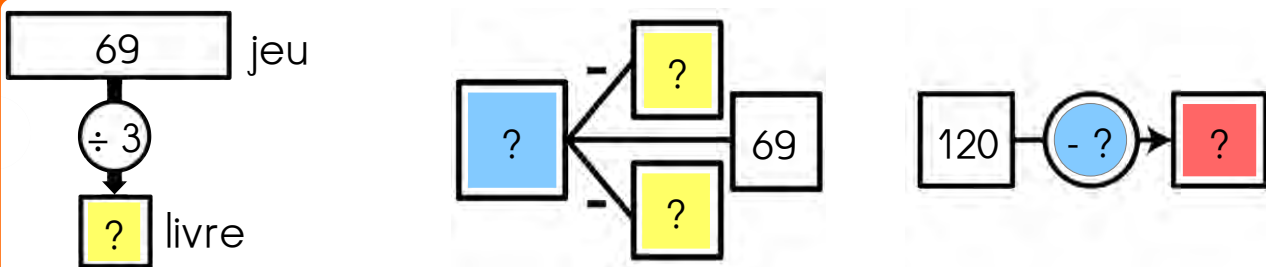
Octave achète un jeu et 2 livres. Le jeu coûte 69 € et coûte trois fois plus qu'un livre. Il donne alors 120 € à la caisse. **Combien de monnaie recevra Octave ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Le rapport entre le prix d'un jeu et celui d'un livre.
- Le prix d'un livre.
- Un coût total des achats.
- La monnaie restante après un achat.



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 69 \\ 09 \overline{) 69} \\ \underline{09} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 69 \\ +23 \\ \underline{+23} \\ 115 \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ -115 \\ \underline{-115} \\ 005 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 69 \div 3 &= 23 \\ 2 \times 23 + 69 &= 115 \\ 120 - 115 &= 5 \end{aligned}$$

Oral

23 puis 115
et enfin 5

④ Répondre

- Q Combien de monnaie recevra Octave ?
- R Octave recevra ... euros en monnaie.

Réponse : Octave recevra 5 euros en monnaie.

4

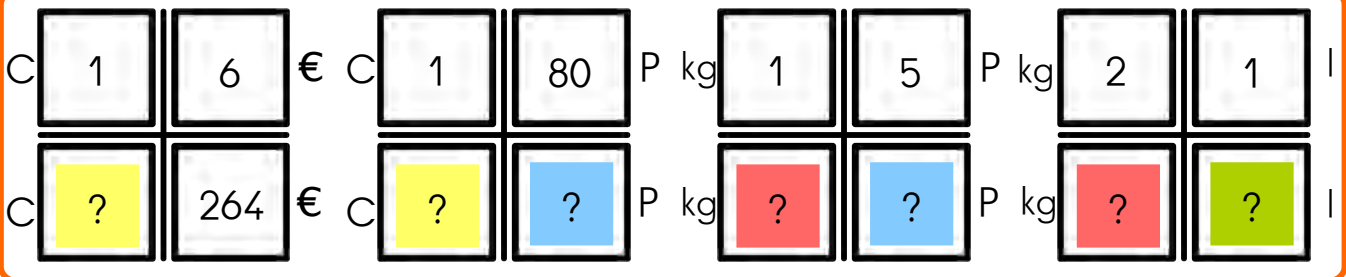
Mme Bihan paie 264 € pour des caisses de pommes à 6 € la caisse. Chaque caisse contient 80 pommes et 5 pommes pèsent 1 kg. Mme Bihan utilisera 2 kg de pommes pour produire 1 litre de jus. Combien de litres de jus de pomme produira-t-elle ?

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Un nombre de caisses de pommes (C).
- Une quantité de pommes (P).
- Une masse de pommes (kg).
- Un volume de jus de pommes (l).



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs étapes :

Calcul 1

$$\begin{array}{r} \overline{264} \overline{)6} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Calcul 2

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 44 \\ \hline 320 \\ + 3200 \\ \hline 3520 \end{array}$$

Calcul 3

$$\begin{array}{r} \overline{3520} \overline{)5} \\ \underline{02} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Calcul 4

$$\begin{array}{r} \overline{704} \overline{)2} \\ \underline{10} \\ \underline{04} \\ 0 \end{array}$$

4 Répondre

- Q Combien de litres de jus de pommes produira-t-elle ?
- R Elle produira ... litres de jus de pommes.

Réponse : Elle produira 352 litres de jus de pomme.

2

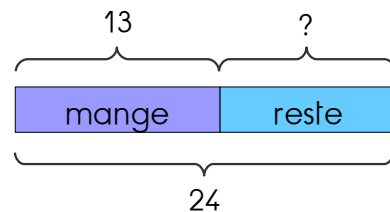
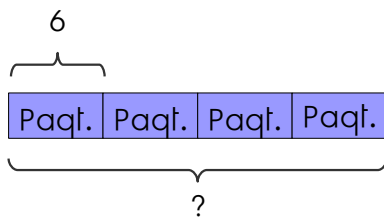
Noémie a acheté 4 paquets de 6 cookies pour le goûter. Elle en mange 13 avec sa copine Cathy. **Combien de cookies reste-t-il ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Un nombre de paquets de cookies.
- Un nombre de cookies par paquet.
- Un nombre de cookies mangés.



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} 4 \quad 24 \\ \times 6 \quad - 13 \\ \hline 24 \quad 11 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 4 \times 6 &= 24 \\ 24 - 13 &= 11 \end{aligned}$$

Oral

$$\begin{aligned} 24 \\ \text{puis} \\ 11 \end{aligned}$$

④ Répondre

Q Combien de cookies reste-t-il ?R Il reste ... cookies.

Réponse : Il reste 11 cookies.

3

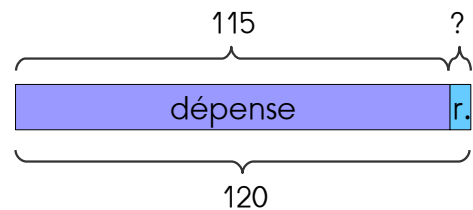
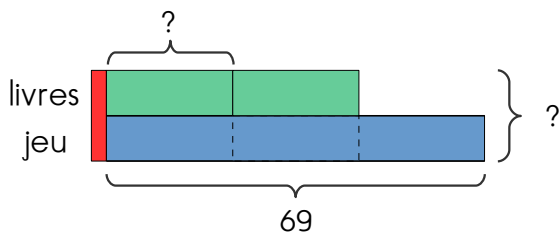
Octave achète un jeu et 2 livres. Le jeu coûte 69 € et coûte trois fois plus qu'un livre. Il donne alors 120 € à la caisse. **Combien de monnaie recevra Octave ?**

① Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

② Traduire

- Le rapport entre le prix d'un jeu et celui d'un livre.
- Le prix d'un livre.
- Un coût total des achats.
- La monnaie restante après un achat.



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

③ Calculer

- Plusieurs possibilités :

Calcul posé

$$\begin{array}{r} \overline{69} \\ \overline{09} \\ \end{array} \begin{array}{r} 3 \\ 23 \\ 23 \\ \hline 115 \end{array} \quad \begin{array}{r} 69 \\ +23 \\ +23 \\ \hline 115 \end{array} \quad \begin{array}{r} 120 \\ -115 \\ \hline 005 \end{array}$$

Calcul en ligne

$$\begin{aligned} 69 \div 3 &= 23 \\ 2 \times 23 + 69 &= 115 \\ 120 - 115 &= 5 \end{aligned}$$

Oral

23 puis 115
et enfin 5

④ Répondre

- Q Combien de monnaie recevra Octave ?
- R Octave recevra ... euros en monnaie.

Réponse : Octave recevra 5 euros en monnaie.

4

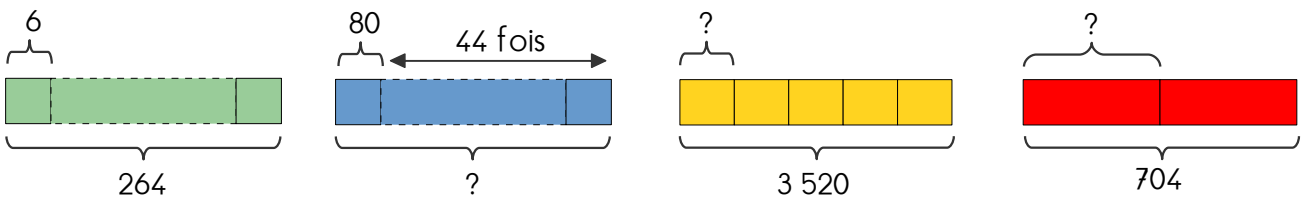
Mme Bihan paie 264 € pour des caisses de pommes à 6 € la caisse. Chaque caisse contient 80 pommes et 5 pommes pèsent 1 kg. Mme Bihan utilisera 2 kg de pommes pour produire 1 litre de jus. Combien de litres de jus de pomme produira-t-elle ?

1 Lire

- Je lis l'énoncé, c'est la partie informative du problème.
- Je lis la question, c'est la partie injonctive du problème.
- Je m'interroge sur le sens des mots composant le texte.

2 Traduire

- Un nombre de caisses de pommes (C).
- Une quantité de pommes (P).
- Une masse de pommes (kg).
- Un volume de jus de pommes (l).



SCHÉMAS AVEC CONSTRUCTION PROGRESSIVE

3 Calculer

- Plusieurs étapes :

Calcul 1

$$\begin{array}{r} \overline{264} \overline{)6} \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$$

Calcul 2

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 44 \\ \hline 320 \\ + 3200 \\ \hline 3520 \end{array}$$

Calcul 3

$$\begin{array}{r} \overline{3520} \overline{)5} \\ \underline{02} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Calcul 4

$$\begin{array}{r} \overline{704} \overline{)2} \\ \underline{10} \\ \underline{04} \\ 0 \end{array}$$

4 Répondre

- Q Combien de litres de jus de pommes produira-t-elle ?
- R Elle produira ... litres de jus de pommes.

Réponse : Elle produira 352 litres de jus de pomme.

10 RECOMMANDATIONS

1 S'entraîner fréquemment et régulièrement.

Il est avantageux de ritualiser les séances d'apprentissage et d'entraînement en résolution de problèmes. Cette ritualisation s'appuiera sur une progression annuelle et pluriannuelle organisée pour en faciliter la mise en œuvre. Un temps d'entraînement (**Vous**) chaque semaine est impératif pour viser l'automatisation des procédures de résolution. Ce temps peut être découpé en plusieurs séances courtes (**20 minutes**). Cet entraînement vient renforcer les séances d'apprentissage guidé (**Nous**) nécessairement plus longues (proportion : 75 % du temps de séance) et de compréhension des exemples résolus (**Je**).

2 Dire les difficultés et les réussites.

Donner un retour (une rétroaction) rapide et récurrent aux élèves est également un point non négligeable pour les amener à progresser plus rapidement. Le progrès visible vient de la capacité à surmonter des difficultés explicitement ciblées, ainsi que de la capacité à réduire le nombre d'erreurs. Un temps de bilan en fin de séance (**10 minutes**) est une opportunité pour dire les erreurs et les réussites.

Ce bilan est l'occasion pour l'enseignant de montrer explicitement comment surmonter une difficulté observée, ainsi qu'une occasion de transmettre des stratégies efficaces. C'est une occasion pour l'élève de s'emparer de son activité pour verbaliser ce qu'il sait, ce qu'il sait presque et ce qu'il ne sait pas encore.

L'objectif est de le rendre « conscient » de son chemin d'apprentissage.

3 Connaître et maîtriser les faits numériques.

Connaître les faits numériques (tables +/- et \times/\div , ...) et donc faire connaissance avec les familles de calculs permet de solliciter plus efficacement des automatismes de calcul.

Exemple : $6 \div 2 = 3$ donc $6 \div 3 = 2$ car $3 \times 2 = 6$ et $2 \times 3 = 6$

Ces automatismes, mémorisés par l'élève, viennent renforcer la compréhension des énoncés en lui donnant un panel de procédures

essai/erreur qui aident à proposer une stratégie de résolution efficace.

Exemple : 27 bonbons sont partagés équitablement entre 3 enfants. Combien y a-t-il de bonbons par enfant ?

- Je sais qu'il faut diviser car j'ai repéré les mots « partage » et « équitablement », mais je ne sais pas diviser. Comme je connais ma table de 3, je sais qu'il existe une relation entre 3 et 27, donc je cherche le nombre qui va les relier. Comme $3 \times 9 = 27$, je sais donc que $27 \div 3 = 9$. Je suis également capable de procéder par tâtonnement, de proche en proche, si je ne connais pas immédiatement ce lien.

Nos observations tendent à montrer que les difficultés de compréhension pour résoudre des problèmes sont liées à une méconnaissance, ou une fragilité, des faits numériques. Plus l'élève maîtrise ces faits, mieux il perçoit les relations entre les quantités mises en jeu dans les problèmes. La construction précoce des liens entre les opérations et les nombres (addition/soustraction et multiplication/division) est primordiale pour outiller solidement les élèves. Une progression visant l'apprentissage précoce et renforcé de ces liens est recommandée.

Cette progression mise en place par les enseignants vise à permettre une connaissance solide de ces faits avant la fin de l'année en donnant du temps aux élèves.

Exemple : La connaissance des tables jusqu'à 5 est un attendu de fin de CE1. Je programme donc l'apprentissage de ces tables avant la fin de la période 3. Je dispose alors de 2 périodes pour consolider ces connaissances.



Connaître les techniques opératoires...

et les inscrire dans une progression raisonnée et concertée. La maîtrise d'une technique opératoire efficace et rassurante, objectif fixé par l'enseignant, implique une organisation annuelle qui fait que cet apprentissage se fera précocement pour en assurer la maîtrise par le plus grand nombre d'élèves avant la fin d'année. L'apprentissage d'un algorithme de calcul en dernière période porte en lui le risque de l'oubli par les élèves suite à la coupure estivale. Cet apprentissage gagnerait assurément à être proposé dès les deux premières périodes afin de donner du temps aux élèves pour arriver à un degré de maîtrise satisfaisant.

Exemple : La maîtrise d'une technique de la soustraction est un attendu de fin de CE1. Je programme donc l'apprentissage de cette technique avant la fin de la période 3. Je dispose alors de 2 périodes pour consolider ces

connaissances.

Cette maîtrise des techniques opératoires viendra renforcer le travail en calcul mental et ne se fera pas au détriment de celui-ci.

5 Développer l'agilité mentale

Le calcul mental doit faire l'objet d'une progression explicite et rigoureuse, annuelle et pluriannuelle, visant la connaissance et la maîtrise précoce de faits numériques essentiels. L'apprentissage explicite des relations entre les nombres (familles de calculs) ainsi qu'un entraînement régulier (chaque jour) permet cette automatisation.

Exemple : Ritualiser un temps journalier court (5-10 min) d'entraînement au calcul mental sur différents supports (ardoise, feuille, livret, tablette).

Prénom :	date :	score :	/ 20
Tables de : Divisions, Multiplications, entre 1 et 10			
$4 \times 3 =$	$7 \times 3 =$	$1 \times 3 =$	$3 \times 3 =$
$5 \times 3 =$	$9 \div 3 =$	$9 \div 3 =$	$6 \times 3 =$
$12 \div 3 =$	$10 \times 3 =$	$5 \times 3 =$	$21 \div 3 =$
$9 \div 3 =$	$6 \div 3 =$	$15 \div 3 =$	$9 \times 3 =$
$6 \times 3 =$	$27 \div 3 =$	$21 \div 3 =$	$4 \times 3 =$

Un générateur de calculs, calibré par l'enseignant, peut servir de support pour les élèves. Dans l'exemple ci-contre les élèves automatisent les opérations (multiplication et division) de la table de 3.

6 Répondre avec précision

Exiger une réponse orale et/ou écrite parfaite (majuscule, point, syntaxe juste, orthographe juste, nombre associé à sa grandeur). La rédaction d'une réponse écrite ou la production d'une réponse orale à une question d'un problème arithmétique doit faire l'objet d'un apprentissage explicite, et donc modélisant. Il faudra donc organiser des séances qui visent à transmettre aux élèves les éléments clairs et essentiels pour rédiger ou produire oralement afin de n'être jamais démunis.

Exemple : Combien y a-t-il de bonbons par enfant ?

RÉPONSES IMPARFAITES/INCOMPLÈTES

9
il y a 9
9 bonbons
Y a 9 bonbons

RÉPONSES PARFAITES/COMPLÈTES

Il y a 9 bonbons par enfant.
Chaque enfant a 9 bonbons.

7 Faire l'expérience de la difficulté

Exposer les élèves à la difficulté et leur donner très tôt les moyens de la surmonter. Un enseignement explicite et progressif permet de confronter les élèves à des niveaux de difficulté plus élevés plus précocement, tout en transmettant des procédures efficaces de résolution.

Pour cela, il nous semble nécessaire de se référer aux attendus annuels qui seront un objectif à dépasser. Une ambition haute pour tous les élèves, couplée à une exigence quotidienne permet de leur transmettre les moyens de progresser en accroissant un sentiment d'efficacité menant à une plus grande confiance.

8 Catégoriser

Connaître les catégories de problèmes pour exploiter rapidement les méthodes expertes de résolution. Reconnaître les catégories de problèmes permet une compréhension plus rapide des situations et une meilleure perception des relations entre les quantités du problème.

Pour comprendre l'énoncé, afin de répondre justement aux questions posées, il faut pouvoir faire des liens pertinents entre les éléments constitutifs de cet énoncé. La modélisation, à cette étape de la résolution, permet la traduction de l'énoncé, et donc sa catégorisation. Ce raisonnement analogique implique une nécessaire connaissance de faits et de structures qui auront été explicitement enseignées aux élèves.

Exemple : Marius possède 63 euros, c'est 25 euros de moins que Fanny. Combien d'argent possède Fanny ?

- Je reconnais ce problème comme étant un problème de comparaison car

j'identifie sa structure qui m'est désormais familière, donc je vais être vigilant sur les points suivants :

- Qui a la plus grande quantité ?
- Qui a la plus petite quantité ?
- Est-ce que je connais la différence ou l'écart entre ces quantités ?

Je sais donc que Fanny possède 25 euros de plus que Marius, c'est l'écart entre les deux. Je vais donc rechercher la plus grande quantité et additionner les données numériques.

9 Rassurer les élèves

Si un objet d'étude (division, multiplication, fractions etc.) est considéré comme difficile pour les élèves, et non pas compliqué, il convient alors d'en débiter l'étude très tôt afin d'en parfaire la compréhension progressivement, en dosant la difficulté. Il s'agit donc de multiplier les occasions de s'entraîner pour renforcer la compréhension. La maîtrise des concepts demande du temps (technique opératoire, etc) et c'est la contraction du temps d'étude (étude tardive dans l'année) qui augmente la difficulté d'acquisition en limitant les occasions de parfaire les automatismes.

Exemple : La division ne doit plus être un OMNI (Objet Mathématique Non Identifié) inspirant la crainte.

L'algorithme de la division euclidienne est un attendu du programme de CM1, mais il est possible de débiter plus tôt l'apprentissage de cet algorithme. Il s'agit de construire cet apprentissage plus progressivement sur un temps plus long en le liant plus fortement aux procédures de calcul mental.

Exemple :

CE1

$$\begin{array}{r} \overline{8} \quad | \quad 2 \\ 0 \quad | \quad 4 \end{array}$$

CE2

$$\begin{array}{r} \overline{48} \quad | \quad 6 \\ 00 \quad | \quad 8 \end{array}$$

CM1

$$\begin{array}{r} \overline{125} \quad | \quad 4 \\ \overline{05} \quad | \quad 31 \\ 1 \end{array}$$

pour de nombreux élèves, de faire des mathématiques et singulièrement de chercher.

Pour chercher, il faut avoir à disposition des outils et des procédures qui permettent de le faire efficacement en limitant le coût cognitif. La trop grande charge cognitive dans une activité de recherche est préjudiciable aux élèves débutants. Comme ils ne disposent pas des éléments nécessaires pour réaliser à moindre coup la tâche, ils ne peuvent accéder au savoir.

Cette position peu rassurante mène à une réaction naturelle d'évitement de la tâche. Il nous semble alors primordial non seulement de proposer aux débutants des outils efficaces, des démarches très guidées, des exemples éprouvés avant qu'ils ne puissent se confronter de manière autonome à des situations de recherche, mais aussi de leur faire comprendre qu'ils disposent d'outils (savoir, savoir-faire, savoir-être) déjà présents et qui permettent de résoudre.

Retrouver le plaisir perdu, c'est donc certes acquérir de nouvelles compétences, mais aussi s'appuyer sur celles déjà disponibles et peu exploitées par l'élève parce qu'il ne les perçoit pas comme étant utiles dans ce contexte de résolution.

Ce plaisir retrouvé est dépendant de l'étayage lié au niveau d'expertise des élèves et se fera donc moindre à mesure qu'ils gagneront en expertise. Ainsi, même sans disposer des outils de l'expert, qui viendront par l'expérience répétée, les élèves doivent avoir à disposition des stratégies leur permettant d'entrer dans la tâche sans jamais être démunis.

Exemple : César avait 4 listes de 12 mots à apprendre. Combien de mots César a-t-il appris en tout ?

PROFIL	RÉACTIONS DE L'ÉLÈVE	PRODUCTION	RISQUE D'ÉVITEMENT
ÉLÈVE DÉMUNI	<ul style="list-style-type: none"> • Ne comprend/connait pas la notion de multiplication. • Ne s'engage pas car il ne perçoit pas ce qu'il peut faire. • S'engage dans une procédure connue rassurante. 	<ul style="list-style-type: none"> • rien • $4 + 12 = 16$ 	FORT
ÉLÈVE INTERMÉDIAIRE	<ul style="list-style-type: none"> • Comprend/connait la notion de multiplication. • Ne connaît pas un algorithme de calcul expert. 	<ul style="list-style-type: none"> • $12 + 12 + 12 + 12 = 48$ 	MODÉRÉ
ÉLÈVE EXPERT	<ul style="list-style-type: none"> • Comprend/connait la notion de multiplication. • Connaît un algorithme de calcul expert. 	<ul style="list-style-type: none"> • $4 \times 12 = 48$ 	INEXISTANT